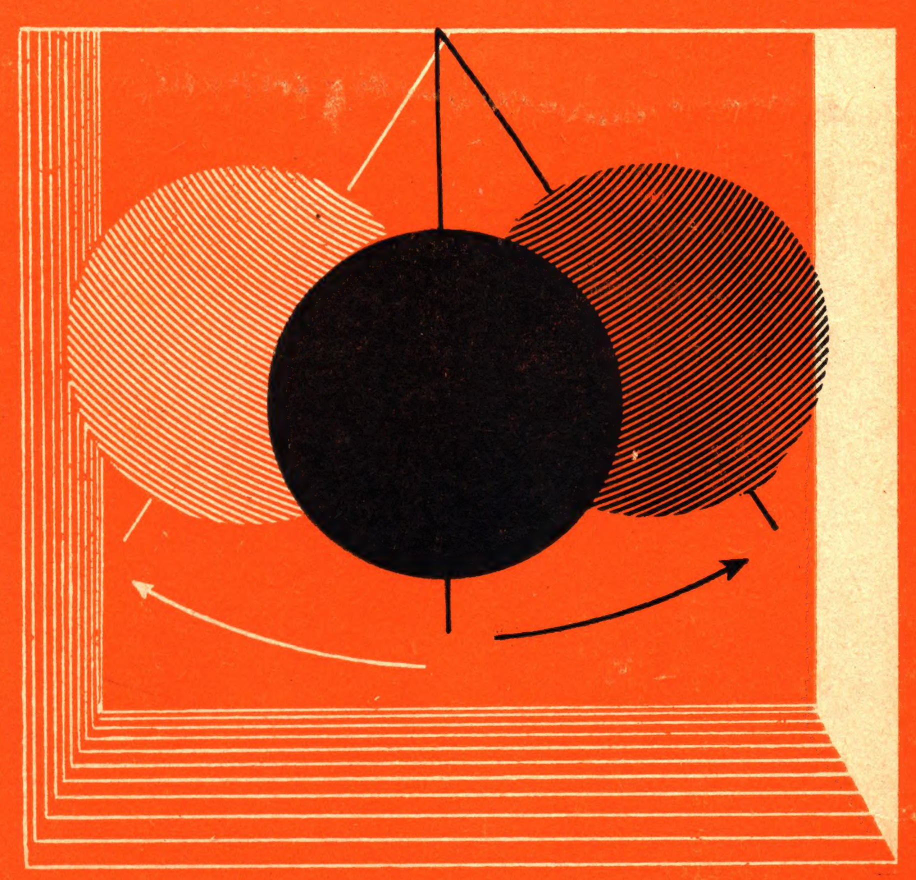
И. Ш. СЛОБОДЕЦКИЙ, В. А. ОРЛОВ

ВСЕСОЮЗНЫЕ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ



И. Ш. СЛОБОДЕЦКИЙ, В. А. ОРЛОВ

ВСЕСОЮЗНЫЕ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ

ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 8—10 КЛАССОВ
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

МОСКВА
«ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1982

ББК 22.3
С 48

Рекомендовано к изданию Главным управлением школ
Министерства просвещения СССР

Слободецкий И. Ш., Орлов В. А.

С48 Всесоюзные олимпиады по физике: Пособие для учащихся 8—10 кл. сред. школы. — М.: Просвещение, 1982. — 256 с., ил.

В книге приведены с подробными решениями задачи, которые предлагались на проводившихся в масштабе всей страны олимпиадах по физике учащихся старших классов средних школ. В конце книги помещен тематический указатель задач.

Книга предназначается для учащихся, проявляющих повышенный интерес к изучению физики.

С $\frac{4306021100-374}{103(03)-82}$ инф. письмо —82

ББК 22.3
53

ОТ СОСТАВИТЕЛЕЙ

Олимпиады школьников в нашей стране имеют свою историю.

В 1962 г. по инициативе партийной и комсомольской организаций Московского физико-технического института (МФТИ) была впервые проведена олимпиада школьников. Эта инициатива была поддержана ЦК ВЛКСМ, который дал указание обкомам и горкомам комсомола помочь в проведении олимпиады. В олимпиаде приняло участие более 6 тыс. школьников из 68 городов и поселков.

В этом же году учеными Сибирского отделения Академии наук СССР была проведена первая Всесибирская олимпиада учащихся средних школ.

В 1963 г. олимпиаду учащихся средних школ провел Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова. В этой олимпиаде приняли участие школьники европейской части СССР и республик Закавказья.

Олимпиады МФТИ и МГУ были физико-математическими (каждый из участников получал билет, в котором были три задачи по физике и три задачи по математике).

С 1964 г. начали проводиться единые Всероссийские олимпиады. На заключительные туры этих олимпиад приглашались также команды всех союзных республик.

Всесоюзные олимпиады школьников проводятся с 1967 г.

Председателями жюри Всесоюзных олимпиад по физике были видные советские ученые:

I Всесоюзной олимпиады (1967 г., Москва) — академик И. К. Кикоин,

II Всесоюзной олимпиады (1968 г., г. Ереван) — академик А. И. Алиханян,

III Всесоюзной олимпиады (1969 г., г. Алма-Ата) — министр просвещения КазССР К. А. Айтманов,

IV Всесоюзной олимпиады (1970 г., г. Свердловск) — академик С. В. Вонсовский,

V Всесоюзной олимпиады (1971 г., г. Новосибирск) — академик С. Т. Беляев,

VI Всесоюзной олимпиады (1972 г., г. Тбилиси) — академик АН ГССР Э. Л. Андроникашвили,

VII Всесоюзной олимпиады (1973 г., Ленинград) — член-корреспондент АН СССР Н. Д. Кондратьев,

VIII Всесоюзной олимпиады (1974 г., г. Горький) — академик А. В. Гапонов-Грехов,

IX Всесоюзной олимпиады (1975 г., г. Калуга) — доктор физико-математических наук Л. Н. Усачев,

X Всесоюзной олимпиады (1976 г., г. Минск) — профессор БГУ С. Я. Шушкевич,

XI Всесоюзной олимпиады (1977 г., г. Фрунзе) — профессор Л. В. Тузов,

XII Всесоюзной олимпиады (1978 г., г. Ашхабад) — вице-президент АН КазССР О. Овезгельдыев,

XIII Всесоюзной олимпиады (1979 г., г. Львов)— член-корреспондент АН УССР И. Р. Юхновский,

XIV Всесоюзной олимпиады (1980 г., г. Рига) — профессор И. К. Витолс.

Соревнования Всероссийских и первой Всесоюзной олимпиад состояли из решения только вычислительных задач. Начиная со II Всесоюзной олимпиады включались также экспериментальные задачи.

Олимпиады 1963—1970 гг. начинались с заочного тура. Его победители приглашались на областные туры. После 1970 г. роль заочного тура олимпиады взял на себя конкурс по решению задач, проводимый журналом «Квант». 150 победителей областных туров состязаются в заключительном туре.

Для решения олимпиадных задач требуются знания и умения, не выходящие за рамки программы средней школы. Решения этих задач, как правило, не связаны с необходимостью выполнять громоздкие вычисления. В то же время для решения олимпиадной задачи недостаточно умения применять широко известного алгоритма. Олимпиадные задачи требуют от учащихся ясного понимания основных законов, подлинно творческого умения применять эти законы для объяснения физических явлений, развитого ассоциативного мышления, сообразительности.

Каждый вариант обычно содержит пять задач различной трудности: две легкие задачи, одну задачу средней трудности и две трудные. (Правда, сформулировать, что такое легкая и трудная задача, довольно сложно. Случается, что задача, которую жюри считает трудной, решается большинством участников олимпиады и, наоборот, «легкая» задача в действительности оказывалась сложной.)

Экспериментальные задачи можно условно разделить на три типа:

1) измерение какого-либо параметра тела или системы тел (плотности, массы, КПД, электрического сопротивления, индуктивности и т. д.);

2) выявление некоторой зависимости (КПД наклонной плоскости от угла ее наклона, сопротивления лампы от силы тока, силы тока плавления проводника от его диаметра, частоты колебаний струны от силы ее натяжения и т. д.);

3) определение кинематической, электрической или оптической схемы «черного ящика» и параметров элементов этой схемы.

При выполнении всех экспериментальных заданий учащиеся получают новые для них результаты. (С такой же целью ставится эксперимент и в науке — открывать новые закономерности природы, измерять параметры, характеризующие физические явления и технические процессы.)

Обычно экспериментальное задание имеет несколько способов решения. При его выполнении ученик должен провести анализ каждого из них, оценить точность соответствующих результатов и выбрать оптимальный способ. Особую ценность представляют задания, которые в определенной своей части были посильны каждому ученику и в то же время содержали элементы, которые могли быть замечены лишь самыми наблюдательными учениками.

Как правило, экспериментальные задания соответствуют оборудованию, которое имеется в типовых физических кабинетах общеобразовательных школ.

При оценке выполнения экспериментальных заданий учитываются следующие элементы: теоретическое обоснование работы, выбор метода ее выполнения, процесс проведения измерений, оценка погрешностей измерений и обсуждение результатов выполненной работы. Учитывается также качество оформления отчета о проведенной работе и соблюдение правил техники безопасности.

Участникам олимпиады предоставляется возможность оспорить правильность проверки работы, обсудить свое решение с членами жюри. Иногда при этом оказывается, что, несмотря на тщательность проверки работы, была допущена ошибка.

Победители олимпиады награждаются дипломами I, II и III степеней, похвальными грамотами, ценными подарками и специальными призами (библиотечки по физике и математике, измерительные приборы, радиоприемники и др.). Специальные призы даются школьникам за лучшие решения той или иной задачи, а также самому молодому участнику, участнице олимпиады, показавшей лучшие результаты среди девушек, и др. Все участники олимпиады получают памятные значки. Ученики 8 и 10 классов, награжденные дипломами I и II степени, получают приглашение участвовать в заключительном туре олимпиады следующего года независимо от результатов их участия в республиканских, областных и других олимпиадах. Ученики 10 класса, награжденные дипломами I и II степени, вместе с дипломами получают рекомендации в вузы физико-математического профиля. Из десятиклассников — победителей Всесоюзных олимпиад отбираются кандидаты в команды СССР на Международные олимпиады по физике, которые проводятся с 1967 г.

В этой книге приведены задачи, которые предлагались на первых олимпиадах, проводившихся Московским физико-техническим институтом и Московским государственным университетом им. М.В. Ломоносова, на заключительных турах I и II Всероссийских и I—XIV Всесоюзных олимпиад. Для удобства пользования книгой она снабжена тематическим указателем задач. С его помощью легко отыскать задачи на определенную тему. Правда, надо иметь

в виду, что многие из задач являются «комбинированными», т. е. относятся одновременно к нескольким разделам.

В заключение считаем необходимым назвать тех, кто принимал наиболее активное участие в составлении задач и проведении олимпиад. Это преподаватели Московского физико-технического института профессор С. М. Козел, Г. И. Косоуров, В. Е. Белонучкин, А. Л. Стасенко, Л. П. Баканина, З. В. Оганесова, В. Е. Скороваров, преподаватели Новосибирского государственного университета и сотрудники СО АН СССР И. Ф. Гинзбург, Г. Л. Коткин, О. Я. Савченко, С. А. Хейфец, А. Т. Дроздов, доцент Московского инженерно-физического института Н. И. Гольдфарб, преподаватели Московского государственного университета Б. Б. Буховцев, С. С. Кротов, научные сотрудники институтов Академии наук СССР Ю. М. Брук, А. Р. Зильберман, Е. Л. Сурков, преподаватель Московского института стали и сплавов Л. Г. Асламазов, преподаватели Ленинградского государственного университета Е. И. Бутиков, А. С. Кондратьев, А. А. Быков, научный сотрудник Академии педагогических наук СССР О. Ф. Кабардин, учителя М. М. Балашов и Н. А. Патрикеева. Весь этот большой коллектив во главе с бессменным председателем Центрального оргкомитета Всесоюзной олимпиады школьников академиком И. К. Кикоиным объединяет многолетнее сотрудничество и дружба.

Составители данной книги, на протяжении многих лет участвовавшие в проведении олимпиад по физике, провели систематизацию задач, предлагавшихся на олимпиадах, отобрали наиболее интересные решения и уточнили их. Работа над вычислительными задачами выполнена И. Ш. Слободецким, а над экспериментальными — В. А. Орловым.

ЗАДАЧИ

ОЛИМПИАДА МФТИ

(1962 г., Москва)

Вариант 1

1. К концу висящей вертикально пружины, массой которой можно пренебречь, подвешивают груз массой m. Затем к середине уже растянутой пружины подвешивают еще один груз такой же массы. Определить длину растянутой пружины. Жесткость пружины равна k, а ее длина в нерастянутом состоянии l_0.

2. На концах и в середине невесомого стержня длины l расположены одинаковые шарики. Стержень ставят вертикально и отпускают. Считая, что трение между плоскостью и нижним шариком отсутствует, найти скорость верхнего шарика в момент удара о горизонтальную поверхность. Как изменится ответ, если нижний шарик шарнирно закреплен?

3. Трамвайный провод оборвался и лежит на земле. Человек в токопроводящей обуви может подойти к нему лишь маленькими шагами. Делать же большие шаги опасно. Объяснить почему.

Вариант 2

4. Брусок массы M находится на гладком горизонтальном столе, по которому он может двигаться без трения. На бруске стоит куб массой m, упирающийся в небольшой выступ 0 (рис. 1). При каком максимальном значении модуля силы $\vec{F}$, приложенной к бруску, не произойдет опрокидывания куба?

5. Математический маятник отклонили на угол 90° от вертикали и отпустили. В тот мо-

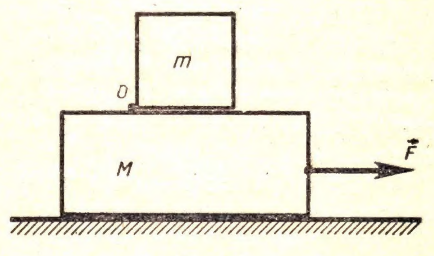


Рис. 1

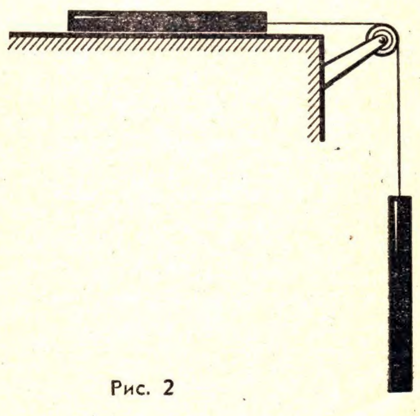


Рис. 2

мент, когда маятник проходил положение равновесия, точка его подвеса стала двигаться вверх с ускорением $\vec{a}$. На какой максимальный угол отклонится маятник от вертикали?

6. На гладком горизонтальном столе находится металлический стержень длиной l и массой m, который может двигаться по столу без трения. К одному из концов этого стержня прикреплена непроводящая нить, перекинутая через блок, укрепленный на конце стола (рис. 2). На другом конце нити висит точно такой же стержень. Будучи предоставленной самой себе, система приходит в движение. Найти напряжение (разность потенциалов) между концами каждого из стержней. Трением в оси блока и массой нити пренебречь.

ОЛИМПИАДА МФТИ И МГУ

(1963 г., Москва)

Вариант 1

7. Две гладкие плоскости наклонены к горизонту и друг к другу под углами в 60°. Как нужно положить куб между этими плоскостями, чтобы он находился в равновесии? Трением между плоскостями и кубом пренебречь.

8. Найти емкость системы одинаковых конденсаторов, изображенной на рисунке 3. Емкость каждого из конденсаторов равна C.

9. На горизонтальной плоскости лежит брусок массой m_1 и на нем — другой брусок массой m_2.

Через систему блоков, изображенную на рисунке 4, перекинута нить. К подвижному блоку подвешен груз массой $M = m_1 + m_2$.

При каком соотношении между массами m_1 и m_2 бруски не будут скользить друг по другу, если коэффициент трения между брусками равен μ, а коэффициент нижнего бруска о

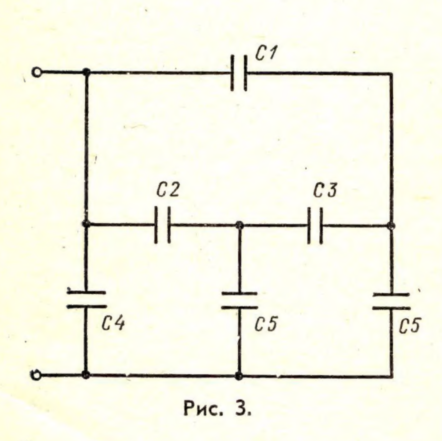


Рис. 3.

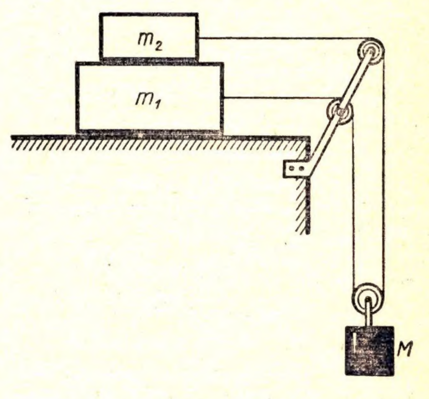


Рис. 4

плоскость равен нулю? Нить считать невесомой и нерастяжимой, массой блоков и трением в них пренебречь.

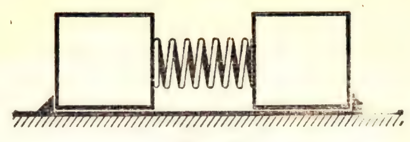


Рис. 5

Вариант 2

10. Две динамо-машины вырабатывают постоянное напряжение: одна — 110 В, другая — 220 В. Какое напряжение покажет вольтметр, присоединенный к «плюсу» одной динамомашины и «минусу» другой?

11. Два одинаковых кубика находятся на горизонтальной плоскости и прижаты к упорам с помощью пружины (рис. 5). Как будет двигаться система, если убрать один из упоров?

12. Имеется подвеска, состоящая из стержней, соединенных шарнирно (рис. 6). Стержни AD, BC, DE и CH сплошные. Между точками O и M натянута нить. Определить силу T натяжения нити OM, если масса всей системы равна m.

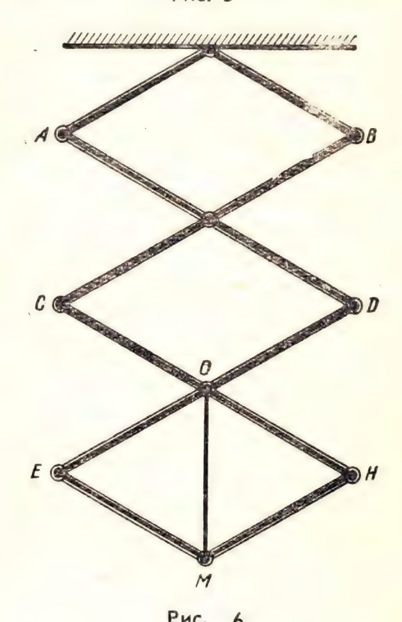


Рис. 6

I ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА

(1965 г., Москва)

13. Цветное стекло растерто в порошок, который кажется совершенно белым. Как узнать, каков был цвет стекла?

14. Четыре одинаковых провода заключены в трубу, идущую с третьего на четвертый этаж здания. Провода выступают из трубы на каждом из этих этажей. Провода пронумерованы на концах, выступающих на третьем этаже. Необходимо проставить эти же номера на концах, выступающих на четвертом этаже. Как, имея в своем распоряжении батарейку, лампочку, короткий кусок провода и совершив наименьшее число проб, установить, какой номер соответствует каждому из концов на четвертом этаже?

15. Лампочку карманного фонаря, рассчитанную на напряжение 3,5 В и силу тока 0,28 А, соединили последовательно с лампочкой мощностью 110 Вт, рассчитанной на напряжение 220 В. При этом лампочка карманного фонаря перегорела. Почему это произошло?

16. В какую сторону покатится катушка, если потянуть

за нить так, как показано на рисунке 7? Трение между катушкой и полом велико.

17. Почему велосипедист может перемещаться значительно быстрее бегуна, хотя в обоих случаях работа совершается за счет энергии мышц человека?

18. Два капилляра разного диаметра опущены в сосуд (рис. 8). Капилляры соединены трубкой с краном. Что произойдет, если открыть кран?

19. Доказать, что упругий невесомый шарик, брошенный в угол комнаты, вылетит из него по направлению, параллельному тому, по которому он был брошен.

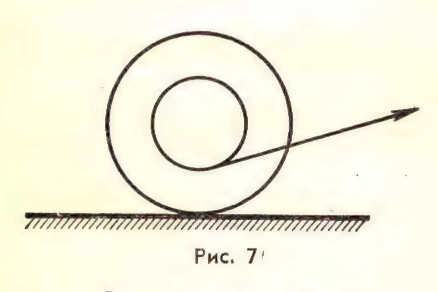


Рис. 7

Рис. 8

20. Доказать, что при абсолютном нуле температуры твердое тело должно быть кристаллическим.

21. Почему вратарю футбольной команды было бы трудно выбить далеко в поле деревянный шар или слабо надутый мяч?

22. На наклонной плоскости лежит монета. Как будет двигаться эта монета, если ей сообщить горизонтальный импульс, параллельный нижнему краю наклонной плоскости?

23. Две пересекающиеся плоскости равномерно заряжены отрицательным зарядом. В некоторой точке между плоскостями помещен радиоактивный источник. Начертить примерный вид траекторий движения положительно и отрицательно заряженных частиц, испускаемых источником. Что это за кривые?

24. Два шкива соединены ременной передачей. Ведомый шкив, вращаясь, поднимает груз. При этом совершается некоторая работа. Энергия, необходимая для совершения работы, передается от ведущего шкива к ведомому через ремень в виде потенциальной энергии упругой деформации растянутого ремня. Однако, как видно из рисунка 9, растянутые части ремня, несущие энергию, дви-

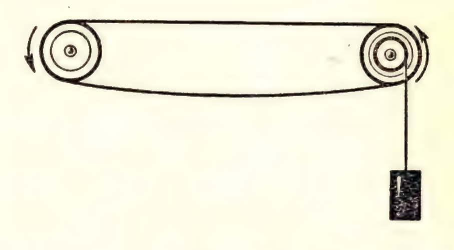


Рис. 9

жутся не от ведущего шкива к ведомому, а наоборот. Как же происходит передача энергии от ведущего шкива к ведомому?

25. Почему с моста лучше видно рыбу, плывущую в реке, чем с низкого берега?

26. Имеются два одинаковых идеальных трансформатора с коэффициентом трансформации (отношением чисел витков) $K = 1/3$. Первичная обмотка одного из них последовательно соединена со вторичной обмоткой второго, а свободные концы этих обмоток включены в сеть переменного тока напряжением $U_0 = 100$ В. Вторичная обмотка первого трансформатора последовательно соединена с первичной обмоткой второго. Определить амплитуду U_m переменного напряжения между свободными концами этих обмоток.

II ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА

(1966 г., Москва)

27. Почему тонкая медная проволока плавится в пламени газовой плиты, в то время как толстый медный стержень даже не раскаляется докрасна?

28. Зачем нужен постоянный магнит в телефонном наушнике? Как нужно изменить схему телефонной линии для того, чтобы можно было обойтись без этого магнита?

29. От чего зависит показание термометра, прикрепленного снаружи к спутнику с его теневой стороны?

30. Объяснить, почему человек может бежать по тонкому льду, на котором не может стоять, не проваливаясь?

31. По поверхности стола движется с постоянной скоростью черная доска. По доске движется кусок мела, пущенный по ней так, что в начальный момент скорость мела относительно стола перпендикулярна скорости доски. Какой формы след оставит мел при своем движении?

32. Два спутника движутся по одной круговой орбите на некотором расстоянии друг от друга. На «догоняющем» спутнике на короткое время включают двигатель, сообщающий спутнику дополнительный импульс по касательной к траектории. Встретятся ли спутники после этого?

33. На улице целый день моросит холодный осенний дождь. В кухне развесили много выстиранного белья. Быстрее ли высохнет белье, если открыть форточку?

34. Какую из палок легче удерживать вертикально в равновесии на пальце (рис. 10): короткую или длинную?



Рис. 10

35. Почему на велосипеде можно ехать, не держась за руль?

36. Для чего к воздушному змею приделывают хвост?

37. Оценить время упругого соударения между двумя одинаковыми металлическими кубиками, сталкивающимися своими боковыми гранями.

38. Как изменится освещенность изображения планеты, рассматриваемой в телескоп, объектив которого имеет диаметр $D = 80$ мм и фокусное расстояние $F = 800$ мм, при замене окуляра с фокусным расстоянием $F_1 = 50$ мм на окуляр с фокусным расстоянием $F_2 = 100$ мм или на окуляр с фокусным расстоянием $F_3 = 25$ мм? Диаметр зрачка глаза принять равным $\alpha_0 = 5$ мм.

39. Имеется динамо-машина с независимым возбуждением, на якоре которой имеются две совершенно одинаковых обмотки с сопротивлением R. Каждая из обмоток соединена с одним из двух одинаковых коллекторов. Одну из обмоток подключили к источнику с напряжением U. Другую обмотку замкнули на резистор с сопротивлением r. Как зависит угловая скорость вращения якоря и сила тока в каждой из обмоток от значения сопротивления r?

40. Закрытый сосуд заполнен водой при температуре 27 °С. Чему стало бы равным давление внутри сосуда, если бы взаимодействие между молекулами воды внезапно исчезло?

41. Точка подвеса математического маятника длины L совершает горизонтальные колебания; при этом ее координата x меняется со временем t по закону $x = a \cos \omega t$. Считая колебания малыми, найти амплитуду и фазу вынужденных колебаний маятника.

I ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1967 г., Москва)

42. (8 кл.) В цилиндрический стакан наливают воду. При каком уровне воды центр тяжести стакана с водой занимает наинизшее положение?

43. (8 кл.) Как определить направление вращения двигателя электрической кофемолки, если корпус кофемолки непрозрачен?

44. (8 кл.) Закрытый непрозрачный ящик содержит внутри электрическую цепь, состоящую лишь из резисторов. От трех точек этой цепи имеются выводы *1*, *2* и *3* снаружи ящика. Омметр, присоединенный к выводам *1* и *2*, показывает 3 Ом, присоединенный к выводам *2* и *3* — 5 Ом, к выводам — *1* и 3 — 6 Ом. Нарисовать, какие цепи с наименьшим возможным числом резисторов могут находиться внутри ящика.

45. (8 кл.) Для каждой из трех схем включения реостата R (рис. 11) нарисовать графики зависимости общего сопротивления R_0 цепи от сопротивления r левой (по рисунку) части реостата (до движка).

46. (9 кл.) Цепочка из одинаковых коротких пружинок жесткостью k и массой m каж-

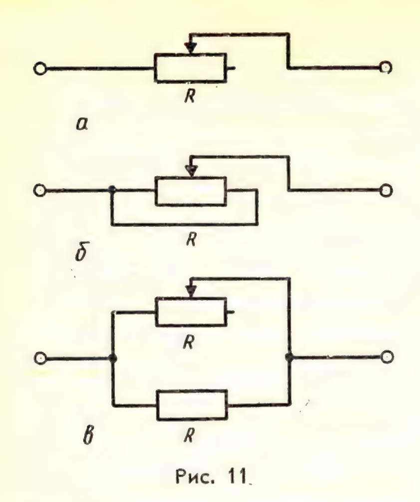


Рис. 11

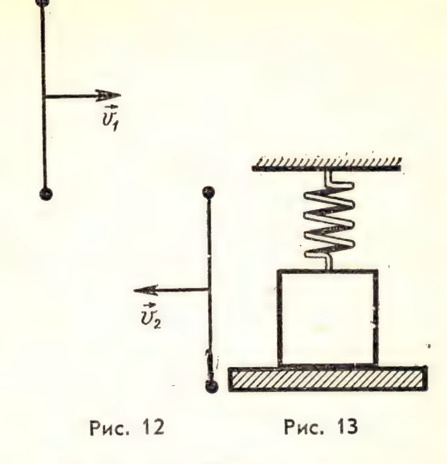


Рис. 12 Рис. 13

дая подвешена за один конец. На сколько растянется эта цепочка? Растяжением пружинки за счет действующей на нее силы тяжести пренебречь.

47. (9 кл.) В каком случае пуля, пробивающая две коробки, в одной из которых находится мед, а в другой — вода, пролетит дальше: если она вначале попадает в коробку с медом или если вначале она попадает в коробку с водой?

48. (9 кл.) Две одинаковые гантельки летят навстречу друг другу (рис. 12). Как они будут двигаться после столкновения? Считать, что размеры шариков, укрепленных на концах гантелек, малы по сравнению с размерами гантелек. Столкновения шариков абсолютно упруги.

49. (9 кл.) На подставке лежит тело массой m, подвешенное на пружине жесткостью k (рис. 13). В начальный момент пружина не растянута. Подставку начинают опускать вниз с ускорением a. Через какое время подставка оторвется от тела? Каким будет максимальное растяжение пружины?

50. (9 кл.) График зависимости объема тела от температуры в интервале от 0 °C до температуры t_1 представляет собой параболу, переходящую при $t=t_1$ в прямую, не являющуюся касательной к параболе (рис. 14).

Как зависит коэффициент теплового расширения этого тела от температуры при $t < t_1$ и $t > t_1$?

Что можно сказать о коэффициенте расширения рассматриваемого тела при $t = t_1$?

51. (9 кл.) Как зависит теплота испарения жидкости и коэффициент поверхностного натя-

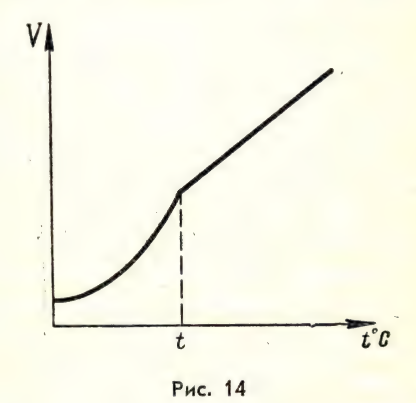


Рис. 14

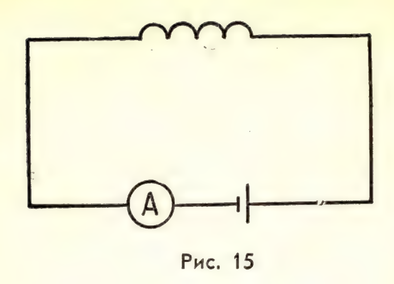


Рис. 15

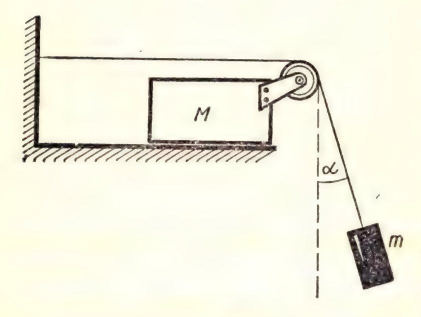


Рис. 16

жения от температуры? Ответ обоснуйте теоретически.

52. (10 кл.) Как будет меняться ток в цепи соленоида (рис. 15), если соленоид быстро распрямить, потянув за концы проволоки?

53. (10 кл.) Доказать, что параллельный пучок световых лучей, который падает на однородный стеклянный шар, не может выйти из этого шара параллельным.

54. (10 кл.) В середине плоского конденсатора, заряженного до напряжения U, находится маленький металлический шарик радиуса r. Какой заряд появится на шарике, если его соединить проводником с одной из пластин? Перераспределением заряда вдоль пластин конденсатора под воздействием шарика пренебречь.

55. (10 кл.) Какую наибольшую разность потенциалов вы смогли бы получить, имея батарейку с ЭДС, равной $\mathscr{E}$, и два одинаковых конденсатора без утечки?

56. (10 кл.) В механической системе, изображенной на рисунке 16, брусок массой M может скользить по рельсам без трения. В начальный момент подвешенный на нити груз отводят на угол α от вертикали и отпускают. Какова масса m этого груза, если угол, образуемый нитью с вертикалью, не меняется при движении системы?

II ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1968 г., Ереван)

ПЕРВЫЙ ТУР

57. (8 кл.) В вертикально расположенный цилиндрический сосуд, площадь дна которого S, налита жидкость с плотностью ρ. На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в него опустить тело массой m произвольной формы, имеющее внутри неоднородности и пустоты и нетонущее?

58. (8 кл.) В калориметр налить $m_1 = 0{,}5$ кг воды при температуре $t_1 = +15$ °С. В воду опускают кусок льда с массой $m_2 = 0{,}5$ кг, имеющий температуру $t_2 = -10$ °С. Найти температуру смеси после установления теплового равновесия.

Удельная теплоемкость воды $c_1 \approx 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплоемкость льда $c_2 \approx \approx 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная

теплота плавления льда $\lambda \approx \approx 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

59. (8 кл.) На главной оптической оси собирающей линзы находится светящаяся точка на расстоянии $d > 2F$ (где F — фокусное расстояние линзы). Линзу разрезали на две половинки и раздвинули их на некоторое расстояние, как показано на рисунке 17. Как будет выглядеть изображение светящейся точки?

60. (8 кл.) Собрана электрическая цепь по схеме, приведенной на рисунке 18. Вольтметр, включенный параллельно резистору r_1 сопротивлением $r_1 = 0,4$ Ом, показывает $U_1 = 34,8$ В. Напряжение на зажимах источника тока поддерживается постоянным и равным 100 В. Найти отношение силы тока, идущего через вольтметр, к силе тока, идущему по резистору r_2 с сопротивлением $r_2 = 0,6$ Ом.

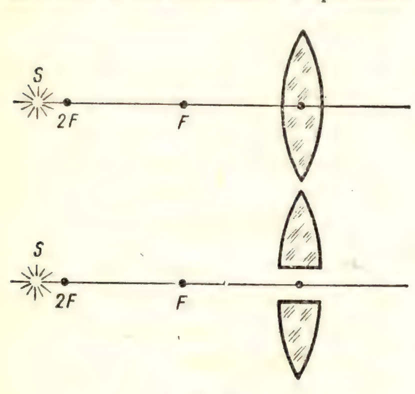


Рис. 17

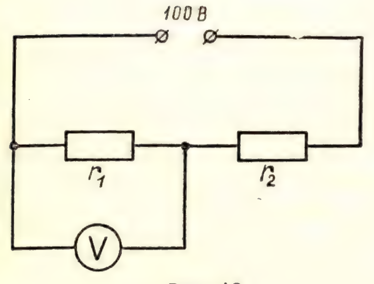


Рис. 18

61. (8 кл.) Почему в марте продолжительность дня меняется быстрее, чем в декабре?

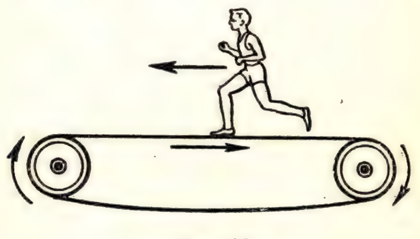
62. (8 кл.) Доказать, что в изотермической атмосфере подъемная сила аэростата с эластичной оболочкой не зависит от высоты подъема аэростата при любом законе изменения давления с высотой.

63. (9 кл.) Человек бежит по бесконечной ленте, надетой на два горизонтальных ролика, трение в осях которых отсутствует (рис. 19).

По закону сохранения импульса центр масс системы «человек — лента» остается неизменным. А так как положение центра масс движущейся ленты не изменяется, то и положение центра массы человека также должно остаться неизменным относительно Земли.

Однако опыт показывает, что человек может сбежать с ленты. Объясните этот факт.

64. (9 кл.) Какую силу F должен приложить человек массой m, чтобы сдвинуть с места ящик массой M? Коэффициенты трения о пол человека и ящика одинаковы и равны μ. Считать $M > m$.


Рис. 19

65. (9—10 кл.) Из двух одинаковых кусков стальной проволоки свили две пружины. Диаметр витков одной из них d, другой — $2d$. Первая пружина под действием груза растянулась на 1/10 своей длины. На какую часть своей длины растянется под действием того же груза вторая пружина?

66. (9—10 кл.) В большой кастрюле с кипяченой водой плавает маленькая кастрюля с сырой водой. Большую кастрюлю ставят на плиту. При этом вода в маленькой кастрюле закипает раньше, чем в большой. Объясните этот опыт.

67. (10 кл.) Напряженность электрического поля в электромагнитной волне частоты $\omega = 2\cdot 10^{16}$ с$^{-1}$, модулированной по амплитуде с частотой $\Omega = 2\cdot 10^{15}$ с$^{-1}$, меняется со временем по закону $E = a(1 + \cos \Omega t) \cos \omega t$ (где a — постоянная). Определить энергию электронов, выбиваемых этой волной из атомов газообразного водорода с энергией ионизации $W_i = 13{,}5$ эВ. Атом поглощает монохроматический свет порциями (квантами), энергия которых $\hbar\omega$ (где $\hbar = 1{,}05\cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка).

68. (10 кл.) На расстоянии R от центра незаряженного металлического шара находится точечный заряд q. Определить потенциал шара.

69. (10 кл.) Известно, что искусственный спутник Земли можно запустить так, чтобы он неподвижно висел над одним и тем же географическим пунктом Земли. Можно ли запустить спутник так, чтобы он казался неподвижным относительно звезд?

ВТОРОЙ ТУР

70. (8 кл.) Как можно определить плотность камня неправильной формы? Определите плотность камня.

Приборы и материалы: динамометр, камень, сосуды с водой.

71. (8 кл.) Как при отсутствии весов определить плотность жидкости, имея мерный цилиндр, масса которого известна?

Приборы и материалы: мерный цилиндр известной массы, исследуемая жидкость, сосуд с водой.

72. (8 кл.) Даны амперметр, вольтметр, источник питания, резистор с неизвестным сопротивлением и соединительные провода. Как измерить сопротивление резистора с наибольшей точностью? Сделайте это.

73. (8 кл.) Сравните теплопроводности двух проволок одинакового размера, состоящих из разных материалов.

Оборудование: два куска проволоки одинакового размера из разных материалов, линейка и свеча.

74. (8 кл.) Рассчитайте и изготовьте из газетной бумаги подъемный шар, наполняемый горячим воздухом (шар может иметь любую форму). Плотность атмосферного воздуха $\rho_0 = 1{,}3$ кг/м^3, плотность горячего воздуха $\rho_1 = 1{,}0$ кг/м^3. Каковы должны быть размеры изготавливаемого шара?

75. (9 кл). На поверхности воды находится в покое лодка. Человек, находящийся в ней, переходит с кормы на нос. Как будет двигаться лодка, если сила сопротивления движению пропорциональна скорости лодки?

76. (9 кл.) Тот, кто наблюдал лодку, ведущую на буксире другую такую же, мог заметить, что буксирный канат натянут не все время. Почему? Как меняется натяжение каната при буксировании лодки. Мощность буксира постоянна.

77. (9 кл.) В длинном цилиндре с теплоизолированными стенками находится газ. Сосуд закрыт теплоизолированным поршнем. Поршню мгновенно сообщили постоянную скорость. Как изменится температура газа? Как зависит изменение температуры газа от скорости поршня?

78. (9—10 кл.) Два дельфина движутся навстречу друг другу. Один из них издает звуковые импульсы с частотой следования ν. С какой частотой ν^1 приходят эти импульсы к другому дельфину, если скорость дельфинов относительно воды равна v? Скорость звука в воде c.

79. (10 кл.) Если смотреть на капиллярную трубку, внешний радиус которой R, сбоку, то видимый внутренний радиус капилляра равен r. Каков истинный внутренний радиус r_0 капилляра? Показатель преломления стекла равен n.

80. (10 кл.) В высокий цилиндрический сосуд налита жидкость. На поверхности жидкости лежит поршень, не проводящий теплоты. Стенки сосуда теплоизолированы, а через дно сосуда к жидкости подводится теплота, причем количество теплоты, подводимое в единицу времени, постоянно. Как зависит высота подъема поршня от времени, если теплота подводится достаточно медленно?

81. (10 кл.). В какую сторону отклонится заряженная частица, пролетающая на большом расстоянии от диполя (пары разноименных зарядов $+q$ и $-q$, расположенных на близком расстоянии друг от друга)? Скорость частицы первоначально параллельна диполю (угол отклонения мал).

III ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1969 г., Алма-Ата)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

Вариант 1

82. (8 кл.) В гирлянде, состоящей из большого числа одинаковых лампочек, каждая из которых рассчитана на напряжение 12 В, перегорела одна из них. Заменяя перегоревшую лампочку, ученик заметил, что, если вместо нее включить лампочку, рассчитанную на напряжение 6,3 В, эта лампочка не перегорает. Если же включить лампочку, рассчитанную на те же 12 В, она перегорает. Как это можно объяснить?

83. (8 кл.). В трех цилиндрических сообщающихся сосудах, оси которых находятся на одинаковых расстояниях a друг от друга (рис. 20), имеется вода. Во всех цилиндрах поверхность воды прикрыта поршнями одинаковой толщины, изготовленными из одного и того же мате-

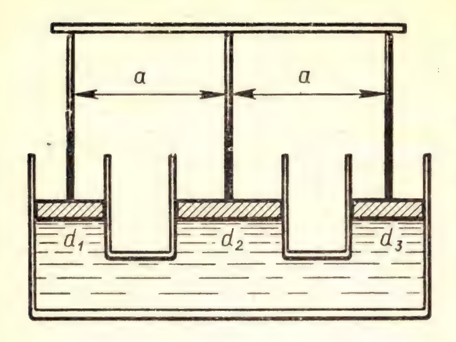


Рис. 20

риала. К поршням прикреплена на вертикальных стержнях очень легкая палка. В какой ее точке нужно прикрепить груз, чтобы равновесие не нарушилось и положение палки не изменилось. Диаметры сосудов указаны на рисунке.

84. (8 кл.) Тело, имеющее массу $M = 2$ кг и объем $V = 10^{-3}$ м^3, находится в озере на глубине $h_0 = 5$ м. Какая работа должна быть совершена при его подъеме на высоту $H = 5$ м над поверхностью воды? Равна ли совершенная при этом работа изменению потенциальной энергии тела?

85. (8 кл.) Оптическая система дает действительное изображение предмета. Можно ли найти такое положение рассеивающей линзы с фокусным расстоянием 1 м, при котором изображение останется действительным и станет в три раза больше? Задачу решить построением.

86. (9 кл.) Бутылку с лимонадом сильно встряхивают, при этом образуется много пузырьков разного диаметра. Почему через некоторое время после того, как бутылку поставили на стол, у поверхности крупные пузырьки располагаются над мелкими?

87. (9 кл.) Найти давление в центре каждой планеты радиуса R, если жидкость несжимаема и имеет плотность ρ. Объем шара радиуса R вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

88. (9 кл.) Имеется выключатель и две электрические лампочки, на цоколе одной из которых написано 75 Вт, 220 В, а на цоколе другой — 15 Вт, 220 В. Составить электрическую схему, удовлетворяющую следующим условиям: когда выключатель находится в положении «включено», горит только лампа 75 Вт, если же его перевести в положение «выключено», то эта лампа гаснет, но загорается лампа мощностью 15 Вт. Нарисовать схему и объяснить принцип ее работы.

89. (9—10 кл). Два шарика подвешены рядом на нитях равной длины (рис. 21). Левый по рисунку шарик отклонили на угол α и отпустили. После соударения шаров левый останавливается, а правый отклоняется на угол β. На какой угол отклонится левый шар после

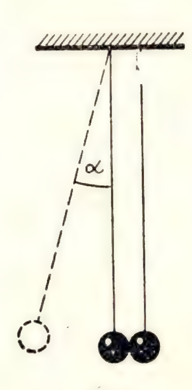


Рис. 21

второго соударения? Считать, что при каждом соударении переходит в тепло одна и та же доля потенциальной энергии деформации шаров.

90. (9—10 кл.) На теннисный мяч с высоты 1 м падает кирпич и подскакивает почти на 1 м. На какую высоту подскакивает мяч?

91. (10 кл.) Для нагревания 1 кг неизвестного газа на 1 К при постоянном давлении требуется 912 Дж, а для нагревания при постоянном объеме — 649 Дж. Что это за газ?

92. (10 кл.) Якоря двух одинаковых электродвигателей постоянного тока соосны и жестко соединены друг с другом. К обмоткам якорей подключены одинаковые источники тока с ЭДС, равной $\mathcal{E}$. При этом угловая скорость вращения якорей при работе двигателей без нагрузки была равна ω_0. Если двигатели полностью затормозить, то сила тока в якорях оказывается равной I_0.

Один из источников переключили так, что вращающие моменты двигателей стали противоположными. Какой вращающий момент нужно приложить к соединенным якорям, для того чтобы они вращались с заданной угловой скоростью ω? Трение в двигателях пренебрежимо мало, магнитное поле статора создается постоянным магнитом.

93. (10 кл.) На крышке закрытого ящика высотой $h=1$ м имеется круглое отверстие. Как изменится освещенность дна под отверстием, если в отверстие вставить линзу в 1 дптр? Ящик стоит под открытым небом, затянутым равномерной пленкой облаков.

Вариант 2

94. (8 кл.) Имеется выключатель, две электрические лампочки, на цоколях которых написано 75 Вт, 220 В и 15 Вт, 220 В, и розетка сети под напряжением 220 В. Составить цепь, удовлетворяющую следующим условиям: когда выключатель находится в положении «включено», горит только лампа мощностью 75 Вт, а если его перевести в положение «выключено», то эта лампа гаснет, но загорается лампа мощностью 15 Вт. Начертить схему цепи и объяснить ее работу.

95. (8 кл.) Почему мокрую бумажную веревку разорвать легче, чем сухую?

96. (8 кл.) Оптическая система дает действительное изображение предмета. Где надо поставить линзу с фокусным расстоянием 25 см, чтобы изображение стало мнимым и увеличенным в четыре раза? Задачу решить построением.

97. (8 кл.) В сосуде с водой плавает металлическая кастрюля, в которую налито некоторое количество воды. Стержень, закрепленный так, как показано на рисунке 22, касается поверх-

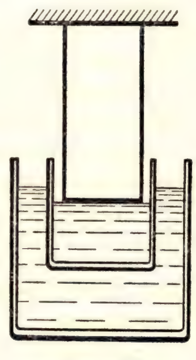


Рис. 22

ности воды в кастрюле. В сосуд начинают достаточно медленно наливать воду. Как зависит расстояние между дном кастрюли и уровнем воды в сосуде от количества налитой воды? Начертить график этой зависимости.

98. (9 кл.) Трехколесный велосипед без тормоза, педали которого соединены с задним колесом цепью, стоит на ровном полу. В какую сторону сдвинется велосипед, если, привязав к нижней педали веревку, потянуть за нее вперед? Объяснить почему.

99. (9 кл.) На горизонтальной плоскости находятся две одинаковые тонкостенные трубы массой m каждая, оси их параллельны. Вначале одна из труб покоится, а вторая катится без проскальзывания по направлению к первой до столкновения. Скорость поступательного движения трубы равна $\vec{v}$. Как зависят от времени поступательные и угловые скорости вращения труб? Коэффициент трения скольжения труб о горизонтальную поверхность μ, трением между трубами при столкновении пренебречь. Столкновение считать абсолютно упругим. Нарисуйте график. Радиус труб равен R.

100. (9 кл.) Горизонтальный стержень OA длины l вращается вокруг вертикальной оси O (рис. 23). На конце стержня насажено колесо радиуса r. Ось колеса горизонтальна и составляет угол α со стержнем OA. Колесо вращается на оси без трения и катится по земле. Трение между колесом и почвой большое. Сколько оборотов сделает колесо к тому моменту, когда стержень сделает один оборот?

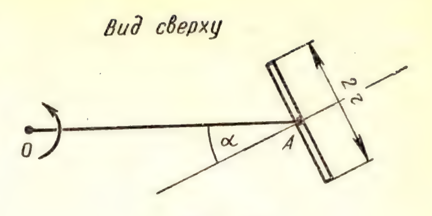


Рис. 23

101. (9 кл.) Космонавт находится на некотором расстоянии от космического корабля, имея с собой два одинаковых однозарядных пистолета. Космонавт может стрелять одновременно из обоих пистолетов или по очереди. Как должен он поступить, чтобы быстрее вернуться на корабль?

102. (9—10 кл.) Тяжелая частица массой M сталкивается с покоящейся легкой частицей массой m. На какой максимальный угол может отклониться тяжелая частица при ударе?

103. (10 кл.) В холодильник через стенки проникает в 1 ч количество теплоты $Q = 7{,}6 \times 10^3$ Дж. Температура внутри холодильника $t_1 = +5$ °C, а в комнате $t_2 = +20$ °C. Какую минимальную мощность должен потреблять холодильник от сети?

104. (10 кл.) Имеются четыре тонкие проволочные спирали, каждая из которых рассчитана на мощность не более 2 Вт. Сопротивления спиралей 10, 20, 30 и 40 Ом. Как из этих спиралей составить нагреватель, в котором источник с ЭДС $\mathscr{E} = 20$ В и внутренним сопротивлением $r = 25$ Ом будет развивать наибольшую мощность?

105. (10 кл.) Объектив дает в фокальной плоскости действительное изображение Солнца. Можно ли найти такое положение рассеивающей линзы, имеющей оптическую силу 1 дптр, при котором изображение Солнца, оставаясь действительным, было бы в 3 раза больше, чем в отсутствие рассеивающей линзы?

106. (10 кл.) Педали трехколесного велосипеда соединены с задним колесом с помощью цепи. В какую сторону поедет велосипед, если, привязав к нижней педали веревку, потянуть за нее вперед? В какую сторону поедет велосипед, если на него сядет мальчик и носком ботинка будет толкать нижнюю педаль вперед? Объяснить почему.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

107. (8 кл.) Перед вами «черный ящик» с двумя выводами. В вашем распоряжении источники постоянного и переменного напряжения до 20 В, а также электрическая лампочка на 6,3 В. Что находится в «черном ящике»?

Примечание. В ящике находится конденсатор (рис. 24).

108. (8 кл.) Перед вами «черный ящик» с четырьмя выводами, а также батарея карманного фонаря и вольтметр со шкалой до 6 В. Что находится в «черном ящике»?

Примечание. В ящике имеется цепь, схема которой показана на рисунке 25.

109. (8 кл.) Определить количество витков обмоток школьного разборного трансформатора. Оборудование предложите сами.

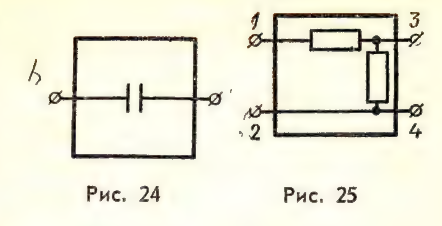


Рис. 24 Рис. 25

110. (8 кл.) Определите массу груза на неравноплечных весах, если масса каждой из двух чашек весов известна.

Приборы и материалы: неравноплечные весы, набор гирь.

111. (9 кл.) Определить удельную теплоемкость вещества калориметра.

Приборы и материалы: калориметр, термометр, измерительный цилиндр, сосуд с водой, нагреватель.

112. (9 кл.) Определить коэффициент трения скольжения дерева по дереву.

Приборы и материалы: доска, деревянный брусок, динамометр.

113. (9 кл.) Определить скорость вылета снаряда из пружинного пистолета.

Приборы и материалы: пружинный пистолет, линейка, шарики-снаряды к пистолету.

114. (9 кл.) Определить поверхностное натяжение жидкости.

Приборы и материалы: сосуд с жидкостью, чувствительная пружина, проволочное кольцо, линейка, гирьки с известными массами

115. (10 кл.) Найти экспериментально зависимость тока, при котором плавится проводник, от диаметра проводника.

Приборы и материалы: регулируемый источник тока, на-

бор проводников; амперметр, микрометр.

116. (10 кл.) Определить температурный коэффициент давления воздуха.

Приборы и материалы: газовый термометр, водяная баня, ртутный термометр.

117. (10 кл.) Определить число Фарадея.

Приборы и материалы: Амперметр, источник тока, реостат, секундомер, весы, электролитическая ванна, раствор сульфата меди ($CuSO_4$).

118. (10 кл.) Оценить показатель преломления стекла с помощью микроскопа.

Приборы и материалы: микроскоп, набор стекол.

IV ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1970 г., Свердловск)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

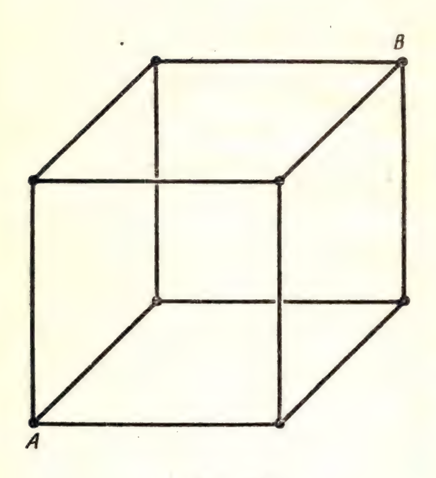


Рис. 26

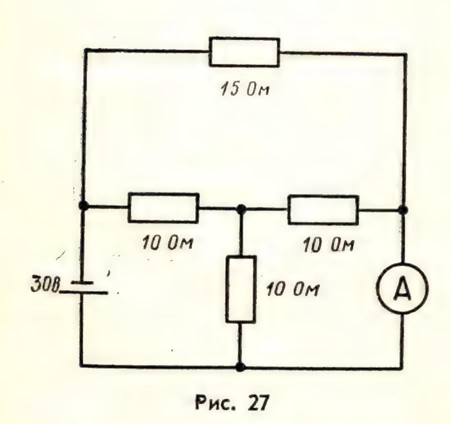


Рис. 27

119. (8 кл.) Мяч брошен вертикально вверх. Что больше: время подъема или время падения?

120. (8 кл.) В сосуде имеются две несмешивающиеся жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2; толщины слоев этих жидкостей равны d_1 и d_2 соответственно. С поверхности жидкости в сосуд опускают маленькое обтекаемое тело, которое достигает дна как раз в тот момент, когда его скорость становится равной нулю. Какова плотность материала, из которого сделано тело?

121. (8 кл.) Какое из ребер проволочного куба нужно удалить, чтобы сопротивление между точками A и B (рис. 26) изменилось наиболее значительно? Сопротивления всех ребер куба одинаковы.

122. (8 кл.) В плоском зеркале видно изображение свечи. Что произойдет с этим изображением, если между зеркалом и свечой поставить плоскопараллельную пластинку?

123. (8—9 кл.) Что покажет амперметр в схеме, изображенной на рисунке 27? Сопротивле-

ние амперметра пренебрежимо мало.

124. Два одинаковых шарика, связанных пружинкой, движутся по горизонтальному полу с одинаковой скоростью, перпендикулярной вертикальной стенке. Опишите, как происходит соударение системы со стенкой. Как будут двигаться шарики после удара? Удар шарика о стенку абсолютно упругий, время соударения пренебрежимо мало по сравнению с периодом колебаний шариков на пружинке.

125. (9 кл.) Оцените, на какую высоту поднимется стрела, пущенная из лука вертикально вверх. Масса стрелы $m = 20$ г, длина тетивы $l = 1$ м. Тетиву оттягивают на $h_0 = 5$ см. Силу упругости натяжения тетивы считать постоянной и равной 250 Н.

126. (9—10 кл.) Почему флаг «полощется» на ветру?

127. (9—10 кл.) U-образная трубка заполнена водой. Из одного колена трубки воздух удален; давление воздуха в другом колене при температуре $t = 20$ °С равно атмосферному. Оба конца трубки запаяны. Разность между уровнями воды в коленах $h = 15$ м. Какой будет разность уровней воды в коленах, если трубку нагреть до 100 °С?

128. (10 кл.) В магнитном поле с большой высоты падает кольцо, имеющее диаметр d и сопротивление R. Плоскость кольца все время горизонтальна. Найти установившуюся скорость падения кольца, если модуль индукции $\vec{B}$ магнитного поля изменяется с высотой H по закону $|\vec{B}| = B_0(1 + \alpha H)$.

129. (10 кл.) На вал якоря динамо-машины намотали веревку, к которой прикрепили груз. Опускаясь, груз вращал якорь. Когда якорь раскрутился, к клеммам машины присоединили сопротивление нагрузки. Изобразите на графике зависимость скорости вращения якоря от времени с момента начала движения груза.

130. (10 кл.) На гладком горизонтальном столе лежат два одинаковых кубика массой m каждый. Кубики соединены пружинкой жесткости k. Длина пружинки в нерастянутом состоянии l_0 (рис. 28). На левый кубик внезапно начинает действовать сила $\vec{F}$, постоянная по модулю и направлению. Найдите минимальное и максимальное расстояние между кубиками при движении системы.

131. (10 кл.) Фотографировать тигра с расстояния менее 20 м опасно. Какой размер может иметь камера-обскура с отверстием диаметром в 1 мм, чтобы тигр на фотографии был полосатым? Расстояние между полосами на шкуре тигра равно 20 см.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

132. (8 кл.) Определить сопротивление электрической лампы карманного фонаря.

Приборы и материалы: батарейка, лампочка, амперметр,

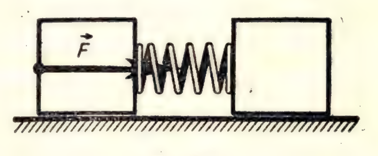


Рис. 28

вольтметр, реостат, соединительные провода.

133. (8 кл.) Определить плотность неизвестной жидкости.

Приборы и материалы: исследуемая жидкость, мерный цилиндр, жидкость с известной плотностью, динамометр.

134. (8 кл.) Определить сопротивление реостата.

Приборы и материалы: источник тока (батарейка), вольтметр, резистор с известным сопротивлением, соединительные провода.

135. (8 кл.) Определить с помощью динамометра массу тела, вес которого больше предела измерения динамометра, но не более, чем вдвое.

Приборы и материалы: динамометр, кубик, нитка.

136. (9 кл.) Определить удельную теплоту парообразования воды.

Приборы и материалы: электроплитка, сосуд с водой, часы, термометр. Удельная теплоемкость воды считается известной.

137. (9 кл.) Определить удельную теплоту растворения поваренной соли (NaCl).

Приборы и материалы: весы, термометр, калориметр, сосуд с водой, поваренная соль.

138. (9 кл.) Определить удельную теплоту плавления нафталина. Удельная теплоемкость нафталина $c = 1{,}3$ кДж/(кг·К).

Приборы и материалы: банка с нафталином, термометр, секундомер, электроплитка.

139. (10 кл.) Определить универсальную газовую постоянную, используя следующее оборудование: манометр, колбу известного объема, весы, барометр, форвакуумный насос, откачивающий воздух до давления 10 мм рт. ст. Относительная молекулярная масса воздуха равна 29.

140. (10 кл.) Получить график зависимости сопротивления термистера от температуры.

Приборы и материалы: термистер, сосуд с водой, электроплитка, источник тока, вольтметр, амперметр, термометр.

141. (10 кл.) Определить индуктивность катушки школьного трансформатора.

Приборы и материалы: разборный школьный трансформатор, источник переменного напряжения (на 36 В), миллиамперметр и вольтметр переменного тока, провода, реостат.

V ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1971 г., Новосибирск)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

142. (8 кл.) В герметически закрытом сосуде в воде плавает кусок льда массой $M = 0{,}1$ кг, в который вмерзла дробинка массой $m = 5$ г. Какое количество тепла нужно затратить, чтобы дробинка начала тонуть? Плотность свинца 11,3 г/см^3, плотность льда 0,9 г/см^3, теплота плавления льда $3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг. Температура воды в сосуде равна 0 °С.

143. (8 кл.) К ящику с двумя клеммами подключили: амперметр, резистор сопротивлением $m = 4$ Ом и источник постоянного напряжения $U_1 = 5$ В (рис. 29). Амперметр показал

силу тока $I_1 = 1$ А. Когда вместо источника напряжения U_1 включили другой источник напряжения $U_2 = 20$ В, амперметр показал силу тока $I_2 = 2$А. Что находится внутри ящика?

144. (8 кл.) На гладком столе расположена система грузов, изображенная на рисунке 30 Коэффициент трения между грузами M и m равен μ. Правый (по рисунку) нижний груз тянут вдоль стола с силой $\vec{F}$, как показано на рисунке 30. Найти ускорение всех грузов системы.

145. (8 кл.) Конькобежец на ледяной дорожке старается пройти вираж как можно ближе к внутренней бровке. Велосипедист же на велотреке проходит вираж возможно дальше от внутренней бровки. Как объяснить это различие в движении конькобежца и велосипедиста на вираже? Профиль трека изображен на рисунке 31.

146. (8 кл.) Оценить максимальную силу, которую будет показывать динамометр, присоединенный между плоскостями, закрывающими «магдебургские полушария» полусферы с радиусом $R = 20$ см (рис. 32). Полусферы растягиваются в противоположные стороны. Атмосферное давление равно 10^5 Па.

147. (8 кл.) В стакан с водой, вращающийся вокруг своей оси, бросают шарик, который плавает на поверхности воды (рис. 33.) В каком месте поверхности будет находиться шарик?

148. (9 кл.) Свет от источника S двумя путями приходит к экрану, проходя через стеклян-

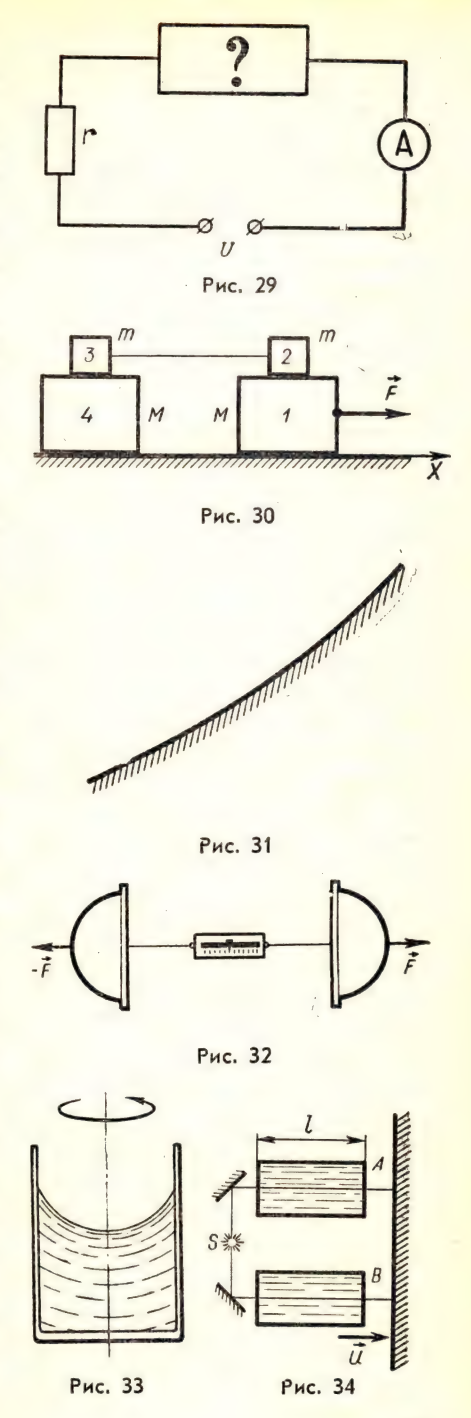


Рис. 29

Рис. 30

Рис. 31

Рис. 32

Рис. 33

Рис. 34

ные прямоугольные призмы A и B (рис. 34). Длина каждой из призм l. Скорость света в воздухе равна c. Показатель преломления стекла n. Насколько быстрее свет пройдет по нижнему пути, если призму B привести в движение в сторону экрана со скоростью v?

149. (9 кл.) Три тела с массами m_1, m_2, m_3 могут скользить вдоль горизонтальной прямой без трения (рис. 35), причем $m_1 >> m_2$ и $m_3 >> m_2$. Определить максимальные скорости двух крайних тел, если в начальный момент они покоились, а среднее тело имело скорость $\vec{v}$. Удары считать абсолютно упругими.

150. (9 кл.) Шар радиуса R соскальзывает по лестнице, ширина и высота ступенек которой $a << R$ (рис. 36). Соударения шара со ступеньками неупругие, трения нет. Какой наибольшей скорости достигнет шар при достаточно большой длине лестницы?

151. (9 кл.) В цилиндре с поршнем находится вода, внутри которой в начальный момент имеется полость объема V (рис. 37). Давление паров в полости пренебрежимо мало. Поршень оказывает на воду постоянное давление p. Какую кинетическую энергию приобретает вода в момент, когда полость исчезнет? Начальная скорость частичек воды равна нулю. Силу тяжести не учитывать.

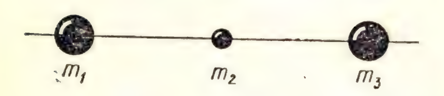


Рис. 35

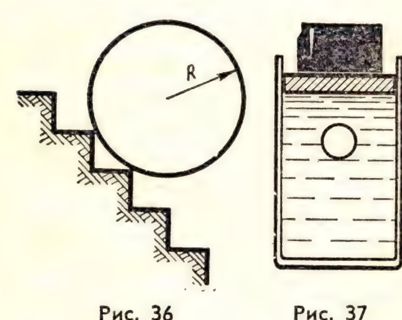


Рис. 36 Рис. 37

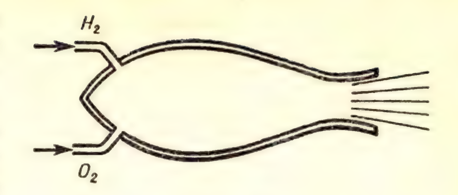


Рис. 38

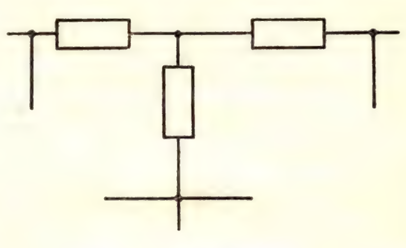


Рис. 39

152. (9—10 кл.) В камеру сгорания реактивного двигателя (рис. 38) поступает в секунду масса m водорода и необходимое для полного сгорания количество кислорода. Площадь сечения выходного отверстия сопла двигателя S, давление в этом сечении p, абсолютная температура T. Определить силу тяги двигателя.

153. (10 кл.) На рисунке 39 показана часть схемы, состоящей из резисторов, сопротивления которых неизвестны. Как, имея амперметр, вольтметр, источник тока и соединительные

провода, можно определить сопротивление одного из резисторов, не разрывая ни одного контакта в схеме?

154. (10 кл.) К маятнику AB с шариком массой M подвешен маятник BC с шариком массой m (рис. 40). Точка A совершает колебания в горизонтальном направлении с периодом T. Найти длину нити BC, если известно, что нить AB все время остается вертикальной.

155. (10 кл.) Два протона и два позитрона, первоначально покоившиеся в вершинах квадрата (рис. 41), разлетаются. Отношение их масс $M/m = 2000$, а заряды одинаковы. Найти отношение скоростей протонов и позитронов после разлета (на бесконечности).

156. (10 кл.) Свет от источника S по пути к экрану проходит через стеклянную прямоугольную призму длиной l (рис. 42). Насколько быстрее свет дойдет до экрана, если призму привести в движение в сторону экрана со скоростью $\vec{v}$? Скорость света в воздухе c, показатель преломления стекла n.

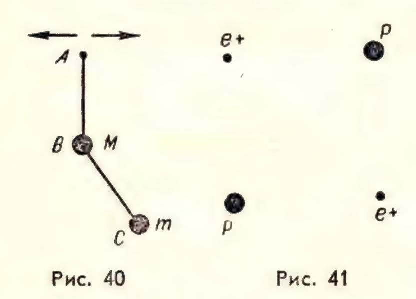


Рис. 40 Рис. 41

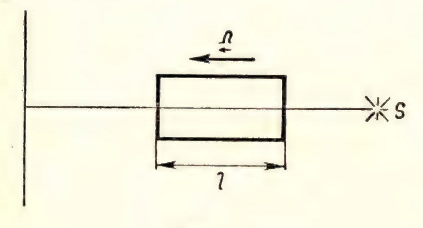


Рис. 42

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

157. (8 кл.) В одной закрытой коробке находится электрическая лампа для карманного фонаря, в другой — резистор. Определить, в какой коробке находится лампа.

Приборы и материалы: источник тока, две коробки с выводами, реостат, миллиамперметр, два милливольтметра, соединительные провода.

158. (8 кл.) Определить КПД наклонной плоскости.

Приборы и материалы: трибометрическая линейка, деревянный брусок, масштабная линейка, штатив.

159. (8 кл.) Масса стального шарика 50 г. Найти массу пластилинового шарика и потерю механической энергии при их неупругом ударе.

Приборы и материалы: стальной и пластилиновый шарики диаметром 20—30 мм, нити, штатив со стержнем, транспортир, масштабная линейка, пластилин. Плотность пластилина 1,2 г/см^3.

160. (8—9 кл.) Определить отношение коэффициента трения покоя к коэффициенту трения скольжения дерева по дереву.

Приборы и материалы: деревянный брусок, 2—3 круглых деревянных стержня, секундомер, масштабная линейка.

161. (9 кл.) Определить плотность неизвестной жидкости.

Приборы и материалы: два сосуда с одной и той же жид-

костью, стеклянная трубка длиной 80—100 см, масштабная линейка, резиновая трубка, воронка.

162. (9—10 кл.) Определить процентное содержание снега в воде в начале опыта.

Приборы и материалы: калориметр, термометр, мензурка, сосуд с комнатной водой, смесь снега с водой, калориметрическое тело.

163. (9—10 кл.) Определить зависимость периода колебания физического маятника от положения его точки подвеса.

Приборы и материалы: физический маятник (линейка с одним отверстием для подвеса), физический маятник (линейка с несколькими отверстиями), штатив со стержнем (ось маятника), масштабная линейка.

164. (10 кл.) Найти показатель преломления вещества плоскопараллельной пластины относительно воздуха.

Приборы и материалы: плоскопараллельная пластина (прозрачная), чистый лист бумаги, чертежный циркуль, линейка без делений.

165. (10 кл.) Определить ЭДС неизвестного источника тока, а также его внутреннее сопротивление.

Приборы и материалы: источник тока с неизвестной ЭДС, источник тока с известной ЭДС, два конденсатора одинаковой емкости, микроамперметр, резистор с сопротивлением 1 Ом.

VI ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1972 г., Тбилиси)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

166. (8—9 кл.) Шестиугольный карандаш толкнули вдоль горизонтальной плоскости, как показано на рисунке 43. При каких значениях коэффициента трения μ между карандашом и плоскостью карандаш будет скользить по плоскости не вращаясь?

167. (8—9 кл.) Кубик из пенопласта массой $M = 100$ г лежит на горизонтальной подставке (рис. 44). Высота кубика $h = 10$ см. Снизу кубик пробивает вертикально летящая пуля массой $m = 10$ г.

Скорость пули при входе в кубик $v_1 = 100$ м/с, при вылете $v_2 = 95$ м/с. Подпрыгнет ли кубик?

168. (8—9 кл.) В коробке (рис. 45, *а*) собрана некоторая электрическая цепь и сделаны две пары выводов: «вход» и «выход». К клеммам «выход» подключен идеальный амперметр (его сопротивление равно нулю). К клеммам «вход» подключают через резистор сопротивлением $R = 1$ Ом батарею с ЭДС $\mathcal{E} = 4$ В. При этом через амперметр течет ток $I_1 = 1$ А. Если к клеммам «вход» подключить цепь из двух таких батарей и таких же двух

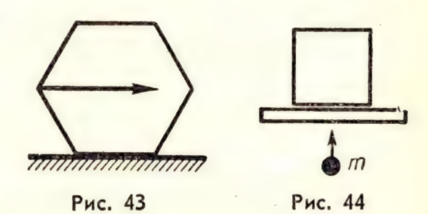


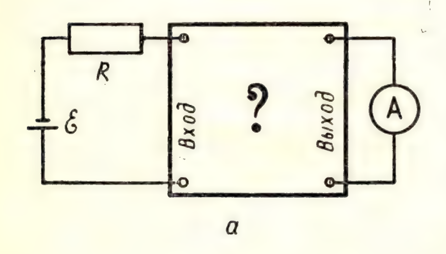
Рис. 43 Рис. 44

резисторов (рис. 45, *б*), то через амперметр течет ток $I_2 = 2$ А. Начертите схему какой-нибудь одной, по возможности простой, цепи, заключенной внутри коробки.

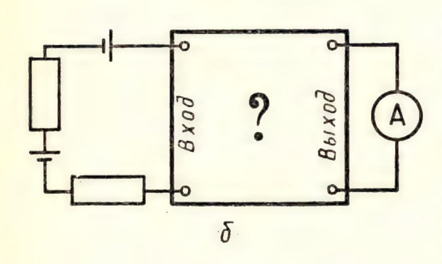
169. (9 кл.) К динамометру приложена сила 4 Н так, что он движется с постоянным ускорением по горизонтальному столу. Что показывает динамометр, если масса пружины равна массе корпуса?

170. (8—9 кл.) На гладкий горизонтальный стол поставили вертикально гантельку, состоящую из невесомого стержня с двумя одинаковыми маленькими шариками на концах (рис. 46). Верхнему шарику ударом сообщают скорость v в горизонтальном направлении. При какой минимальной длине гантельки l нижний шарик сразу оторвется от стола?

171. (9 кл.) В расположенном горизонтально цилиндре



а



б

Рис. 45

Рис. 46

Рис. 47

(рис. 47) слева от закрепленного поршня находится 1 моль идеального газа. В правой части цилиндра вакуум, а пружина, расположенная между поршнем и стенкой цилиндра, находится в недеформированном состоянии. Цилиндр теплоизолирован от окружающей среды. Когда поршень освободили, объем, занимаемый газом, увеличился вдвое. Как изменится температура газа и его давление? Теплоемкости цилиндра, поршня и пружины пренебрежимо малы.

172. (9 кл.) Для дальней космической связи используется спутник объемом $V = 1000$ м^3, наполненный воздухом, находящимся при нормальных условиях. Метеорит пробивает в корпусе спутника отверстие площадью $S = 1$ см^2. Оценить время, через которое давление внутри спутника изменится на 1%. Температуру газа считать неизменной.

173. (9 кл.) К выходу «черного ящика» подключен идеальный амперметр. Если ко входу подключена батарея с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением R, то сила тока, текущего через амперметр, ровно в 2 раза меньше, чем в том случае, когда ко входу ящика подключены две такие батареи, соединенные последовательно. Нарисовать про-

стейшую возможную схему цепи, заключенной внутри «черного ящика».

174. (9 кл.) В однородной плазме с концентрацией зарядов n (число зарядов каждого знака в единице объема) все электроны, первоначально находящиеся в слое толщиной d, смещаются по нормали к этому слою на расстояние d.

Найти напряженность электрического поля в точках плоскости S (рис. 48).

175. (10 кл.) Определить, во сколько раз изменится освещенность изображения Солнца, полученного с помощью плосковыпуклой линзы, если линзу разрезать по диаметру и сложить плоскими сторонами.

176. (10 кл.) В горизонтально расположенном цилиндре (рис. 47) слева от закрепленного поршня находится идеальный газ. В правой части цилиндра — вакуум, а пружина, связывающая поршень со стенкой, не деформирована. Цилиндр теплоизолирован от окружающей среды. Когда поршень освободили, объем, занимаемый газом, увеличился вдвое. Как изменилась температура газа? Теплоемкостью цилиндра и поршня пренебречь. Коэффициент пропорциональности между температурой и внутренней энергией газа равен c, так что $U = cT$.

177. (10 кл.) Согласно одной из первых моделей (модель Томсона), атом водорода представляет собой равномерно заряженный положительным электричеством шар, в центре которого находится электрон. В целом атом нейтрален. Найти радиус такого атома, если известно, что минимальная энергия, которую нужно сообщить электрону для его удаления из атома на большое расстояние, равна W_i. Заряд электрона e.

Указание. Принять во внимание, что равномерно заряженный шаровой слой в своей внутренней полости электрического поля не создает.

178. (10 кл.) Проводящий стержень подвешен горизонтально на двух легких проводах в магнитном поле, индукция которого направлена вертикально

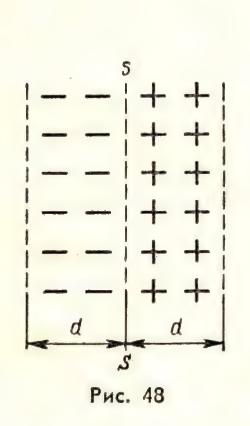


Рис. 48

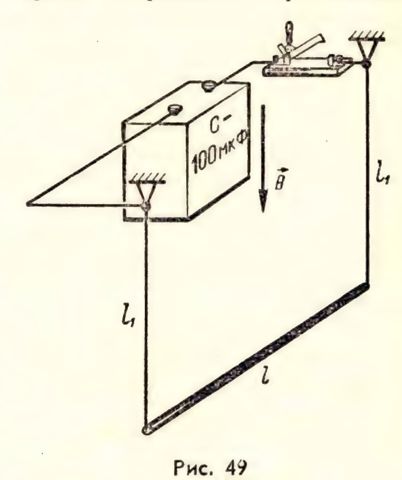


Рис. 49

вниз и по модулю равна $B = 1$ Тл (рис. 49). Длина стержня $l = 0{,}2$ м, масса $m = 10$ г, длина проводов $l_1 = 0{,}1$ м. К точкам закрепления проводов подключают конденсатор емкостью $c = 100$ мкф, заряженный до напряжения $U = 100$ В. Определить: а) максимальный угол отклонения системы от положения равновесия после разрядки конденсатора, считая, что разрядка происходит за очень малое время; б) емкость C_1 конденсатора, при разрядке которого система отклонится на угол $\alpha = 3°$, если при разрядке заряженного до такого же напряжения конденсатора емкостью $C_0 = 10$ мкф угол отклонения $\beta = 2°$.

179. (10 кл.) Имеются две катушки, расположенные коаксиально. В одной из катушек сила тока, создаваемого внешним источником, изменяется во времени так, как показано на рисунке 50. Вторая катушка замкнута накоротко. Изобразить на графике зависимость силы тока во второй катушке от времени.

Рис. 50

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

180. (8 кл.) Определить ускорение свободного падения.

Приборы и материалы: неподвижный блок, два груза, весы, набор гирь, секундомер, нить.

181. (8 кл.) Определить на опыте зависимость периода крутильных колебаний диска (рис. 51) от его радиуса и массы.

Приборы и материалы: секундомер, весы, разновес, набор дисков.

182. (8 кл.) Построить график зависимости силы упругости резинового жгутика от его удлинения.

Приборы и материалы: резиновый жгутик, грузик (неизвестной массы), линейка.

183. (8—9 кл.) Определить теплоту плавления льда.

Приборы и материалы: термометр, вода, лед, мерный цилиндр.

184. (9 кл.) Определите зависимость сопротивления, действующего на шарик, движущийся в вязкой среде, от размеров шарика. Известно, что сила

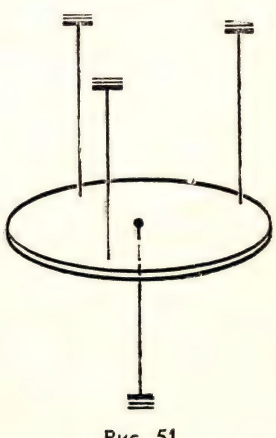


Рис. 51

сопротивления прямо пропорциональна скорости движения шарика в вязкой среде.

Приборы и материалы: трубка с глицерином, набор шариков одинаковой плотности, секундомер, штангенциркуль.

185. (9 кл.) Определить электрическую емкость конденсатора методом его зарядки или разрядки.

Приборы и материалы: конденсатор большой емкости, микроамперметр, резистор с известным сопротивлением, источник постоянного тока, секундомер, ключ, провода.

186. (9 кл.) Определить зависимость полезной мощности от силы тока в цепи; определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника постоянного тока.

Приборы и материалы: источник постоянного тока, амперметр, вольтметр, реостат, ключ, провода.

187. (9—10 кл.) Определить диэлектрическую проницаемость диэлектрика (промасленной бумаги).

Приборы и материалы: промасленная бумага между двумя слоями металлической фольги, вольтметр на 300 В, миллиамперметр (с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением), линейка, микрометр, стеклянная трубка, источник напряжения (сеть 220 В), ключ, провода.

188. (10 кл.) Определить амплитудное значение силы переменного тока.

Приборы и материалы: источник переменного тока низкого напряжения, калориметр, крышка калориметра с зажимами, мешалка, фехралевый проводник, весы с разновесами, мерный цилиндр, термометр, провода, секундомер, линейка, микрометр, плоскогубцы, стеклянная трубка, ключ.

189. (10 кл.) Измерить периоды крутильных колебаний дисков разной толщины и разного радиуса. Выяснить, равенство каких величин обеспечивает равенство периодов колебаний.

Приборы и материалы: подвес (см. рис. 51), секундомер, набор дисков разных размеров, но одинаковой массы.

190. (10 кл.) Определить индукцию магнитного поля постоянного магнита.

Приборы и материалы: магнит, гальванометр, источник тока, катушка с числом витков $n = 1200$ и малым сопротивлением, магнитная стрелка.

191. (10 кл.) Определить зависимость индукции магнитного поля прямолинейного тока от силы тока и расстояния до тока. Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Приборы и материалы: магнитная стрелка, большая про-

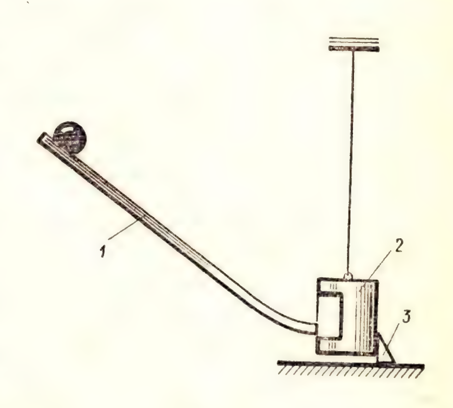


Рис. 52

волочная рамка, источник тока, реостат, вольтметр, линейка.

192. (10 кл.) Определить потери энергии движущимся телом при его столкновении с баллистическим маятником (рис. 52).

Приборы и материалы: лоток (1), набор кубиков, баллистический маятник (2), перемещающийся упор (3).

VII ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1973 г., Ленинград)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

193. (8 кл.) Модели корабля толчком сообщили скорость $v = 10$ м/с. При движении модели на нее действует сила сопротивления, модуль которой пропорционален скорости: $F = -kv$. Найти: а) путь, пройденный моделью за время, в течение которого ее скорость уменьшилась вдвое; б) путь, пройденный моделью до полной остановки. Считать $k = 0{,}5$ кг/с. Масса модели $m = 0{,}5$ кг.

194. (8 кл.) По деревянным сходням, образующим угол α с горизонтом, за веревку равномерно втаскивают ящик. Коэффициент трения ящика о сходни μ. Под каким углом к горизонту следует направить веревку, чтобы втаскивать ящик с наименьшим усилием?

195. (8 кл.) На конце доски длиной L и массой M находится короткий брусок массой m (рис. 53). Доска может скользить без трения по горизонтальной плоскости. Коэффициент трения скольжения бруска по поверхности доски равен μ. Какую скорость v нужно толчком сообщить доске, чтобы она выскользнула из-под бруска?

196. (8 кл.) Для того чтобы включить лампу в сеть, напряжение которой больше напряжения, на которое рассчитана лампа, можно воспользоваться одной из схем (рис. 54). У какой из этих схем коэффициент полезного действия выше, если в каждом случае лампа горит в нормальном режиме?

197. (8—9 кл.) Однородной тонкой шайбе, лежащей на горизонтальной шероховатой поверхности, сообщают вращательное движение с угловой скоростью ω и поступательное со скоростью $\vec{v}_0$ (рис. 55). По какой траектории движется центр шайбы? В каком случае шайба пройдет больший путь до оста-

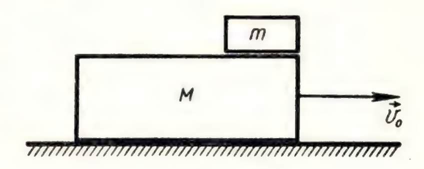
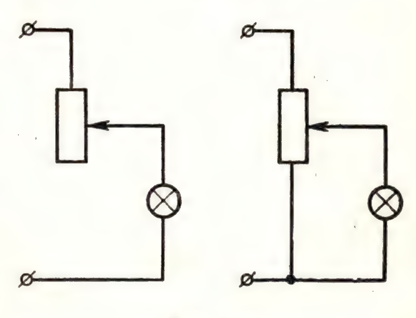


Рис. 53


Рис. 54

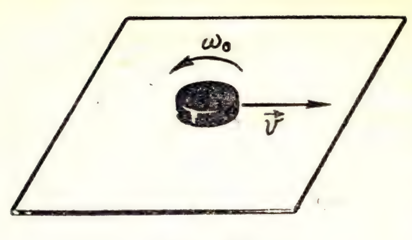


Рис. 55

новки: при $\omega_0 = 0$ или при $\omega_0 \neq 0$ ($\vec{v}_0$ одинаково в обоих случаях)?

198. (9 кл.) Для измерения расстояния, проходимого санями, было использовано велосипедное колесо с длиной окружности в 1 м, устанавливаемое сзади саней и связанное со счетчиком оборотов. При ремонте этого прибора к ободу колеса пришлось прикрепить дополнительный груз малого размера, имеющий массу $m = 30$ г. При какой скорости движения саней колесо начнет подпрыгивать? Масса колеса $M = 450$ г.

199. (9 кл.) Заряженный металлический шар радиуса R разрезан на две части по плоскости, отстоящей на расстоянии h от центра (рис. 56). Найти силу, с которой отталкиваются эти части. Полный заряд шара Q.

200. (9 кл.) Диод включен в цепь, изображенную на рисунке 57. Идеализированная вольтамперная характеристика диода приведена на рисунке 58. Конденсатор предварительно не заряжен. Ключ K замыкают. Какое количество тепла выделится в резисторе сопротивлением R при зарядке конденсатора? Емкость конденсатора C, ЭДС источника $\mathcal{E}$. Внутреннее сопротивление источника мало.

201. (9—10 кл.) В стакан налиты две несмешивающиеся жидкости: четыреххлористый углерод (CCl_4) и вода. При нормальном атмосферном давлении четыреххлористый углерод кипит при 76,7 °С, а вода — при 100 °С. При равномерном нагревании стакана в водяной бане кипение на границе раздела жидкостей начинается при температуре 65,5 °С. Определить, какая из жидкостей быстрее выкипает при таком «пограничном» кипении и во сколько раз. Давление насыщающих паров воды при 65,5 °С составляет 192 мм рт. ст.

202. (10 кл.) На покоящуюся на гладкой горизонтальной поверхности систему, состоящую из двух шариков массой m каждый, соединенных пружи-

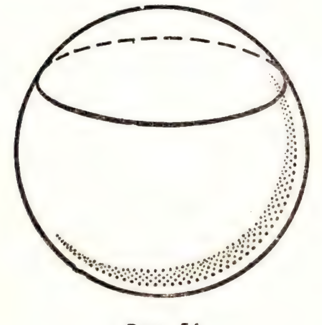


Рис. 56

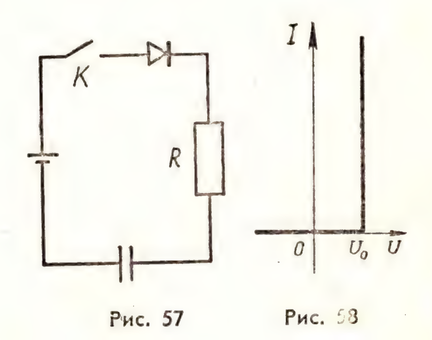


Рис. 57 Рис. 58

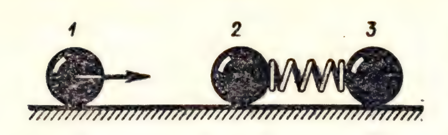


Рис. 59

ной, налетает слева шарик массой M (рис. 59). При этом происходит лобовой абсолютно упругий удар. Найти приближенно отношение масс $\frac{m}{M} = \gamma$, при котором удар произойдет еще раз.

203. (10 кл.) По деревянным сходням, образующим угол α с горизонтом, втаскивают за веревку ящик. Коэффициент трения ящика о сходни μ. Под каким углом к горизонту следует направить веревку, чтобы с наименьшим усилием втаскивать ящик: а) равномерно, б) с заданным ускорением $\vec{a}$?

204. (10 кл.) Электродвигатель постоянного тока с независимым возбуждением (или с постоянным магнитом) поднимает груз со скоростью v_1 при помощи нити, наматывающейся на вал двигателя. В отсутствие груза невесомая нить поднимается со скоростью v_0. С какой скоростью v_2 будет опускаться тот же груз, если в цепи якоря произойдет замыкание, в результате которого обмотка якоря окажется замкнутой накоротко? Трением в подшипниках пренебречь.

205. (10 кл.) На тороидальный сердечник из феррита с магнитной проницаемостью $\mu = 2000$ намотаны две катушки: первичная, содержащая $n_1 = 2000$ витков, и вторичная, в которой имеется $n_2 = 4000$ витков. Когда на первичную катушку было подано напряжение $U_1 = 100$ В, на разомкнутой вторичной было $U_2 = 199{,}0$ В. Найти, какое напряжение будет на разомкнутой вторичной катушке, если использовать другой сердечник такого же размера, но из феррита с $\mu = 20$. Рассеяние магнитного потока и потери в сердечнике не учитывать.

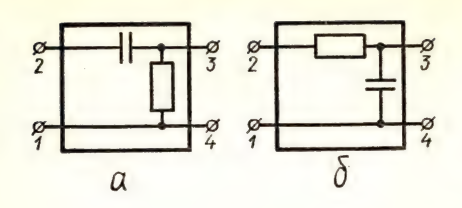
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

206. (8 кл.) На вашем столе установлен баллистический пистолет, стреляющий стальным шариком. В вашем распоряжении имеются: линейка для измерения расстояний, ящик с песком, кусок мела и тригонометрические таблицы. Угол, под которым производится выстрел, измеряется с помощью угломера (транспортир и отвес), соединенного со стволом пистолета.

До установки мишени членом жюри вы имеете право стрелять любое количество раз под любым углом к горизонту.

Определите место попадания шарика из баллистического пистолета при заданном угле выстрела и заданной высоте установки мишени, после того как член жюри установит угол, под которым нужно стрелять, и высоту мишени над полом. Вы должны установить мишень в нужном месте и в присутствии члена жюри произвести единственный выстрел и попасть в мишень.

207. (9 кл.) Измерить среднюю удельную теплоемкость трансформаторного масла в интервале температур 45—50 °С или 50—55 °С.



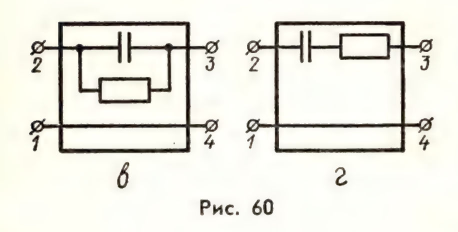


Рис. 60

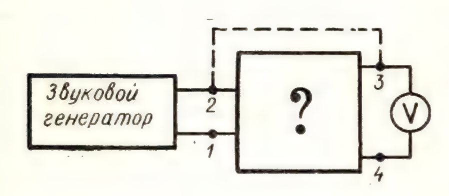


Рис. 61

Приборы и материалы: Калориметр (химический стакан с пенопластовой теплоизоляцией), термометр со шкалой 0—50°С, электронагреватель-мешалка (сопротивление нагревателя при температуре опыта 200 Ом, а допустимая мощность, выделяемая на нагревателе в жидкости, 30 Вт), миллиамперметр, реостат на 30 Ом, 5 А, штатив лабораторный, секундомер, источник постоянного напряжения 50 В. Лабораторные весы, масло, дистиллированная вода находятся на отдельных столах. Пользоваться ими можно с разрешения дежурных членов жюри. Градуировку всех приборов считать идеальной.

208. (10 кл.) Определить, какая из приведенных схем (рис. 60) соответствует цепи, содержащейся в предложенном вам ящике. Определить параметры элементов, входящих в схему.

Для решения поставленной задачи в вашем распоряжении имеются источник переменного напряжения (звуковой генератор), способный вырабатывать синусоидальное напряжение с частотой от 20 Гц до 200 кГц, и ламповый вольтметр. Звуковой генератор подключен к контактам *1* и *2* (рис. 60). Ламповый вольтметр можно подключать к контактам *2* и *4* либо *3* и *4*. Собранная к вашему приходу схема изображена на рисунке 61. Кроме того, в вашем распоряжении — три резистора с разными сопротивлениями, которые вы можете включать между любой парой контактов.

VIII ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1974 г., Горький)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

209. (8 кл.) По сторонам прямого угла скользит жесткая палочка длиной $2l$, посередине которой закреплена бусинка массы m. Скорость точки B постоянна и равна v (рис. 62). Определить, с какой силой действует бусинка на палочку в тот момент, когда $\alpha = 45°$.

210. (8 кл.) Канал проходит по мосту над шоссе. В каком случае давление на мост больше: когда по каналу движется пустая или нагруженная баржа?

211. (8—9 кл.) Трубка, в которой находится пружинка длиной $l_0 = 2$ см с прикрепленным к ней шариком, может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через конец трубки. Свободный конец пружинки прикреплен к трубке (рис. 63). Нарисуйте примерный график зависимости смещения шарика вдоль трубки от угловой скорости при увеличении ее от нуля до значения, при котором $F = 5H$. Как изменится

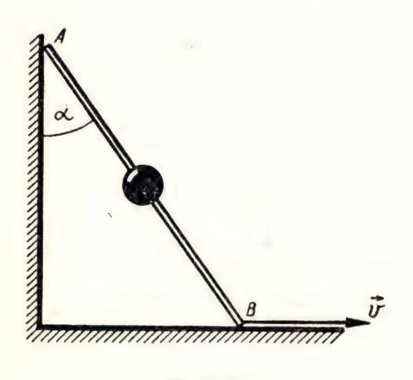


Рис. 62

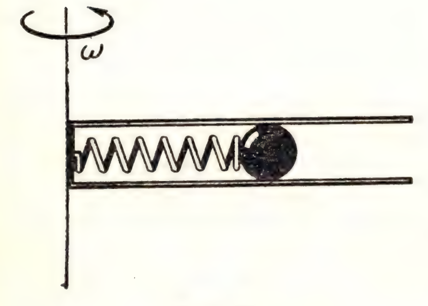


Рис. 63

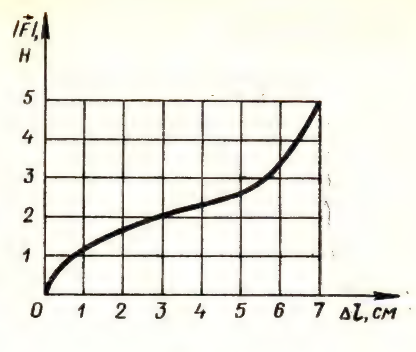


Рис. 64

эта зависимость при уменьшении угловой скорости? График зависимости модуля силы упругости F от удлинения пружины представлен на рисунке 64.

212. (8—9 кл.) В неотапливаемом помещении работает холодильник с терморегулятором. В момент подключения холодильника к сети температура на улице, в помещении и в холодильнике была одинакова. Считая температуру на улице постоянной, изобразите приближенно на графиках, как менялась температура в помещении после подключения холодильника. Рассмотрите три случая: 1) холодильник пустой; 2) заполнен продуктами; 3) дверца холодильника открыта. Все три графика зависимости температуры от времени начертите на одном рисунке.

213. (9 кл.) Сосуд C сообщается с окружающим пространством через малое отверстие. Температура газа в окружающем пространстве T, давление p. Газ настолько разрежен, что молекулы при пролете в сосуд и из сосуда на протяжении размеров отверстия не сталкиваются друг с другом. В сосуде

поддерживается температура 4 T. Каким будет давление в сосуде?

214. (9 кл.) Заряженные шарики с одинаковой массой, расположенные на расстоянии l друг от друга, отпустили без начальной скорости. Через время t расстояние между ними удвоилось. Через какое время удвоится расстояние между этими шариками, если их отпустить с начального расстояния $3l$?

215. (9 кл.) При исследовании упругих свойств стальной проволоки длиной l установили, что если один конец ее закрепить, а другой повернуть на угол α вокруг оси, то возникает момент сил упругости $M = k\alpha$. После этого из проволоки навили пружину радиуса R с шагом, много меньшим R. Определить жесткость пружины, считать, что упругие свойства стали после навивки пружины полностью восстанавливаются.

216. (10 кл.) Снимок (рис. 65) сделан однолинзовым объективом с фокусным расстоянием $F = 4$ см. Фотография увеличена в $n = 10$ раз. Определите приблизительно расстояние между предметами в натуре, например расстояние l_0 от объектива до окна, расстояние l от окна до мостика, высоту h объектива над подоконником.

217. (10 кл.) Два автомобиля A и B едут рядом по шоссе с одинаковыми скоростями, равными по модулю v. Затем автомобиль A увеличивает свою скорость до $2v$. Относительно наблюдателя, стоящего на шоссе, кинетическая энергия автомобиля выросла на $\Delta W_1 = \frac{3}{2}mv^2$, а относительно шофера в автомобиле B энергия увеличилась на $\Delta W_2 = \frac{1}{2}mv^2$. Объясните парадокс: количество сгоревшего топлива для обоих наблюдателей одно и то же, а изменение энергии разное. Одинакова ли теплота сгорания топлива с точки зрения каждого из наблюдателей?

218. (10 кл.) Два одинаковых конденсатора A и B, каждый с емкостью C, и катушка с индуктивностью L соединены, как показано на рисунке 66. В начальный момент ключ K разомкнут, конденсатор A заряжен до разности потенциалов U. Конденсатор B не заряжен и ток в катушке отсутствует. Определить максимальное значе-

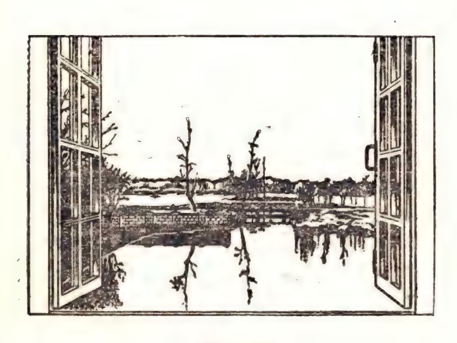


Рис. 65

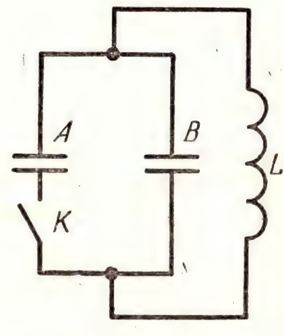


Рис. 66

ние силы тока в катушке после замыкания ключа.

219. (10 кл.) Круглая металлическая пластина падает вертикально вниз в однородном магнитном поле, параллельном поверхности Земли. В процессе падения она остается параллельной линиям индукции магнитного поля и перпендикулярной поверхности Земли. Толщина пластины d много меньше ее радиуса R, ее масса равна m, модуль индукции магнитного поля B, ускорение свободного падения g. Определить ускорение, с которым падает пластина.

220. (10 кл.) Из одной точки на дне горизонтального кругового желоба разлетаются шарики под небольшими углами к образующей желоба с одинаковыми проекциями скорости на направление образующей. Встретятся ли эти шарики?

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

221. (8 кл.) Период колебания T груза на пружине зависит от массы m груза. Изучите эту зависимость, используя пружину, секундомер и набор грузов с известными массами. По результатам опыта постройте график. Постарайтесь подобрать формулу, описывающую полученную зависимость T от m.

При некоторых значениях массы груза легко заметить, что колебания вдоль пружины сопровождаются маятникообразными колебаниями. Изучите это явление и опишите его закономерности.

222. (9 кл.) Изучите «черный ящик» (электрический четырехполюсник), о котором известно только то, что он состоит из четырех двухполюсников, соединенных звездой (т. е. так, как показано на рисунке 67).

Приборы и материалы: батарейка, вольтметр и миллиамперметр, проводники.

Примечание. В «черном ящике» находилась одна из схем, показанная на рисунке 68.

223. (10 кл.) Что происходит с изображением предмета, полученным при помощи собирающей линзы, если закрыть половину линзы непрозрачным экраном?

Ответьте на этот вопрос, а затем проверьте свой ответ экспериментально, получив на белом экране с помощью линзы изображение стрелки-предмета при двух различных значениях увеличения Г: 1) $Г > 3$; 2) $Г < 1/3$.

Опишите и объясните свои экспериментальные результаты.

Для проверки этих объяснений придумайте и осуществите качественные и количественные контрольные опыты, используя

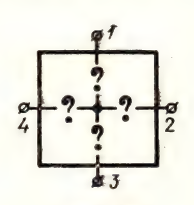


Рис. 67

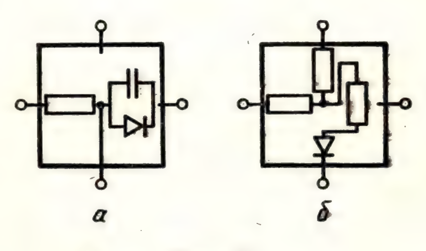


Рис. 68

для этого по своему усмотрению любые детали установки: линзу, стрелку-предмет, фонарь, белый экран, черную бумагу, линейки, ножницы.

Проведите аналогичные исследования для действительного изображения, наблюдаемого без экрана, и для мнимого изображения.

В качестве предмета в этих опытах удобно использовать нить лампочки.

При наблюдениях без экрана между источником света и глазом обязательно помещайте пленку — ослабитель света!

Приборы и материалы: линза, фонарь, предмет, штатив, экран, ослабитель, черная бумага, линейка, настольная лампа.

IX ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1975 г., Калуга)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

224. (8 кл.) Ракета имеет два двигателя, которые могут сообщать ей постоянные ускорения a_1 и a_2, направленные вертикально вверх. Первый двигатель рассчитан на работу в течение времени t_1, а второй — в течение времени t_2, причем $a_1 > a_2$ и $t_1 < t_2$. Двигатели могут включаться как одновременно, так и последовательно. Какой порядок включения двигателей следует выбрать для того, чтобы к моменту окончания работы двигателей ракета поднялась на максимальную высоту?

225. (8 кл.) Космический корабль движется по круговой орбите вокруг Земли в плоскости орбиты Луны с угловой скоростью, равной угловой скорости вращения Луны вокруг Земли. Во время движения корабль находится на прямой, соединяющей центры Луны и Земли. Расстояние от корабля до Земли таково, что силы притяжения, действующие на корабль со стороны Земли и Луны, равны друг другу. Работают ли двигатели корабля? Каков вес космонавта, находящегося на корабле? Масса космонавта $m = 70$ кг, период обращения Луны вокруг Земли $T = 27{,}3$ сут. Масса Земли в 81 раз больше массы Луны, а расстояние L от Земли до Луны примерно равно 60 земным радиусам. Радиус Земли $R_З$ принять равным 6400 км.

226. (8 кл.) Для регулирования напряжения на нагрузке собрана схема, показанная на рисунке 69. Сопротивления нагрузки и обмотки потенциометра одинаковы и равны R. Нагрузка подключена к половине обмотки потенциометра. Как надо изменить положение движка по-

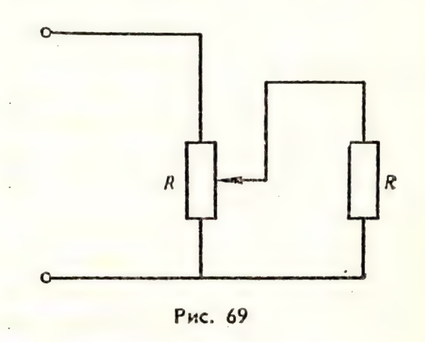


Рис. 69

тенциометра для того, чтобы напряжение на нагрузке осталось прежним, если напряжение U на входе цепи увеличивается вдвое?

227. (8 кл.) Угол, под которым видно Солнце с Земли (угловой диаметр), равен приблизительно $\alpha \approx 10^{-2}$ рад. Радиус Земли $R_з = 6400$ км. Определите отношение средних плотностей Земли и Солнца, принимая во внимание, что 1 год $\approx$ $\approx 3 \cdot 10^7$ с.

П р и м е ч а н и е. Объем шара вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (где R — радиус шара).

228. (8—9 кл.) Оцените мощность двигателя, необходимую для поддержания в воздухе вертолета массой $m = 500$ кг, если лопасти пропеллера имеют длину $l = 3$ м.

Считать, что весь воздух под вращающимися лопастями движется однородным потоком вниз.

229. (9 кл.) Идеальный одноатомный газ, находящийся при нормальных условиях, переводят из состояния *1* в состояние *2* двумя способами: $1 \to 3 \to 2$ и $1 \to 4 \to 2$ (рис. 70). Найти отношение количеств теплоты, которые необходимо сообщить 1 кмоль газа в этих двух процессах.

230. (9 кл.) Заряд Q равномерно распределен по тонкому диэлектрическому кольцу, которое лежит на гладкой горизонтальной плоскости. Индукция магнитного поля, перпендикулярного плоскости кольца, меняется от 0 до B_0. Какую угловую скорость вращения приобретает при этом кольцо? Масса кольца равна m.

231. (9—10 кл.) Найти зависимость напряжения на резисторе R цепи, схема которой показана на рисунке 71, от сопротивления этого резистора. ЭДС каждого из источников равна $\mathscr{E}$, а внутреннее сопротивление r. Диод считать идеальным (его сопротивление в прямом направлении равно нулю, а в обратном — бесконечно велико).

232. (9 кл.) Космический корабль вращается вокруг Луны по круговой орбите радиуса $R = 3{,}4 \cdot 10^6$ м. С какой скоростью нужно выбросить из корабля вымпел по касательной к траектории корабля, чтобы он упал на противоположной стороне Луны? Через какое время вымпел упадет на Луну? При-

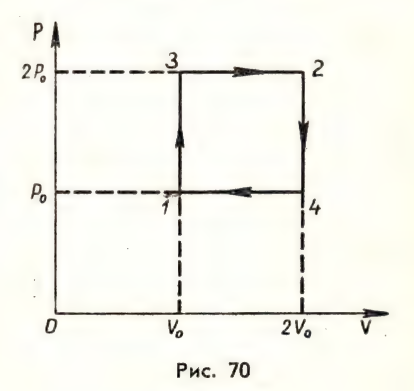


Рис. 70

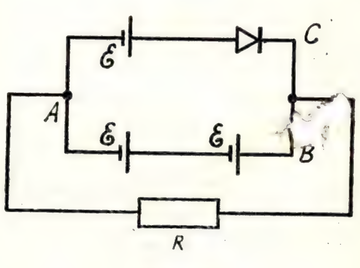


Рис. 71

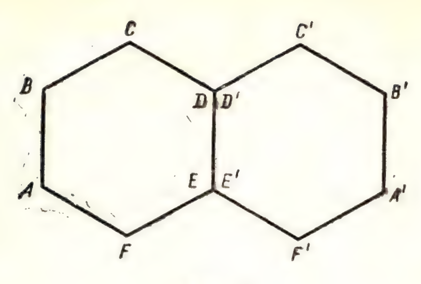


Рис. 72

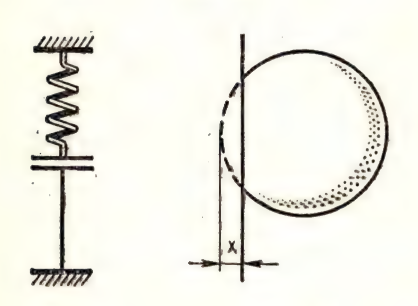


Рис. 73 Рис. 74

нять, что ускорение свободного падения тел вблизи поверхности Луны в 6 раз меньше, чем на Земле.

Радиус Луны принять равным $1{,}7\cdot 10^6$ м.

233. (10 кл.) Космический корабль подходит к Луне по параболической траектории, почти касающейся поверхности Луны. Чтобы перейти на стелющуюся круговую орбиту, т. е. круговую орбиту, очень близкую к поверхности Луны, в момент наибольшего сближения с Луной включается тормозной двигатель.

Определить, насколько изменится скорость движения корабля при выполнении этого маневра. Ускорение свободного падения тел на поверхности Луны $g_л = 1{,}7$ м/с², радиус Луны $R_л = 1{,}7\cdot 10^6$ м.

Дополнительный вопрос. Попробуйте оценить, какую часть первоначальной массы корабля должно составить сожженное горючее, если тормозной двигатель выбрасывает продукты сгорания с относительной скоростью $v = 4\cdot 10^3$ м/с.

234. (10 кл.) Две правильные шестигранные призмы $ABCDEF$ и $A'B'C'D'E'F'$ из прозрачного материала сложены вплотную зачерненными гранями DE и $D'E'$ (рис. 72). Остальные грани имеют просветляющее покрытие, т. е. на них не происходит отражения света. Грань AB освещается широким параллельным пучком света, параллельным плоскости основания призмы. При некотором значении угла падения весь световой поток, попадающий на грань AB, выходит через грань $A'B'$ второй призмы. Определить показатель преломления материала призм.

235. (10 кл.) Одна из обкладок плоского конденсатора площадью S подвешена на пружине, а другая обкладка закреплена неподвижно (рис. 73). Расстояние между пластинами в начальный момент равно l_0. Конденсатор на короткое время подключили к батарее, и он зарядился до напряжения U. Какой должна быть жесткость k пружины, чтобы не происходило касания пластин в результате их взаимного притяжения после зарядки?

Смещением пластины конденсатора за время зарядки можно пренебречь.

236. (10 кл.) При слабом ударе футбольного мяча о стенку он деформируется, как показано на рисунке 74. При этом деформация x мяча много меньше

его радиуса и можно с хорошим приближением считать, что давление p воздуха в мяче в процессе удара не меняется. Пренебрегая упругостью покрышки, оценить время соударения мяча со стеной. Провести числовой расчет этого времени для случая, когда масса мяча $m = 0,5$ кг, давление в нем $p = 2 \cdot 10^5$ Па и радиус мяча $R = 12,5$ см.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

237. (8 кл.) Определить несколькими способами плотности масла и раствора медного купороса. Какой из способов дает наиболее точный результат?

Плотность воды 10^3 кг/м^3.

Приборы и материалы: мерные цилиндры, стаканы с водой, маслом и раствором медного купороса, пробирки, прямая и U-образная стеклянная трубка, измерительная линейка.

238. (8 кл.) Определить максимальную скорость, которую сообщает пружинная «катапульта» деревянному бруску.

Приборы и материалы: деревянная доска с «катапультой», линейка, шайба.

239. (9 кл.) Определить сопротивление резистора, используя из измерительных приборов лишь вольтметр. Внутреннее сопротивление батарейки мало по сравнению с сопротивлением вольтметра.

Приборы и материалы: резистор с неизвестным сопротивлением, резистор с известным сопротивлением, вольтметр, батарейка, провода.

240. (9 кл.) Определить, какие два элемента электрической цепи находятся в «черном ящике» и как они соединены.

Приборы и материалы: реостат, вольтметр, миллиамперметр, батарейка, соединительные провода.

Примечание. В ящике находились последовательно соединенная лампочка и диод. Требовалось снять вольтамперную характеристику, обнаружить и объяснить ее нелинейность.

241. (10 кл.) Составить три двухлинзовые увеличительные оптические системы из данных линз.

Теоретически и экспериментально определить увеличения этих систем.

Экспериментально увеличение системы можно определить, одновременно рассматривая и сравнивая линейные размеры предмета и его изображения.

Приборы и материалы: три линзы из школьного набора, штативы, экран, линейка, свеча, спички, метровая линейка с делениями.

242. (10 кл.) Определить разрешающую способность своего глаза и ее зависимость от диаметра диафрагмы, помещенной перед глазом (разрешающая способность характеризуется минимальным расстоянием между двумя точками, при котором эти точки воспринимаются глазом отдельно).

Приборы и материалы: источник света, собирающая и рассеивающая линза, экран, фольга, линейка, измерительная шкала.

X ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1976 г., Минск)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

243. (8 кл.) Машинист пассажирского поезда, двигавшегося со скоростью $v_1 = 108$ км/ч, заметил на расстоянии $l_0 = 180$ м впереди движущийся в ту же сторону со скоростью $v_2 = 32{,}4$ км/ч товарный поезд. Машинист сразу включил тормоз, благодаря чему пассажирский поезд начал двигаться с ускорением $a = -1{,}2$ м/с^2. Достаточно ли этого для того, чтобы поезда не столкнулись?

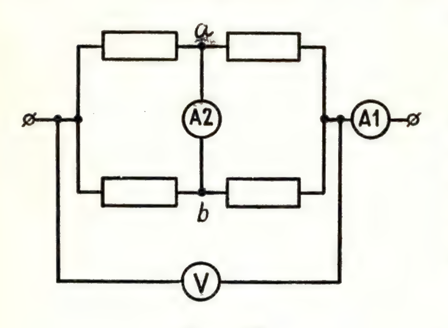


Рис. 75

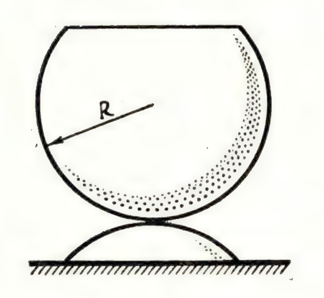


Рис. 76

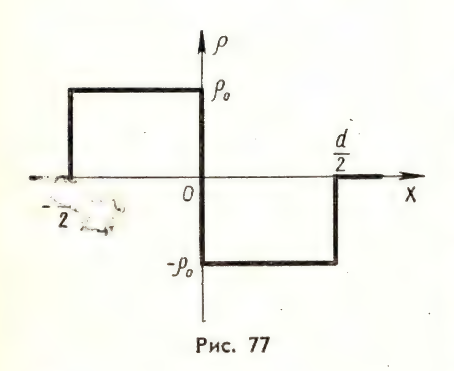


Рис. 77

244. (8 кл.) Коэффициент жесткости резинового жгута, длина которого l и масса m, равен k. Кольцо, изготовленное из этого жгута, вращается с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кольца. Определить радиус вращающегося кольца.

245. (8 кл.) Из резисторов с сопротивлениями 1, 2, 3 и 4 Ом собрана цепь, схема которой показана на рисунке 75. Какой ток течет через амперметр A_1, если ток через амперметр A_2 равен 5 A? Вольтметр показывает 10 B. Измерительные приборы считать идеальными.

246. (8—9 кл.) Однородную тонкостенную сферу радиуса R разрезали на две части и скрепили, как показано на рисунке 76. На какой высоте находится центр тяжести получившегося бокала, если высота его ножки h?

247. (9 кл.) Имеется идеальный запирающий слой с p — n-переходом. Толщина этого слоя d, диэлектрическая проницаемость ε. Нарисуйте график напряженности и потенциала электрического поля в слое, полагая распределение плотности заряда в слое таким, как показано на рисунке 77.

248. (9 кл.) Определить силу тяги ракетного двигателя, в котором используют в качестве горючего водород и в качестве окислителя жидкий кислород. Секундный расход водорода $\mu_1 = 24$ кг. Скорость истечения газов из сопла ракеты $u = 4{,}2 \times 10^3$ м/с.

249. (9 кл.) В электровакуумном приборе чистый вольфрамовый катод находится в большой колбе, содержащей остатки кислорода при давлении $p = 10^{-2}$ Па и температуре $T = 300$ К. Считая, что каждая молекула, попавшая на катод, прилипает к нему, оценить время образования мономолекулярного слоя. Молекулы можно считать шариками диаметром $d = 3 \cdot 10^{-8}$ см. Молярная масса вольфрама $M = 0{,}184 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

250. (9—10 кл.) Какое наибольшее давление можно измерить с помощью U-образных ртутных манометров, соединенных последовательно короткой трубкой, если каждый из них позволяет измерить давление до 10^5 Па?

251. (10 кл.) Человек следит за птицей, находящейся позади него на расстоянии $d = 5$ м, по отражениям в стеклах очков. При этом он видит два изображения птицы: одно — на расстоянии $f_1 = 5$ м, другое — на расстоянии $f_2 = 5/7$ м. Повернувшись лицом к птице, он сквозь очки видит ее изображение на расстоянии $f_3 = 2{,}5$ м.

Определить показатель преломления стекла, из которого изготовлены линзы очков.

252. (10 кл.) Почему с помощью линзы можно зажечь бумагу светом от Солнца, но нельзя светом от звезды?

253. (10 кл.) Спутник движется по круговой орбите на расстоянии от поверхности Земли, равном ее радиусу R. В некоторый момент со спутника запускается станция на другую планету, после чего оставшаяся часть спутника движется по эллиптической орбите, подходящей очень близко к поверхности Земли в точке, противоположной точке старта станции. Какую максимальную часть массы спутника может составлять масса межпланетной станции? (Потенциальная энергия тела массы m в поле тяготения тела массы M равна $W_п = -G\frac{Mm}{r}$.)

254. (10 кл.) В электрической цепи из двух одинаковых конденсаторов емкости C и катушки с индуктивностью L, соединенных последовательно (рис. 78), в начальный момент один конденсатор имеет заряд q_0, а второй не заряжен. Как будут изменяться со временем заряды конденсаторов и сила тока в контуре после замыкания ключа? Предложите механическую колебательную систему, аналогичную данной электрической

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

255. (8 кл.) Определить схему цепи, находящейся в коробке с четырьмя выводами, и электрические параметры деталей, из которых составлена эта цепь.

Приборы и материалы: источник постоянного тока, резисторы, амперметр, вольтметр, провода.

П р и м е ч а н и е. В короб-

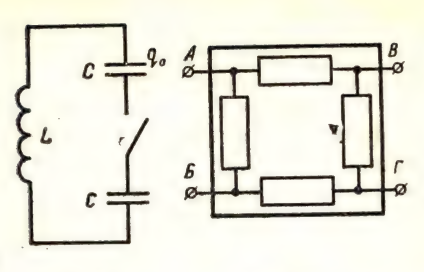


Рис. 78 Рис. 79

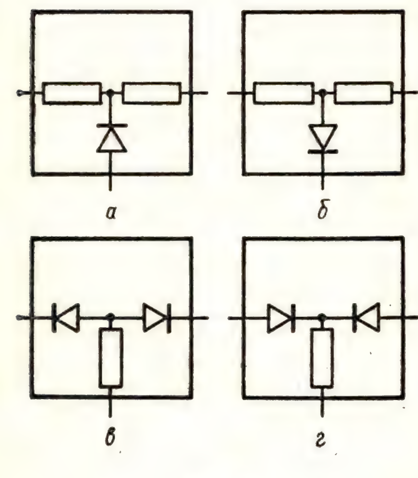


Рис. 80

ке находилась цепь, схема которой показана на рисунке 79.

256. (8 кл.) Пользуясь динамометром, определить массу груза, вес которого превосходит предел измерения данного динамометра.

Приборы и материалы: штатив, неоднородный стержень, динамометр, груз, нить, миллиметровая бумага.

257. (9 кл.) Измерить атмосферное давление.

Приборы и материалы: стеклянные трубки, резиновая трубка, пробка, штатив, линейка, стакан с водой.

258. (9 кл.) Определить емкость конденсаторов.

Приборы и материалы: конденсаторы (2 шт.), источник постоянного напряжения, вольтметр, соединительные провода, секундомер, эталонные сопротивления (3 шт.).

259. (10 кл.) Определить, какие электрические детали находятся в коробочке с тремя выводами и по какой схеме они соединены.

Приборы и материалы: ампервольтомметр, провода.

Примечание. В коробке находилась одна из схем, показанных на рисунке 80.

260. (10 кл.) Определить коэффициент преломления жидкости, находящейся в стакане.

Приборы и материалы: стакан с водой, линейка, лампочка, батарейка, экран.

XI ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1977 г., Фрунзе)



ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

261. (8 кл.) Действующая модель подъемного крана способна поднять 10 бетонных плит без обрыва троса. Сколько плит поднимет реальный кран, изготовленный из тех же материалов, если линейные размеры крана, троса и плит в 12 раз больше, чем модель?

262. (8 кл.) Две льдины движутся поступательно с одинаковыми по модулям скоростя-

ми, одна на север, другая на запад. Оказалось, что в любой момент времени на обеих льдинах можно так расположить часы, что скорости концов секундных стрелок относительно Земли будут одинаковыми, причем для каждого момента времени может быть лишь одно такое расположение. Определить, на какое расстояние перемещаются льдины за сутки, если длина каждой секундной стрелки равна 1 см. Циферблат часов расположен горизонтально.

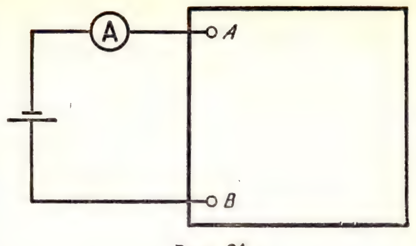


Рис. 81

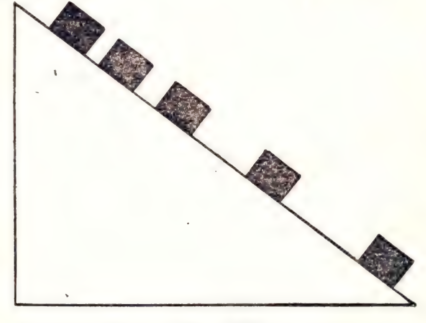


Рис. 82

263. (8 кл.) При подключении гальванического элемента напряжением 1,5 В к зажимам *A* и *B* (рис. 81) амперметр показал ток 1 А. Когда полярность элемента изменили на противоположную, ток уменьшился в два раза. Какая электрическая цепь находится внутри коробки?

264. (8 кл.) Рисунок 82 сделан со стробоскопической фотографии кубика, движущегося вдоль наклонной плоскости. Промежуток времени между последовательными вспышками лампы равен 0,1 с. Определить коэффициент трения кубика о плоскость.

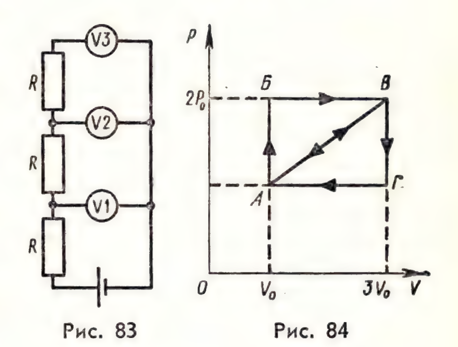


Рис. 83 Рис. 84

265. (9 кл.) Цепь, показанная на рисунке 83, собрана из одинаковых резисторов и одинаковых вольтметров. Первый вольтметр показывает $U_1 = 10$ В, а третий $U_3 = 8$ В. Какое показание второго вольтметра?

266. (9 кл.) На рисунке 84 изображены два замкнутых цикла: *АБВА* и *АВГА*. Оба цикла проведены с идеальным одноатомным газом. На каких участках циклов газ получает и на каких участках отдает тепло? У какого из циклов коэффи-

Рис. 85 Рис. 86

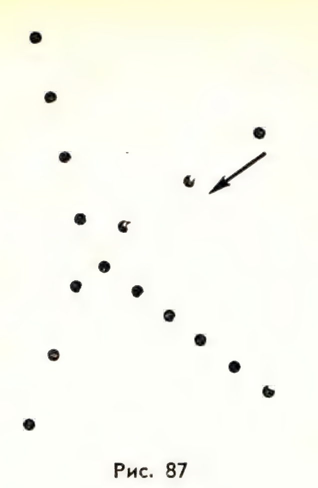


Рис. 87

циент полезного действия выше? Во сколько раз?

267. (9 кл.) В высоковольтном электростатическом генераторе (рис. 85) заряды переносятся диэлектрической лентой и заряжают высоковольтный сферический электрод, радиус которого $R = 1{,}5$ м. Оценить максимальные значения напряжения и силы тока, которые можно получить от такого генератора, если скорость ленты $v = 20$ м/с, а ее ширина $d = 1$ м. Пробой в воздухе возникает при напряженности электростатического поля $E = 30$ кВ/см.

268. (9 кл.) Природный уран состоит из смеси двух изотопов с атомными массами 235 и 238 и отношением концентраций атомов этих двух изотопов 7 : 1000. Для увеличения концентрации изотопа ^{235}U, который применяется в атомных реакторах, используется истечение газообразного соединения UF_6 (гексафторид урана) в вакуум через маленькие отверстия. Газ пропускается через трубу T с пористыми стенками (рис. 86). Прошедший через стенки трубы газ откачивается из сосуда C. Оценить происходящее при этом изменение концентрации молекул гексафторида урана. Относительная атомная масса фтора равна 19.

269. (9 кл.) Рисунок 87 сделан со стробоскопической фотографии движения двух сталкивающихся шариков одинакового диаметра, но разных масс. Стрелкой на рисунке показано направление движения одного из шариков до столкновения. Определить отношение масс шаров Указать, в каком направлении двигался до столкновения второй шар.

270. (10 кл.) Начертить примерный ход графика зависимости от времени показания вольтметра после замыкания ключа K (рис. 88). Вольтметр и катушку индуктивности считать идеальными.

271. (10 кл.) Луна одновременно фотографируется с одной и той же стороны с Земли и со спутника Луны. Орбита спутника круговая. Диаметр изображения Луны на фотографии, полученной с Земли, $d = 4{,}5$ мм, а на фотографии, полученной со спутника Луны, $d_2 = 250$ мм. Найти период обращения спут-

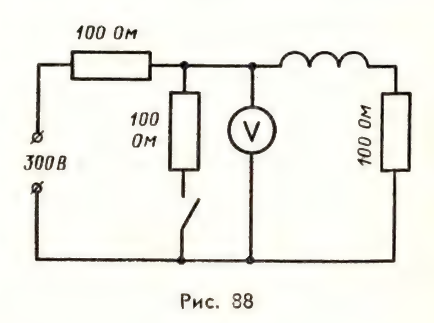


Рис. 88

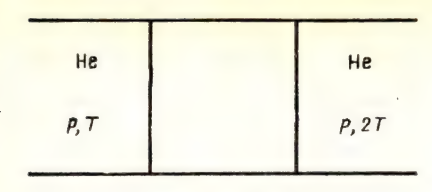


Рис. 89

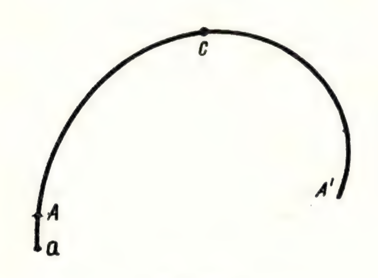


Рис. 90

ника Луны по его орбите, если оба снимка сделаны с помощью одинаковых объективов с фокусным расстоянием $F = 500$ мм. Принять, что ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле, и расстояние L от Земли до Луны равно 380 000 км.

272. (10 кл.) Теплоизолированная полость небольшими одинаковыми отверстиями (рис. 89) соединена с двумя объемами, содержащими газообразный гелий. Давление гелия в этих объемах поддерживается постоянным и равным P, а температуры поддерживаются равными T в одном из объемов и $2\ T$ в другом. Найти установившееся давление и температуру внутри полости.

273. (10 кл.) Рисунок 90 сделан с фотографии треков частиц в камере Вильсона. Распады ядер газа, наполняющего камеру Вильсона, вызваны в данном случае действием на них быстрых нейтронов. Камера Вильсона была заполнена смесью водорода (H_2), паров спирта (C_2HSOH) и воды (H_2O) и помещена в магнитное поле с индукцией 1,3 Тл. Вектор магнитной индукции направлен перпендикулярно плоскости рисунка.

1. Определить энергию протона, появившегося в точке a. Траектория этого протона — кривая AA'. Почему меняется кривизна траектории протона? Какова энергия этого протона в точке C траектории? Масса протона равна $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

2. Определить, ядро какого атома распалось в точке a, если треки частиц, начинающиеся в этой точке, идентифицированы как следы двух протонов и двух α-частиц.

274. (10 кл.) На рисунке 91 приведена вольт-амперная характеристика лампочки от карманного фонаря. Лампочка включена в схему, показанную на рисунке 92.

1. Найти графически силу тока в лампочке.

2. При каком положении движка потенциометра напряжение между точками A и B равно нулю?

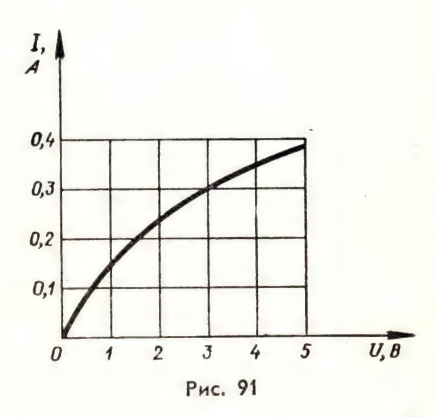


Рис. 91

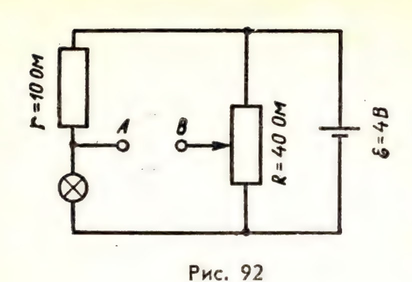


Рис. 92

3. При каком положении движка потенциометра напряжение между точками A и B почти не будет меняться при небольших изменениях ЭДС батареи?

Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

275. (8 кл.) Определить плотность металла, находящегося в одном из двух кусков пластилина, если известно, что массы пластилина в обоих кусках одинаковы. Оцените точность полученного результата. Извлекать металл из пластилина не разрешается.

Приборы и материалы: исследуемые образцы, весы с разновесами, стакан с водой, штатив.

276. (8—9 кл.) С помощью двух динамометров и двух измерительных линеек определить возможную механическую схему и параметры составляющих элементов в коробочке, не вскрывая ее.

Примечание. Не разрешается изгибать выступающие проволочные концы и растягивать их с силой, превышающей предельные показания динамометра.

Устройство ящика было таким, как показано на рисунках 93, *а* и 93, *б*.

277. (9 кл.) Определить объем воздуха, выкачиваемого насосом Комовского за один цикл, и атмосферное давление.

Приборы и материалы: насос Комовского, вакуумная тарелка с колпаком, манометр, линейка, математические таблицы.

278. (10 кл.) Определите как можно точнее показатель преломления жидкости.

Приборы и материалы: колба с исследуемой жидкостью, стеклянная кювета, линза, экран, лампочка, батарейка, полоска миллиметровой бумаги.

279. (10 кл.) Определите максимально возможное число параметров жидкости.

Приборы и материалы: колба с жидкостью, химический стакан, батарейка, амперметр, вольтметр, динамометр, колодка с электродами, выключатель, резиновый жгутик, линейка, кусок проволоки, груз.

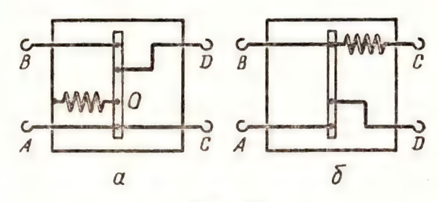


Рис. 93

XII ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1978 г., Ашхабад)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

280. (8 кл.) На графике (рис. 94) приведена зависимость силы тока, текущего через автомобильную лампочку от напряжения на ней. Лампочку подключают к источнику постоянного напряжения $U = 10$ В последовательно с резистором, имеющим сопротивление $R = 4$ Ом. Определить мощность лампочки.

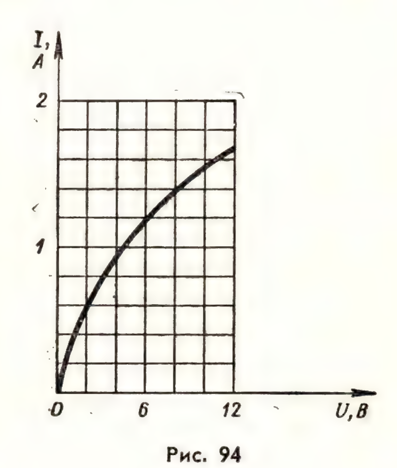


Рис. 94

281. (8 кл.) Снаряд разрывается в некоторой точке траектории на два осколка. На рисунке 95, выполненном в определенном масштабе, крестиками отмечены положения снаряда и одного из осколков через последовательные равные промежутки времени. Найдите положения второго осколка в соответствующие моменты времени, если известно, что он находится в точке B в тот момент, когда первый осколок находится в точке A. Стрелкой на рисунке показано направление ускорения свободного падения.

Рис. 95

282. (8 кл.) В дне цилиндрической кастрюли площади S_1 просверлили отверстие площади S_2 и вставили в нее пластмассовую трубку. Масса кастрюли с трубкой равна m. Кастрюля стоит на ровном листе резины дном вверх (рис. 96). Сверху в трубку осторожно наливают воду. До какого уровня можно налить воду, чтобы она не вытекала снизу?

283. (8—10 кл.) Маятник представляет собой легкий стержень длины l с тяжелым грузом на конце. К другому концу

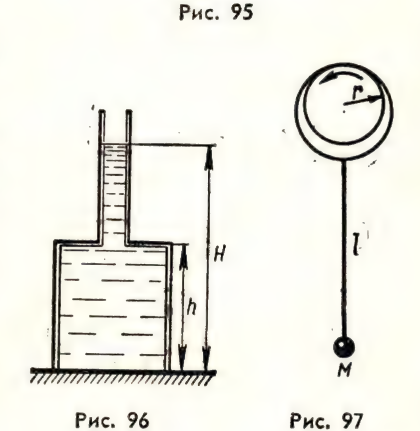


Рис. 96 Рис. 97

прикреплена легкая цилиндрическая втулка с внутренним радиусом r, надегая на вращающуюся горизонтальную ось (рис. 97). Коэффициент трения между втулкой и осью μ. Определить угол α отклонения стержня от вертикали в равновесии.

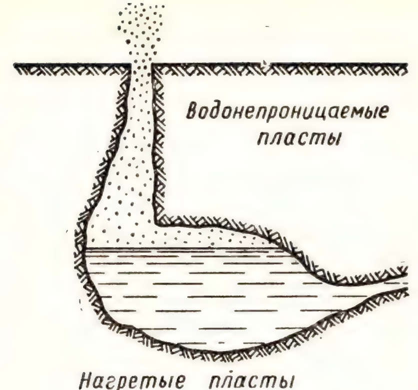


Рис. 98

284. (9 кл.) Гейзеры могут рассматриваться как большие подземные резервуары, наполненные грунтовой водой и прогреваемые земным теплом (рис. 98). Выход из них на поверхность Земли осуществляется через узкий канал, который в «спокойный» период практически целиком заполнен водой. Считая, что «активный» период наступает, когда в подземном резервуаре закипает вода, и что во время извержения канал заполнен только паром, который выбрасывается наружу, оценить, какую часть воды теряет резервуар гейзера во время одного извержения. Глубина канала $h = 90$ м; теплота испарения воды $\lambda = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг, теплоемкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К). Зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры задана на графике (рис. 99).

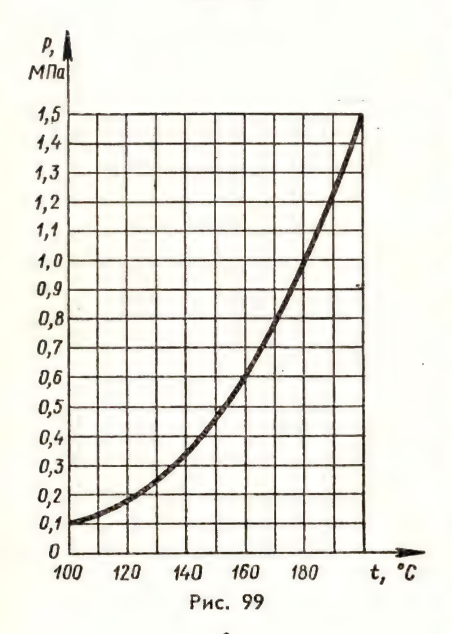


Рис. 99

285. (9 кл.) Модель вертолета, изготовленная в 1/10 натуральной величины, удерживается в воздухе при помощи мотора мощностью 30 Вт. Какой должна быть минимальная мощность двигателя вертолета, изготовленного из тех же материалов, что и модель?

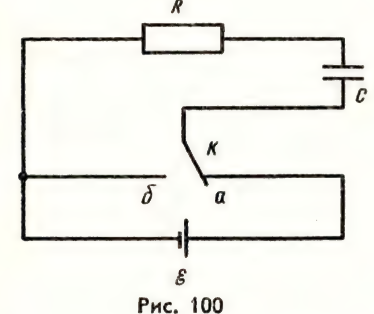


Рис. 100

286. (9 кл.) В цепи, схема которой показана на рисунке 100, ЭДС батареи $\mathscr{E} = 100$ В, ее внутреннее сопротивление $r = 100$ Ом, емкость конденсатора $C = 200$ мкФ и сопротивле-

ние нагревателя $R = 10$ Ом. Ключ K переключается между контактами a и $б$ 10 раз в 1 с. Когда ключ находится в положении a, конденсатор полностью заряжается, а при его переброске в положение $б$ конденсатор полностью разряжается. Чему равен коэффициент полезного действия цепи? Во сколько раз он выше, чем при непосредственном подключении нагревателя к батарее? Какова средняя мощность электрического тока в нагревателе?

287. (9 кл.) На рисунке 101 приведен график зависимости напряжения на разрядном промежутке дугового разряда от тока. Дугу подключают к источнику постоянного напряжения последовательно с резистором. При каком максимальном значении сопротивления резистора дуга может гореть при напряжении источника $U_0 = 85$ В?

288. (9—10 кл.) Пространство между стенками колбы термоса откачано до давления $p = 10^{-2}$ Па при комнатной температуре. Оценить время, в течение которого чай в термосе остынет с 90 до 70 °С. Площадь поверхности колбы $S = 600$ см². Емкость термоса 1 л. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2 \times 10^3$ Дж/(кг·К); универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К). Утечку тепла через пробку не учитывать.

289. (10 кл.) При увеличении силы тока напряжение на разрядном промежутке дугового разряда уменьшается, стремясь при больших значениях силы тока к некоторому постоянному значению. Электрическую дугу включили в сеть последовательно с некоторым балластным резистором. Вольт-амперная характеристика зависимости напряжения от тока такой цепи показана на рисунке 102.

1) Построить вольт-амперную характеристику дуги без балластного резистора. 2) Используя полученную вольт-амперную характеристику дуги, определить максимальное сопротивление балластного резистора, при котором дуга может гореть при напряжении источника $U_0 = 85$ В.

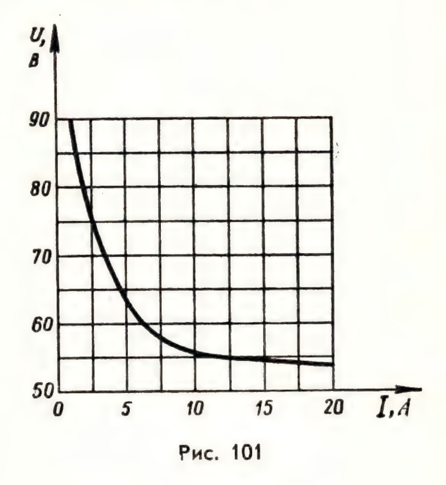


Рис. 101

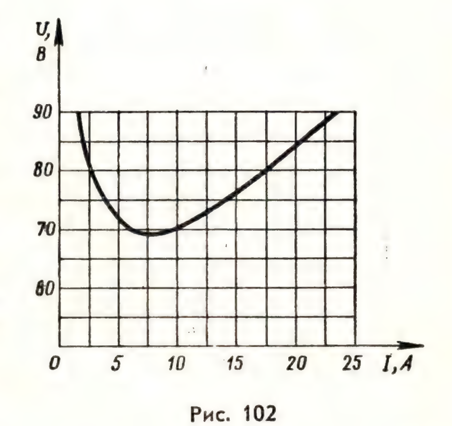


Рис. 102

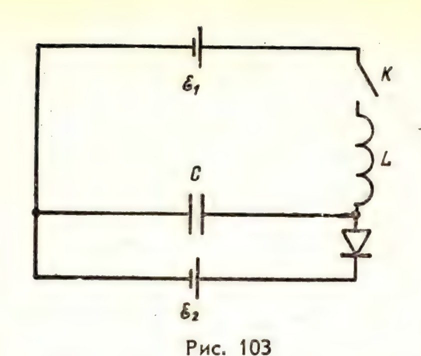


Рис. 103

290. (10 кл.) В цепи, схема которой изображена на рисунке 103, ЭДС $\mathcal{E}_2$ батареи $Б_2$ больше, чем ЭДС $\mathcal{E}_1$ батареи $Б_1$. Определить заряд, который протечет через батарею $Б_2$ при замыкании ключа K, считая внутренние сопротивления обеих батарей и сопротивление катушки очень малыми. Диод D считать идеальным (его прямое сопротивление равно нулю, а обратное — бесконечности). Конденсатор C до замыкания ключа был не заряжен.

291. (10 кл.) Используя фотографию, сделанную для рекламного плаката (рис. 104), определить: 1) фокусное расстояние F объектива фотоаппарата, 2) на каком расстоянии x от ладоней рук располагался объектив при фотографировании, 3) размер l рыбы, пойманной рыбаком, 4) диаметр d объектива; принять, что размытие деталей изображения на фотографии не превосходит 0,2 мм. Объектив фотоаппарата рассматривать как тонкую линзу.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

292. (8 кл.) Определить отношение плотностей двух заданных жидкостей.

Приборы и материалы: два сосуда с разными жидкостями, рычаг-линейка, два груза, штатив с муфтой и лапкой.



Рис. 104

293. (8 кл.) Проверьте экспериментально выполнение закона сохранения импульса при столкновении движущегося шара с неподвижным, установленным на горизонтальном участке лотка. Объясните полученные результаты.

Приборы и материалы: штатив с муфтой и лапкой (рис. 105), набор из двух пластмассовых и двух металлических шаров, лоток дугообразный, листы белой и копировальной бумаги, линейка масштабная, весы и разновес.

294. (9 кл.) Проверьте экспериментально выполнение законов сохранения импульса и энергии при столкновении движущегося шара с неподвижным, установленным на горизонтальном участке лотка. Объясните полученные результаты.

Приборы и материалы: штатив с муфтой и лапкой (рис. 105), набор из двух металлических и двух пластмассовых шаров, лоток дугообразный, листы белой и копировальной бумаги, линейка масштабная, весы и разновес, маленький шарик известной массы.

295. (9 кл.) Определите схему «черного ящика», содержащего 3 резистора и 2 диода. Найдите сопротивления резисторов.

Приборы и материалы: коробочка с тремя выводами, омметр, диод.

П р и м е ч а н и е. В черном «ящике» находилась цепь, показанная на рисунке 106.

296. (10 кл.) Определите параметры элементов — емкости конденсаторов и индуктивность катушки — в предложенной электрической цепи.

Приборы и материалы: электрическая цепь, состоящая из двух конденсаторов и катушки индуктивности (рис. 107), авометр, звуковой генератор, соединительные провода.

297. (10 кл.) Определите оптическую схему «черного ящика»



Рис. 105

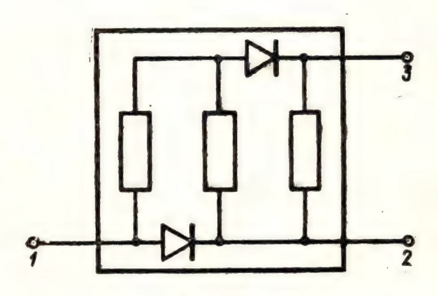


Рис. 106

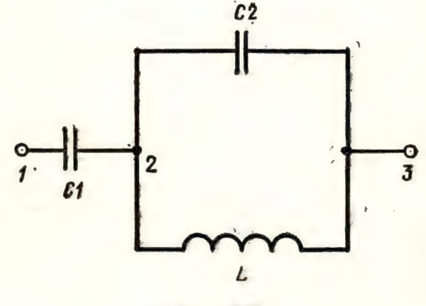
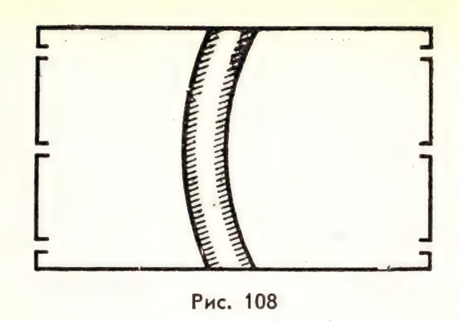


Рис. 107


Рис. 108

и возможные параметры оптических элементов, находящихся в нем.

Приборы и материалы: коробка с шестью отверстиями, линейка масштабная, 4 булавки, подъемный столик, бумага.

Примечание. Устройство коробки показано на рисунке 108.

XIII ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1979 г., Львов)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

298. (8 кл.) Рисунок 109 сделан с фотографии шлейфов дыма, тянущихся от двух паровозов, которые движутся по прямолинейному участку дороги со скоростями $v_1 = 50$ км/ч и $v_2 = 70$ км/ч (вид сверху). Направления движения поездов указаны стрелками. Найти скорость ветра.

299. (8 кл.) Наблюдатель движется с постоянной скоростью по некоторой наклонной плоскости. Брошенное под углом к горизонту тело пересекает траекторию наблюдателя дважды и с интервалом времени τ. Оба раза тело находится впереди наблюдателя на одном и том же расстоянии от него. Как выглядит траектория движения тела с точки зрения наблюдателя?

После второго пересечения траекторий наблюдатель измеряет пути, пройденные телом за последовательные промежутки времени, равные τ. Найти отношение этих путей.

300. (8 кл.) Имеются два теплоизолированных сосуда. В первом из них находится 5 л воды при температуре $t_1 = 60$ °C, во втором — 1 л воды при температуре $t_2 = 20$ °C. Вначале часть воды перелили из первого сосуда во второй. Затем, когда во втором сосуде установилось тепловое равновесие, из него в первый сосуд отлили столько воды, чтобы ее объемы в сосудах стали равны первоначальным. После этих операций температура воды в первом сосуде стала равна $t_1' = 59$ °C. Сколько воды переливали из первого сосуда во второй и обратно?

301. (8—9 кл.) Четыре одинаковых амперметра и резистор включены так, как показано на рисунке 110. Амперметр A_1 показывает ток $I_1 = 2$ А, амперметр A_2 — ток $I_2 = 3$ А. Какие токи протекают через ампер-

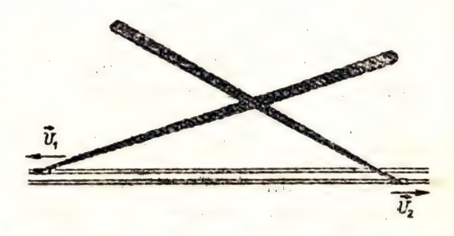


Рис. 109

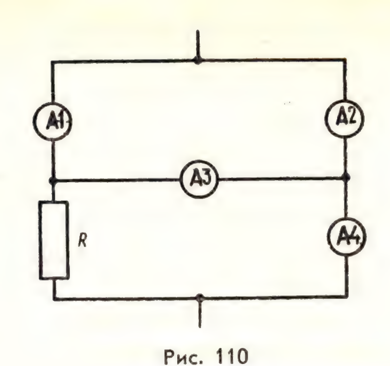


Рис. 110

Рис. 111

метры A_3, A_4 и резистор? Найти отношение $\frac{r}{R}$ внутреннего сопротивления r амперметра к сопротивлению R резистора.

302. (9 кл.) Рисунок 111 сделан с фотографии шлейфов дыма, тянущихся от трех паровозов, которые движутся по прямолинейному участку железной дороги. Скорость первого паровоза $v_1 = 50$ км/ч, а второго $v_2 = 70$ км/ч. Направления их движения указаны на рисунке стрелками. Найти скорость третьего паровоза.

303. (9 кл.) Шар массой 2 m бросают вертикально вверх со скоростью v_0. К шару привязана легкая нить длиной $l < \frac{v_0^2}{2g}$, на втором конце которой находится шар массой m. Через какое время и на каком расстоянии от точки бросания шары столкнутся? Нить абсолютно жесткая.

304. (9 кл.) Теплоизолированный сосуд откачан до глубокого вакуума. Окружающий сосуд одноатомный газ имеет температуру T_0. В некоторый момент открывают кран и происходит заполнение сосуда газом. Какую температуру T_1 будет иметь газ в сосуде после его заполнения?

305. (9—10 кл.) В небольшую тонкостенную металлическую кастрюлю налили 0,5 л воды и поставили ее на плиту. Измеряя температуру воды в различные моменты времени, построили график зависимости температуры от времени. Затем воду вылили и в ту же кастрюлю налили 0,7 кг спирта. Снова поставив кастрюлю на ту же плиту и повторив измерение температуры, построили график зависимости температуры спирта от времени. Оба графика приведены на рисунке 112. Определить, пользуясь этими графиками, удельную теплоемкость спирта и удельную теплоту его

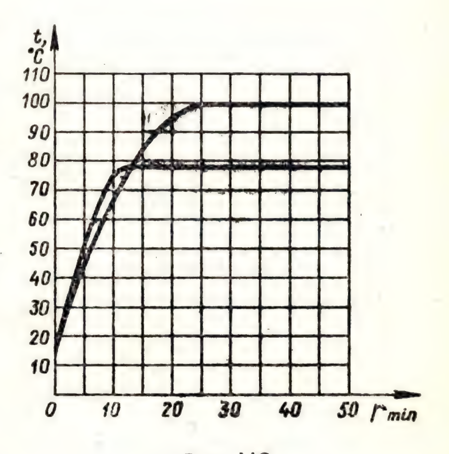


Рис. 112

парообразования, если за 45 минут кипения количество спирта в кастрюле уменьшилось вдвое. Теплоемкость кастрюли $c = 200$ Дж/К. Испарением с поверхности жидкостей пренебречь.

306. (10 кл.) В цилиндре объемом 10 л, закрытом поршнем и помещенном в термостате с температурой 40 °С, находится по 0,05 моль двух веществ. Определить массу жидкости в цилиндре после изотермического сжатия, вследствие которого объем под поршнем уменьшается в 3 раза. При температуре 40 °С давление насыщенных паров первой жидкости $p_{н1} = 7$ кПа; давление насыщенных паров второй жидкости при той же температуре $p_{н2} = 17$ кПа. Начертить изотерму сжатия. Молярная масса первой жидкости составляет $M_1 = 1{,}8 \cdot 10^{-2}$ кг/моль, а второй — $M_2 = 4{,}6 \cdot 10^{-2}$ кг/моль.

307. (10 кл.) При движении трамвая по горизонтальному участку пути с некоторой скоростью его двигатель потребляет ток $I_1 = 100$ А. КПД двигателя $\eta = 0{,}9$. При движении трамвая по наклонному участку пути вниз с той же скоростью двигатель тока не потребляет. Какой ток будет потреблять двигатель при движении трамвая по тому же участку пути вверх с той же скоростью? При решении задачи учесть, что КПД двигателя зависит от потребляемого тока.

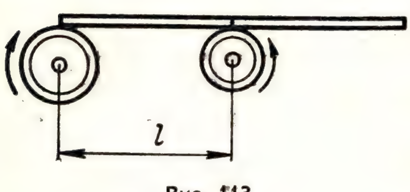


Рис. 113

308. (10 кл.) Два цилиндра различных радиусов вращаются в противоположные стороны вокруг горизонтальных параллельных осей с угловой скоростью $\omega_1 = \omega_2 = \omega = 2$ с$^{-1}$. Расстояние между осями по горизонтали равно $l = 4$ м. В момент времени $t = 0$ на цилиндры перпендикулярно их осям кладут балку, так что она находится в горизонтальном положении и одновременно касается поверхностей обоих цилиндров, а ее середина расположена точно над осью цилиндра меньше радиуса $r = 0{,}25$ м, как показано на рисунке 113. Рассчитать и проиллюстрировать графически зависимость горизонтального смещения балки от времени. Коэффициент трения $\mu = 0{,}05$, ускорение свободного падения g принять равным 10 м/с^2.

309. (10 кл.) Проводник массы m и длины l подвешен за концы к диэлектрику с помощью двух одинаковых пружин с общей жесткостью k.

Проводник находится в однородном магнитном поле, индукция $\vec{B}$ которого перпендикулярна плоскости, в которой лежат проводник и пружины. Проводник сместили в вертикальной плоскости из положения равновесия и отпустили. Определить дальнейшее движение проводника в вертикальной плоскости, если к верхним концам пружин присоединен конденсатор емкости C. Сопротивлением, собственной индуктивностью и емкостью проводников пренебречь.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

310. (8 кл.) Определить массы m_1 и m_2 двух металлических грузов и массу m_0 деревянного стержня.

Приборы и материалы: деревянный стержень, металлические грузы, опора, призма, измерительная линейка, мерный цилиндр, стакан с водой, нитки.

311. (8 кл.) Определите породы деревянных образцов и плотность раствора медного купороса.

Приборы и материалы: образцы двух различных пород древесины, измерительный цилиндр, стакан с водой, стакан с раствором медного купороса, крючок, таблица плотностей различных пород древесины.

312. (9 кл.) Определить с наименьшей возможной погрешностью неизвестное сопротивление резистора, внутреннее сопротивление источника тока и его ЭДС.

Приборы и материалы: источник постоянного тока, миллиамперметр с внутренним сопротивлением $R_a = 0{,}8$ Ом, два резистора с известным и неизвестным сопротивлениями, ключ, соединительные провода.

313. (10 кл.) Определить, по какой схеме собран выпрямитель — по однополупериодной или двухполупериодной.

Приборы и материалы: выпрямитель без сглаживающего фильтра с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, два одинаковых калориметра с одинаковыми электрическими нагревателями, электролитический конденсатор большой емкости (изменение напряжения на конденсаторе за время 0,02 с при разрядке конденсатора через нагреватель пренебрежимо мало по сравнению с самим напряжением), диод.

314. (10 кл.) По возможности точнее определить коэффициент преломления стекла, из которого изготовлен полуцилиндр с полированной поверхностью.

Приборы и материалы: матовое стекло, угольник, линейка, электрическая лампочка, подсоединяемая к клеммам выпрямителя, белая и черная бумага.

XIV ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

(1980 г., Рига)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

315. (8 кл.) Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, стороны которых относятся, как 3 : 2 : 1 (рис. 114). Вершина A_3 перемещается горизонтально со скоростью v_0. Определить скорости вершин A_1, A_2, B_1 в тот момент, когда все углы конструкции прямые.

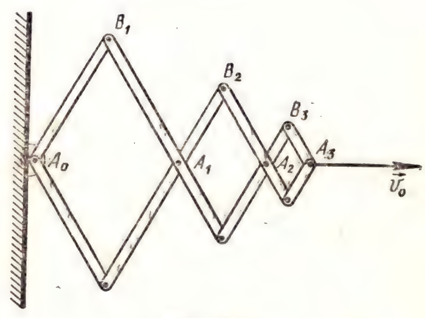


Рис. 114

316. Небольшая дождевая

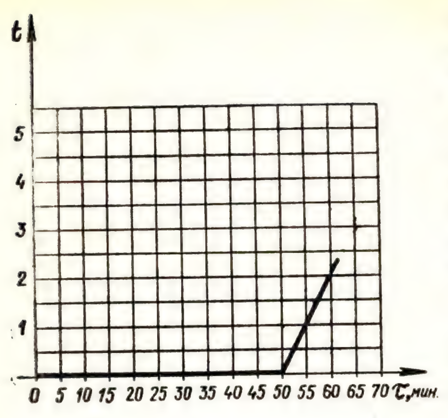


Рис. 115

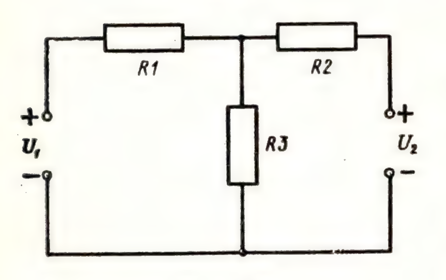


Рис. 116

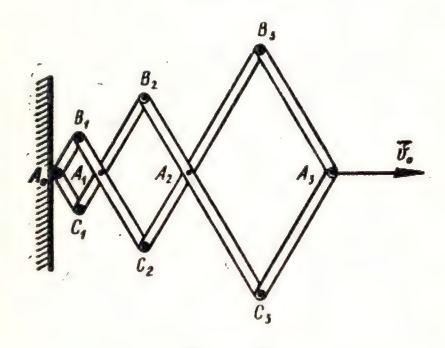


Рис. 117

капля покидает облако в безветренную погоду на большой высоте. В момент, когда ускорение a капли стало равным 5 м/с^2, ее скорость была равна $v =$ $= 7{,}5$ м/с. Вблизи земли капля падает с постоянной скоростью. Попадая на боковое стекло движущегося автомобиля, капля оставляет на ней след под углом $\alpha = 45°$ к вертикали. Оштрафует ли инспектор ГАИ водителя за превышение скорости, если разрешенная скорость движения автомобиля $u_0 = 60$ км/ч? Силу сопротивления воздуха считать прямо пропорциональной скорости капли относительно воздуха.

317. (8 кл.) В ведре находится смесь воды со льдом. Масса смеси $M = 10$ кг. Ведро внесли в комнату и сразу же начали измерять температуру t смеси. Получившийся график зависимости температуры от времени τ изображен на рисунке 115. Удельная теплоемкость воды $C = 4200$ Дж/(кг·К), и теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг. Определить, сколько льда было в ведре, когда его внесли в комнату. Теплоемкостью ведра пренебречь.

318. (8 кл.) Электрическая цепь, состоящая из резисторов $R1$, $R2$, $R3$ с сопротивлениями R_1, R_2 и R_3, соответственно подключена к двум источникам постоянного напряжения U_1 и U_2, как показано на рисунке 116. При каких условиях сила тока через резистор $R1$ будет равна нулю?

319. (9 кл.) Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, стороны которых относятся, как 1 : 2 : 3 (рис. 117). Вершина A_3 перемещается в горизонтальном направлении со скоростью v_0. Определить скорости вершин A_1, B_2, A_2 в тот момент, когда все углы конструкции прямые.

320. (9 кл.) Крупная дождевая капля покидает облако в безветренную погоду на боль-

шой высоте. В момент, когда ускорение a капли стало равным 7,5 м/с^2, ее скорость была равна $v = 20$ м/с. Вблизи земли капля падает с постоянной скоростью и, попадая на боковое стекло автомобиля, оставляет на нем след под углом $\alpha = 30°$ к вертикали. Оштрафует ли инспектор ГАИ водителя за превышение скорости, если разрешенная скорость движения автомобиля $u_0 = 60$ км/ч? Силу сопротивления воздуха считать пропорциональной квадрату скорости капли.

321. (9 кл.) В научно-фантастической повести описывается аварийная ситуация, в которой астронавт массой $M = 100$ кг оказался на расстоянии $l = 100$ м от корабля со стаканом замерзшей воды. Обеспечивая сублимацию (испарение) льда, астронавт возвращается на корабль. Реален ли такой способ возвращения? Оценить, за какое время астронавт возвратится на корабль. Считать, что сублимация льда происходит при постоянной температуре $T = 272$ К. Давление насыщающих паров при этой температуре $p_н = 550$ Па. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К). Размеры стакана и массу льда задайте самостоятельно.

322. (9 кл.) Направленный поток электронов вылетает из тонкой широкой щели со скоростью $v = 10^5$ м/с (рис. 118). Концентрация электронов в потоке $n = 10^{10}$ частиц/м^3. На каком расстоянии от щели толщина пучка увеличилась в 2 раза? Масса электрона $m = 9 \cdot 10^{-31}$ кг, заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, электрическая постоянная $\mathcal{E}_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

323. (9 кл.) Для получения напряжения, которое бы мало зависело от температуры, собирают установку по схеме, приведенной на рисунке 119. Вольт-амперные характеристики диода D при температурах окружающей среды $t_1 = 125$ °С, $t_2 = 25$ °С, $t_3 = -60$ °С приведены на рисунке 120. Напряжение источника $U = 6$ В при температуре 25 °С и с увеличением температуры возрастает линейно. Температурный коэффициент изменения напряжения равен $25 \cdot 10^{-3}$ В/К. Найти напряжение между зажимами A и B при $t = 25$ °С и зависимость этого напряжения от температуры.

324. (10 кл.) С Южного и Северного полюсов Земли одновременно стартуют две ракеты

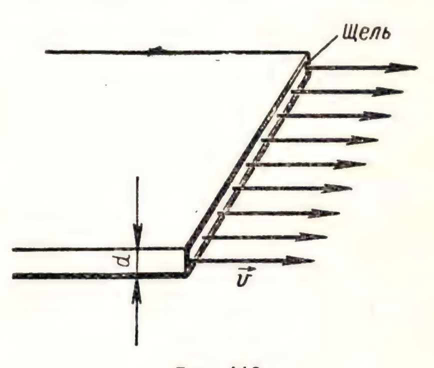


Рис. 118

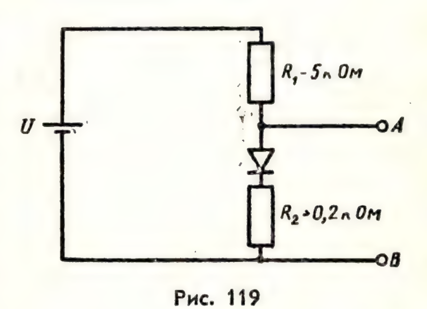


Рис. 119

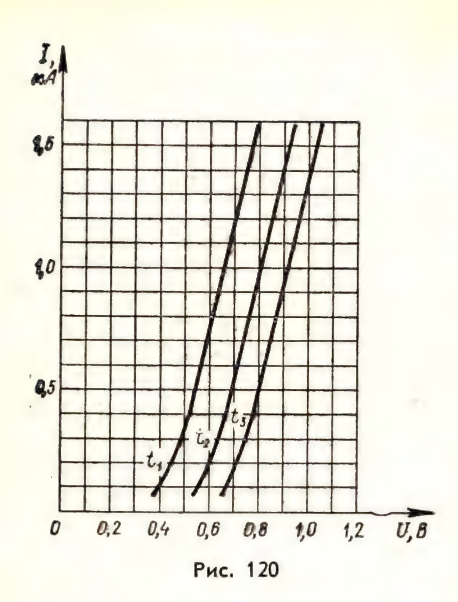


Рис. 120

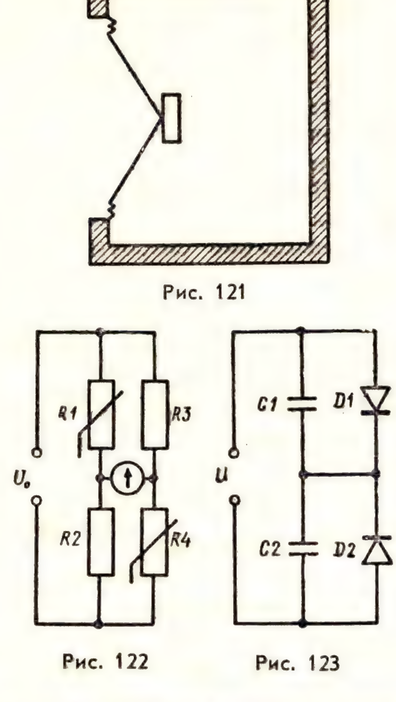


Рис. 121

Рис. 122

Рис. 123

с одинаковыми начальными скоростями, направленными горизонтально. Через время $\tau =$ $= 3$ ч 20 мин ракеты оказались на максимальном удалении друг от друга. Определить максимальное расстояние между ракетами. Ускорение свободного падения на Земле считать известным. Радиус Земли $R_З =$ $= 6400$ км.

325. (10 кл.) Громкоговоритель имеет диффузор с лобовой площадью $S = 300$ см^2 и массой $m = 5$ г. Резонансная частота диффузора $\nu_0 = 50$ Гц. Какой окажется его резонансная частота, если поместить громкоговоритель на стенке закрытого ящика объема $V_0 = 40$ л, как показано на рисунке 121. Расчет вести в предположении, что температура воздуха внутри ящика не изменяется при колебании диффузора.

326. (10 кл.) Схема, изображенная на рисунке 122, состоит из двух одинаковых резисторов R_2 и R_3 сопротивлением R каждый и двух одинаковых нелинейных резисторов $R1$, $R4$, вольт-амперная характеристика которых имеет вид $U = \alpha I^2$ (где α — известный постоянный коэффициент). При каком напряжении источника питания U_0 сила тока через гальванометр G равна нулю?

327. (10 кл.) Цепь, состоящая из двух конденсаторов C_1 и C_2 неодинаковой емкости ($C_2 > C_1$) и двух идеальных диодов $D1$ и $D2$ (рис. 123), подключена к источнику переменного напряжения $u = U_0 \cos \omega t$. Определите зависимость напряжения на конденсаторах от времени в установившемся режиме. Изобразите полученные зависимости на графике. Сопротивление идеаль-

ного диода в прямом направлении равно нулю, в обратном — бесконечности.

328. (10 кл.) Правдоподобен ли рассказ о том, что греческие воины по совету Архимеда сожгли деревянный корабль римлян, направив на него солнечные лучи, отраженные от плоских щитов? Принять диаметр щита $D = 1$ м, число воинов $n = 100$, расстояние до корабля $l = 20$ м.

Известно, что в солнечную погоду удается зажечь кусок сухого дерева при помощи линзы с фокусным расстоянием $F = 0{,}1$ м и диаметром $d = 3$ см. Угловой размер Солнца принять равным $\alpha = 0{,}01$ рад.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР

329. (8 кл.) 1. Предложите метод измерения КПД наклонной плоскости с помощью динамометра и линейки.

2. Экспериментально изучите зависимость КПД наклонной плоскости от ее высоты и постройте график этой зависимости.

3. Сравните полученную вами экспериментальную зависимость КПД наклонной плоскости от ее высоты с теоретической.

Приборы и материалы: наклонная плоскость, брусок, динамометр, измерительная линейка, миллиметровая бумага.

330. (8 кл.) Определите плотность данной жидкости.

Приборы и материалы: сосуд с данной жидкостью, сосуд с водой, измерительная линейка, два металлических бруска, рычаг.

331. (9 кл.) Определите поверхностное натяжение данной жидкости, используя жидкость, поверхностное натяжение которой известно.

Приборы и материалы: капилляр, измерительная линейка, рычаг, два металлических груза, сосуд с жидкостью, поверхностное натяжение которой известно, сосуд с исследуемой жидкостью.

332. (9 кл.) 1. Исследуйте с помощью регулируемого источника постоянного тока и двух лампочек накаливания принцип работы «черного ящика».

2. На основании результатов, полученных при выполнении задания 1, нарисуйте примерный ход вольт-амперной характеристики «черного ящика».

Приборы и материалы: «черный ящик», две лампочки накаливания (6,3 *В*; 0,3 *А*), источник постоянного тока (максимальное напряжение 12 В), реостат, соединительные провода.

Примечание. Для регулирования напряжения в широких пределах используйте потенциометр. Соблюдайте следующие меры предосторожности: а) не подключайте «черный ящик» непосредственно к клеммам регулируемого напряжения;

б) учитывайте, что максимальное напряжение источника тока 12 В, а лампочки рассчитаны на номинальное напряжение 6,3 В.

333. (10 кл.) 1. Изучите работу преобразователя сигнала ПС и установите, как изменяется в нем синусоидальный сигнал, подаваемый на его вход с выхода генератора звуковой частоты.

2. Определите индуктивность L_x катушки, наблюдая на экране осциллографа затухающие

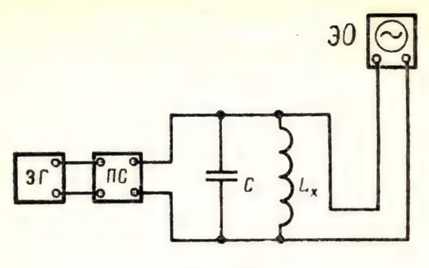


Рис. 124

колебания в параллельном колебательном контуре CL_x(рис. 124).

3. Включите вместо колебательного контура динамический громкоговоритель и получите на экране осциллограмму, подобную той, какая получилась в задании 2. Объясните полученный результат.

Приборы и материалы: генератор звуковой частоты *ГЗ*, преобразователь сигналов *ПС*, электронный осциллограф *ЭО*, параллельный колебательный контур CL_x, динамический громкоговоритель *ДГ*, микрокалькулятор, провода.

334. (10 кл.) 1. Предложите методы построения хода лучей в прозрачной прямоугольной пластинке и измерения углов преломления ρ при различных углах падения α, пользуясь только миллиметровой бумагой.

2. Экспериментально исследуйте зависимости угла преломления β от угла падения α и постройте соответствующий график.

3. Используя результаты, полученные в задании 2, определите: а) коэффициент преломления материала, из которого изготовлена прозрачная прямоугольная пластина;

б) угол преломления β при угле падения $\alpha = 90°$.

Приборы и материалы: прозрачная прямоугольная пластина, миллиметровая бумага, микрокалькулятор.

РЕШЕНИЯ

1. При подвешивании первого груза пружина удлиняется на

$$\Delta l = \frac{mg}{k},$$

т. е. каждая половина пружины удлиняется на

$$\Delta l = \frac{mg}{2k}.$$

При подвешивании второго груза длина нижней половины пружины не меняется. Удлинение же верхней половины пружины увеличивается вдвое и становится равным $2\frac{mg}{2k}$, так как сила натяжения этой части пружины возрастает в два раза. Удлинение всей пружины, таким образом, станет равным

$$\frac{mg}{2k} + \frac{mg}{k} = \frac{3}{2}\frac{mg}{k},$$

а длина пружины будет

$$l_0 + \frac{3}{2}\frac{mg}{k}.$$

2. Так как в горизонтальном направлении на систему не действуют никакие внешние силы, то центр масс системы (средний шарик) движется вертикально. Это означает, что в тот момент, когда верхний шарик касается плоскости, скорость нижнего шарика равна нулю, а скорость верхнего шарика направлена вертикально и по модулю вдвое больше скорости среднего шарика. Заметим, что хотя движение системы в том случае, когда нижний шарик закреплен, и отличается от случая, когда он не закреплен, полученный вывод об отношении скоростей шариков остается справедливым. Поэтому в обоих случаях согласно закону сохранения энергии

$$mg\frac{l}{2} + mgl = \frac{mv^2}{2} + \frac{m}{2}\left(\frac{v}{2}\right)^2,$$

где m — масса каждого из шариков.

Отсюда

$$|\vec{v}| = v = 2\sqrt{\frac{3}{5}gl}.$$

3. Электрический ток симметрично «растекается» от упавшего провода во все стороны. Напряжение между двумя точками на земле, очевидно, зависит от разности расстояний этих точек до провода. Человек, приближаясь к упавшему проводу, замыкает собой участок земли, сопротивление которого много больше сопротивления человека. Если человек сделает большой шаг, то напряжение между точками, в которых находятся его ноги, может оказаться значительным и через человека пойдет ток, опасный для жизни.

4. При максимально возможном ускорении a бруска кубик опирается на него в точке O. В этой точке (рис. 125) на кубик действует сила реакции $\vec{N}$ бруска и горизонтальная сила $\vec{F}_1$, сообщающая бруску ускорение $\vec{a}$. Очевидно, что

$$\vec{F}_1 = m\vec{a} \text{ и } \vec{N} + m\vec{g} = 0.$$

Для того чтобы кубик не вращался, равнодействующая всех сил, действующих на него, должна проходить через центр масс кубика. Это означает, что $\alpha = 45°$, т. е. $F_1 = N$, или

$$ma = mg.$$

Отсюда

$$a = g.$$

Для того чтобы брусок и кубик двигались с таким горизонтальным ускорением, на брусок должна действовать сила

$$\vec{F} = (M + m)\vec{a},$$

или (по модулю)

$$F = (M + m) g.$$

5. Из закона сохранения энергии следует, что в тот момент, когда маятник проходил положение равновесия, его кинетическая энергия была равна mgl:

$$\frac{mv^2}{2} = mgl.$$

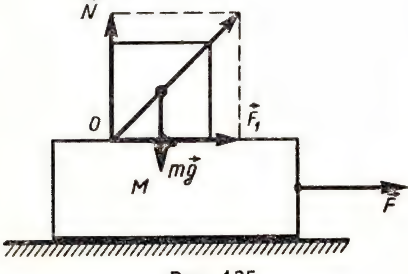


Рис. 125

Отсюда

$$v = \sqrt{2gl},$$

где l — длина маятника. В дальнейшем маятник будет двигаться так, как если бы точка подвеса покоилась, а сила тяжести стала равной $m(\vec{g} - \vec{a})$. При максимальном отклонении маятника (рис. 126) его потенциальная энергия была бы в этом случае равна

$$m(g + a)h,$$

где $h = l(1 - \cos\alpha)$. Из закона сохранения энергии следует, что

$$m(g + a)h = \frac{mv^2}{2},$$

или

$$(g + a)\, l\,(1 - \cos\alpha) = gl.$$

Отсюда

$$\cos\alpha = \frac{a}{g + a}.$$

6. Прежде всего найдем ускорения стержней. Для этого запишем уравнения их движения:

$mg - T = ma$ — для вертикального стержня,

$T = ma$ — для горизонтального стержня.

Отсюда

$$a = \frac{g}{2}.$$

С таким же ускорением движутся и электроны в стержнях. Это возможно, если в стержнях возникнут электрические поля (рис. 127), напряженности которых E_1 и E_2 удовлетворяют условиям:

$$eE_1 = m_e \frac{g}{2},$$

$$m_e g - E_2 e = m_e \frac{g}{2},$$

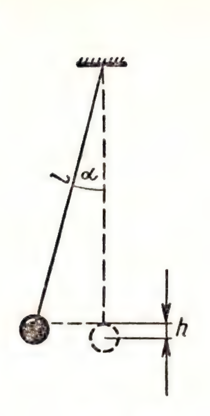


Рис. 126

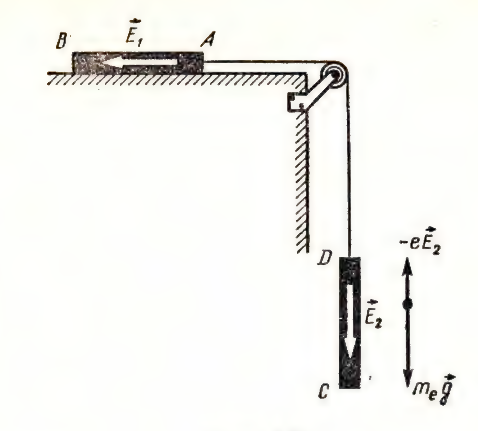


Рис. 127

где m_e — масса электрона и e — модуль его заряда.

Из этих уравнений находим:

$$E = E_1 = E_2 = \frac{m_e g}{2e}.$$

Так как электрические поля в стержнях однородны, то

$$U_{AB} = U_{CD} = El = \frac{m_e g}{2e} l.$$

7. На кубик действуют три силы: сила тяжести и две силы реакции плоскостей. При равновесии линии действия этих сил должны пересекаться в одной точке (иначе сумма моментов сил относительно оси, проходящей через точку пересечения двух сил, не будет равна нулю). Это условие выполняется в двух случаях, показанных на рисунке 128. Одно из указанных положений равновесия кубика устойчиво, другое — неустойчиво. В положении устойчивого равновесия потенциальная энергия кубика должна быть минимальной. В случае, показанном на рисунке 128, *а*, высота центра масс равна

$$h_1 = \frac{a}{2}\operatorname{ctg} 30^\circ + \frac{a}{2} =$$

$$= \frac{a}{2}\left(\sqrt{3} + 1\right) \approx 1{,}36a.$$

В случае же, показанном на рисунке 128, *б*, имеем:

$$h_2 = \frac{a\sqrt{2}}{2}\operatorname{ctg} 30^\circ = \frac{a}{2}\sqrt{6} \approx 1{,}25a.$$

Следовательно, устойчиво положение, показанное на рисунке 128, *б*. К такому же выводу можно прийти, рассматривая моменты силы тяжести и равнодействующей сил реакции плоскостей и учитывая, что точка приложения этой равнодействующей находится в точке пересечения сил реакции.

8. Схему удобно перерисо-

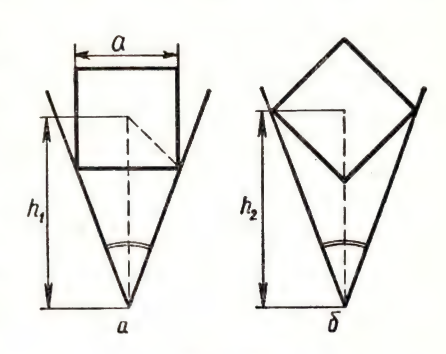


Рис. 128

вать так, как показано на рисунке 129, *а*. Из симметрии схемы следует, что разность потенциалов пластин конденсатора C_3 равна нулю. Следовательно, этот конденсатор не заряжен и может быть изъят (рис. 129, *б*). Емкость получившейся системы найти уже легко. Она равна $2C$.

9. Запишем уравнения движения брусков в проекции на оси X и Y (рис. 130):

$$(m_1 + m_2)g - 2T = (m_1 + m_2)a,$$
$$T - F_{тр} = m_1 a_1, \qquad (1)$$
$$T + F_{тр} = m_2 a_2.$$

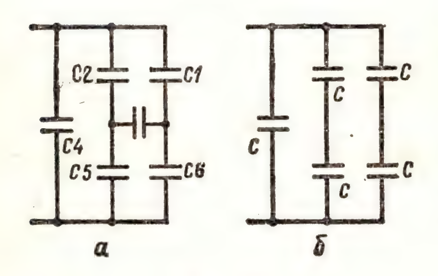


Рис. 129

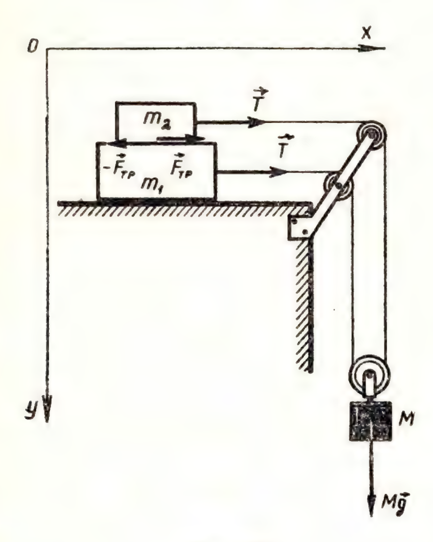


Рис. 130

Эти уравнения справедливы как при проскальзывании брусков, так и в случае отсутствия скольжения. Направление силы $\vec{F}_{тр}$ не предопределено, важно только, что в последних двух уравнениях знаки перед $F_{тр}$ различны в соответствии с третьим законом Ньютона.

Если скольжение отсутствует, то $a_1 = a_2$ и $F_{тр}$ — это сила трения покоя, которая может принимать значения от 0 до $\mu m_2 g$:

$$F_{тр} \leqslant \mu m_2 g. \qquad (2)$$

Очевидно, что скольжение начнется, как только $F_{тр}$ станет равным $\mu m_2 g$. Полагая в системе полученных уравнений $a_1 = a_2 = a$, найдем $F_{тр}$ в отсутствие скольжения. Сначала, сложив все уравнения, найдем ускорение:

$$a = \frac{g}{2}.$$

Затем из первого уравнения получим:

$$T = \frac{1}{4}(m_1 + m_2)g.$$

И наконец, любое из оставшихся двух уравнений позволяет найти силу трения:

$$F_{тр} = (m_2 - m_1)\frac{g}{4}.$$

Подставляя это выражение для $F_{тр}$ в неравенство (2), получим:

$$\left|(m_2 - m_1)\frac{g}{4}\right| \leqslant \mu m_2 g,$$

или

$$\left|1 - \frac{m_1}{m_2}\right| \leqslant 4\mu.$$

10. Может показать любое. Ответ зависит от того, соедине-

ны ли другие клеммы машин и к чему они присоединены.

11. Рассмотрим систему в момент, когда пружина в первый раз разжалась до длины, которую она имеет в недеформированном состоянии. Сила реакции упора в этот момент становится равной нулю. Это значит, что на систему в этот момент перестают действовать внешние силы и центр тяжести системы имеет определенную скорость $\vec{v}_0$, сохраняющуюся в дальнейшем. В системе координат с началом в центре тяжести системы кубики в рассматриваемый момент движутся от начала координат с равными и противоположно направленными скоростями $\pm\vec{v}_0$ и в дальнейшем колеблются с частотой, определяемой жесткостью пружины и массами кубиков. При этом каждый из кубиков колеблется так, как если бы он был прикреплен к отдельной пружине, длина которой в два раза меньше длины данной пружины, а жесткость, следовательно, вдвое больше.

12. При уменьшении длины нити на Δl длина всей подвески уменьшится на $3\Delta l$ и, следовательно, центр тяжести поднимется на $1{,}5\ \Delta l$. Работа силы натяжения нити $T\cdot\Delta l$ должна, очевидно, быть равной изменению потенциальной энергии системы:

$$T\cdot\Delta l = 1{,}5\ mg\cdot\Delta l,$$

откуда

$$T = 1{,}5\,mg.$$

13. Надо погрузить порошок в жидкость с таким же показателем преломления, что и стекло. Тогда порошок перестанет рассеивать свет диффузно (равномерно во все стороны) и будет вести себя как целое стекло.

14. Соединить три провода на третьем этаже вместе; на четвертом этаже идентифицировать четвертый провод (две операции). Затем соединить с ним один из трех оставшихся проводов и замкнуть два оставшихся. На третьем этаже идентифицировать второй провод (две операции). Наконец, соединить один из оставшихся проводов с одним из идентифицированных. На четвертом этаже определить, какие из концов принадлежат оставшимся проводам (одна операция). Всего необходимо пять операций.

15. Сопротивление лампочки карманного фонаря равно

$$r = \frac{3{,}5}{0{,}28}\ \text{Ом} = 12{,}5\ \text{Ом},$$

а сопротивление лампы мощностью 60 Вт равно

$$R = \frac{(220)^2}{110}\ \text{Ом} = 440\ \text{Ом}.$$

При последовательном включении лампочек в сеть через них будет идти ток

$$I = \frac{220}{452{,}5}\ \text{А} = 0{,}49\ A$$

и мощность лампочки от карманного фонаря будет равна

$$p = I^2 r \approx 3{,}1\ \text{Вт}.$$

Рассчитана же лампочка на мощность

$$P_0 = 0{,}28\cdot 3{,}5\ \text{Вт} \approx 1\ \text{Вт}.$$

Поэтому лампочка перегорает.

16. Момент силы $\vec{T}$ натяжения нити относительно точки O касания катушки поверхности стола направлен по часовой стрелке (рис. 131). Следователь-

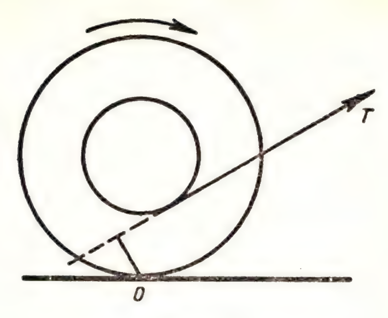


Рис. 131

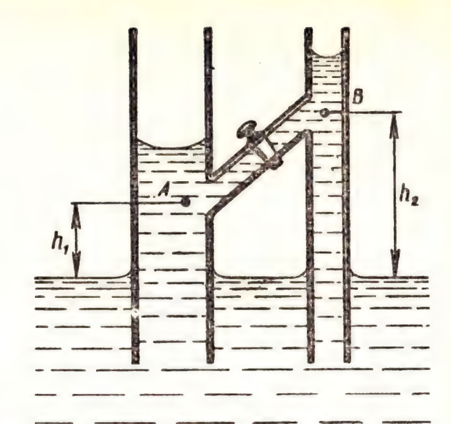


Рис. 132

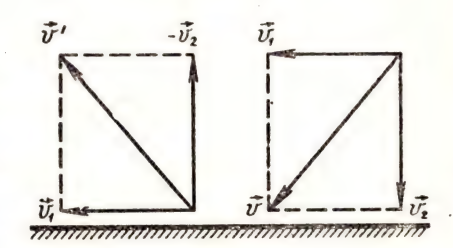


Рис. 133

но, катушка покатится вправо.

Если линия действия силы $\vec{T}$ проходит правее точки O, катушка будет катиться влево.

17. При беге центр тяжести человека опускается и поднимается. Подъем центра тяжести осуществляется благодаря работе мышц человека. Сила упругости мышц должна быть равна mg (где m — масса человека). Так как мощность человека ограничена, то скорость перемещения центра масс и, следовательно, скорость бега мала.

При движении на велосипеде вертикальные перемещения центра тяжести человека малы; мала и сила трения. Поэтому скорость движения может быть большой.

18. В точке A (рис. 132) давление меньше атмосферного на величину $\rho g h_1$, а в точке B — на величину $\rho g h_2$. Поэтому

$$p_A = p_0 - \rho g h_1,$$

$$p_B = p_0 - \rho g h_2.$$

Следовательно,

$$p_A - p_B = \rho g (h_2 - h_1),$$

т. е. давление в точке A больше давления в точке B на $\rho g \Delta h$ (где $\Delta h = h_2 - h_1$). Эта разность давлений обеспечивает равновесие столба жидкости в соединительной трубке, когда кран открыт.

19. Рассмотрим вначале упругое столкновение шарика со стенкой. Скорость $\vec{v}$ шарика можно представить в виде суммы двух составляющих векторов (рис. 133): $\vec{v}_1$, параллельного стенке, и v_2, перпендикулярного к ней. При ударе шарика о стенку вектор $\vec{v}_1$ остается неизменным, а вектор $\vec{v}_2$ меняет свое направление на противоположное. Поэтому скорость $\vec{v}_1$ шарика после удара будет равна сумме векторов $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$.

Рассмотрим теперь движение шарика, брошенного в угол комнаты. Представим скорость $\vec{v}$

шарика в виде суммы трех векторов $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$, каждый из которых перпендикулярен одной из трех взаимно перпендикулярных плоскостей I, II и III, образуемых полом и стенками (рис. 134):

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3.$$

После столкновения с плоскостью I, составляющая $\vec{v}_1$ изменится на противоположную, а $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ останутся прежними. Скорость шарика станет равной

$$\vec{v}' = -\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3.$$

После столкновения с плоскостью II скорость шарика станет равной

$$\vec{v}'' = -\vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{v}_3.$$

И, наконец, после столкновения с плоскостью III шарик отскочит по направлению, противоположному тому, в котором он был брошен:

$$\vec{v}''' = -\vec{v}_1 - \vec{v}_2 - \vec{v}_3 = -\vec{v}.$$

По тем же причинам лучи света, попадающие на три взаимно перпендикулярных зеркала, всегда отражаются в противоположном направлении. На

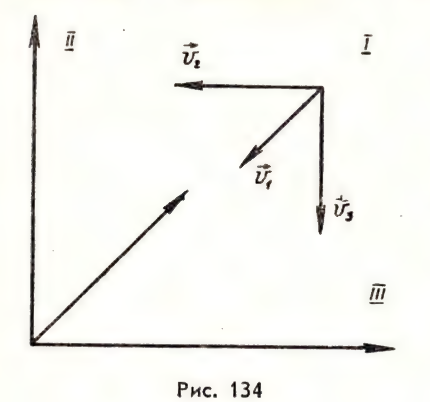


Рис. 134

этом свойстве «уголкового отражателя» — системы из взаимно перпендикулярных зеркал — основано устройство автомобильных отражателей — катафотов. Такая же зеркальная система была доставлена на Луну и использовалась для лазерной локации Луны.

20. Состояние тела при абсолютном нуле — это выделенное состояние с минимальной кинетической энергией молекул. Такое состояние должно быть одно. Некристаллических же состояний при данной энергии системы всегда имеется множество. Эти состояния различаются расположением частиц.

21. Перейдем к системе отсчета, связанной с ногой футболиста. В этой системе отсчета покоящийся относительно земли мяч налетает на ногу с некоторой скоростью.

Если при ударе не происходит потери энергии, то мяч отлетает с той же скоростью и, следовательно, его скорость относительно земли равна удвоенной скорости ноги. Потери энергии приводят к тому, что скорость мяча будет меньше. В случае абсолютно неупругого удара скорость мяча равна скорости ноги, и тогда дальность полета мяча примерно в 4 раза меньше дальности его полета при абсолютно упругом ударе.

Рассмотрим, чем определяются потери энергии. При ударе деформации ботинка и мяча являются упругими (если только мяч накачан не слишком слабо), так как после удара и ботинок и мяч восстанавливают свою форму. Однако восстанавливать свою форму мяч и ботинок могут не одновременно, и тогда

мяч отскочит, не получив всей запасенной при ударе потенциальной энергии деформации.

22. Сила трения при движении монеты будет направлена противоположно скорости монеты. Поэтому, когда монета придет в движение, сумма проекций действующих на монету сил на ось, направленную вдоль наклонной плоскости (по направлению спуска), не будет равна нулю. Это приведет к тому, что монета будет скользить, приближаясь к основанию наклонной плоскости.

23. Заряды каждой из плоскостей создают однородное электростатическое поле с напряженностью $\vec{E}$, направленной перпендикулярно плоскости. Модуль напряженности определяется формулой

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

где σ — плотность зарядов. Согласно принципу суперпозиции поле обеих плоскостей будет тоже однородно, а его напряженность будет равна векторной сумме напряженностей полей пластин; результирующая будет направлена параллельно биссектрисе угла, образованного плоскостями. В таком поле заряженные частицы будут двигаться так же, как и тела в поле силы тяжести, — по параболам с осями симметрии, параллельными биссектрисе угла, образованного плоскостями.

24. Проще всего разобраться в том, как передается энергия, если рассмотреть, что происходит при увеличении скорости вращения ведущего шкива. Действительно, тогда шкив сообщает ближайшим участкам ремня ускорение и деформация ремня возрастает. Возрастает и сила натяжения ремня. Это приводит к тому, что появляется ускорение у следующих участков ремня и т. д. По ремню бежит волна деформации от ведущего шкива к ведомому. Если c — скорость звука в ремне (с такой скоростью распространяется упругое возмущение в неподвижном ремне) и v — скорость движения ремня, то $c - v$ есть скорость распространения волны деформации от ведущего шкива к ведомому.

25. Когда рыба рассматривается с моста, лучи света, идущие от нее, проходят поверхность воды почти перпендикулярно к ней. При этом свет отражается от поверхности воды незначительно, и поэтому световой поток, идущий от рыбы, сравнительно велик. Если же рассматривать рыбу с низкого берега, то лучи, идущие от рыбы к наблюдателю, образуют с нормалью к поверхности большой угол и большая часть светового потока отражается от поверхности.

В глаз наблюдателя, кроме того, попадают лучи солнца, создающие слепящий фон. При наблюдении с моста в глаз попадают те лучи, которые падали на поверхность воды и отражались от нее почти под прямым углом. Отражаются эти лучи сравнительно слабо и создают неяркий фон. Наоборот, отражение лучей, попадающих на поверхность под большим углом, велико и солнечный свет при рассматривании рыбы с берега создает яркий фон, ухудшающий условия наблюдения рыбы.

26. Так как система трансформаторов не нагружена, то она не потребляет энергии от сети (мы считаем трансформаторы идеальными). Это означает, что сумма ЭДС, возникающих в обмотках трансформатора, подключенных к сети, равна сетевому напряжению U_0:

$$\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 = U_0. \qquad (1)$$

Но ЭДС $\mathscr{E}$, возникающая в обмотке, пропорциональна числу витков n и скорости изменения магнитного потока. Магнитный же поток, в свою очередь, тоже пропорционален числу витков. Таким образом, $\mathscr{E} \sim n^2$. Следовательно, $\mathscr{E}_1 \sim n_1^2$, $\mathscr{E}_2 \sim n_2^2$. Поэтому

$$\frac{\mathscr{E}_1}{\mathscr{E}_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2} = k^2. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) получаем:

$$\mathscr{E}_1 = \frac{k^2}{1+k^2} U_0, \quad \mathscr{E}_2 = \frac{1}{1+k^2} U_0. \qquad (3)$$

Напряжения U_1 и U_2 на вторичных обмотках системы равны:

$$U_1 = \frac{1}{k} \mathscr{E}_1 = \frac{k}{1+k^2} U_0,$$

$$U_2 = k\mathscr{E}_2 = \frac{k}{1+k^2} U_0. \qquad (4)$$

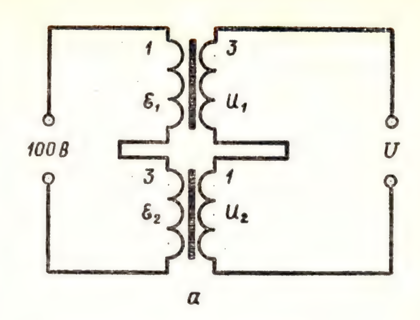
Поэтому если эти обмотки соединены так, как показано на рисунке 135, *а*, то

$$U = U_1 + U_2 = 2\frac{k}{1+k^2} U_0 = 60\,B;$$

если же обмотки включены по схеме, приведенной на рисунке 135, *б*, то

$$U = U_1 - U_2 = 0.$$

27. Количество теплоты Q_1, которое стержень получает от пламени, пропорционально пло-



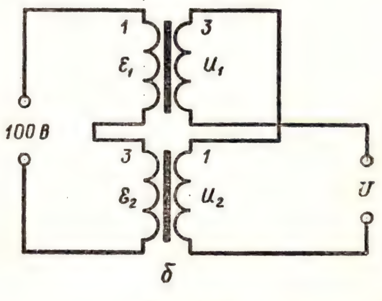


Рис. 135

щади S поверхности стержня и разности температур стержня и пламени:

$$Q \sim (T_{пл} - T_{ст}) S = 2\pi r l (T_{пл} - T_{ст}),$$

где r — радиус стержня, l — длина нагреваемого участка. Количество же теплоты, которое отводится от нагреваемого места, пропорционально площади поперечного сечения и разности температур между нагретым стержнем и комнатным воздухом:

$$Q_2 \sim (T_т - T_0) s = \pi r^2 (T_{ст} - T_0).$$

При тепловом равновесии $Q_1 = Q_2$. Отсюда следует, что

$$\frac{T_{пл} - T_{ст}}{T_{ст} - T_0} = \alpha \frac{r}{l},$$

где α — коэффициент пропорциональности. Используя свой-

ства пропорций, получаем:

$$\frac{T_{пл}-T_{ст}}{T_{пл}-T_0}=\frac{\alpha r}{l+\alpha r},$$

откуда

$$T_{ст}=T_{пл}-\frac{\alpha r}{l+\alpha r}(T_{пл}-T_0).$$

Из этой формулы видно, что чем больше r, тем меньше температура стержня.

28. Мембрана притягивается к катушке вне зависимости от того, какой полюс электромагнита обращен к мембране. Поэтому, если бы постоянный магнит отсутствовал, частота колебаний мембраны наушника была бы в два раза больше частоты колебаний тока, питающего наушник, т. е. частоты передаваемого сигнала.

Обойтись без постоянного магнита можно, если в цепь катушки электромагнита включить источник постоянного тока. При этом амплитудное значение силы тока сигнала должно быть меньше постоянной составляющей тока.

29. Показание термометра определяется излучением спутника, звезд, планет и самого термометра и равно его «равновесной» температуре.

30. Если человек бежит по поверхности льда, время, в течение которого он находится на каком-либо участке льда, мало. Вследствие инертности лед не успевает за это время прогнуться настолько, чтобы разрушиться. Если же человек стоит на льду, то прогиб льда определяется только весом человека; при этом он может быть достаточно большим и лед разрушается.

31. В системе координат, движущейся относительно поверхности стола с той же скоростью $\vec{v}$, что и доска, мел имеет скорость $\vec{u}'=\vec{u}-\vec{v}$. Так как сила трения направлена противоположно вектору $\vec{u}'$, то направление скорости мела меняться не будет. Будет изменяться лишь абсолютное значение скорости мела. Это означает, что мел прочертит прямую линию, идущую под углом $\alpha=\operatorname{arctg}\frac{u}{v}$ к вектору $-\vec{v}$ (рис. 136).

32. Казалось бы, скорость спутника при включении двигателя должна возрасти. Однако это не так. Скорость спутника уменьшается. Докажем это.

Обозначим через R радиус орбиты спутника. Так как зависимость силы тяготения от расстояния между телами аналогична зависимости силы взаимодействия разноименных точечных зарядов, то по аналогии с электрическим полем для потенциальной энергии спутника можно записать

$$W=-G\frac{Mm}{R},$$

где M — масса Земли и m — масса спутника.

Кинетическая энергия спутника

$$W_к=\frac{mv^2}{2}.$$

Так как центростремительное ускорение спутнику сообщает сила

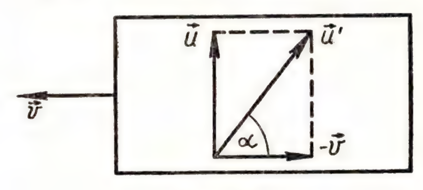


Рис. 136

тяготения, то

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}.$$

Поэтому для кинетической энергии спутника получаем:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = G\frac{Mm}{2R}.$$

Отсюда видно, что кинетическая энергия спутника вдвое меньше абсолютного значения потенциальной энергии. Полная же энергия спутника равна сумме кинетической и потенциальной энергии:

$$W = -G\frac{Mm}{R} + G\frac{Mm}{2R} =$$

$$= -G\frac{Mm}{2R} = -W_k.$$

После включения двигателя энергия спутника изменяется на величину работы A двигателя и станет равной

$$W' = -G\frac{Mm}{2R'} = -G\frac{Mm}{2R} + A.$$

Из этого равенства видно, что

$$G\frac{Mm}{2R'} < C\frac{Mm}{2R},$$

т. е. что кинетическая энергия спутника уменьшается, а радиус орбиты возрастает:

$$R' > R.$$

Скорость спутника уменьшится, и он перейдет на орбиту с большим средним радиусом. Следовательно, второй спутник после включения двигателя начнет отставать от первого.

33. Пар как на улице, так и при закрытой форточке в кухне насыщен. Однако температура на улице ниже, чем в помещении. Значит, давление пара на улице меньше, чем в комнате. Поэтому при открывании форточки пар из кухни будет выходить на улицу, благодаря чему пар в кухне будет все время ненасыщенным. Белье будет сохнуть быстрее.

34. Для того чтобы палка удерживалась в равновесии, нужно в случае ее отклонения от положения равновесия, т. е. поворота на некоторый угол, успеть подвинуть палец так, чтобы она вновь оказалась в положении равновесия. Длинная палка будет отклоняться медленнее, чем короткая, так как ее центр тяжести лежит выше.

Для того чтобы убедиться в этом, рассмотрим, как зависит время падения легкого стержня с укрепленным на его конце тяжелым шаром от длины стержня.

Пусть палка повернулась на угол α (рис. 137). Центр тяжести палки опустился при этом на высоту

$$h = l\,(1 - \cos\alpha),$$

где l — длина палки. По закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mgh,$$

или

$$\frac{mv^2}{2} = mgl\,(1 - \cos\alpha).$$

Отсюда получаем:

$$\omega = \frac{v}{l} = \sqrt{\frac{2g\,(1 - \cos\alpha)}{l}},$$

т. е. угловая скорость ω палки обратно пропорциональна корню квадратному из длины палки. Значит, длинная палка будет падать дольше, чем короткая. Поэтому длинную палку удержи-

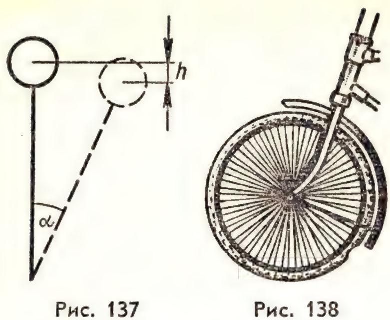


Рис. 137 Рис. 138

Рис. 139

вать в равновесии легче, чем короткую.

35. Для того чтобы сохранять равновесие при езде на велосипеде, нужно пользоваться следующим правилом: теряя равновесие, т. е. наклоняясь в какую-нибудь сторону, нужно всегда поворачивать руль в ту же сторону, в которую падаешь. При езде «без рук» это достигается благодаря тому, что ось колеса, а благодаря этому и центр масс вилки и колеса велосипеда, лежит несколько впереди оси руля (рис. 138).

Для того чтобы повернуть «без рук», например, вправо, нужно согнуть туловище таким образом, чтобы велосипед наклонился вправо. Переднее колесо вместе с рулем велосипеда повернется по часовой стрелке, и велосипед повернет направо.

36. Благодаря различной длине нитей, идущих от основной бечевки к углам змея, последний устойчив относительно вращения около осей OO' и O_1O_1' (рис. 139). Хвост обеспечивает устойчивость змея относительно вращений около вертикальной оси O_2O_2'.

37. При столкновении кубики упруго деформируются и взаимодействуют силами упругости

$$F_x = -ES\frac{x}{a}, \qquad (1)$$

где E — модуль Юнга, $S = a^2$ — площадь грани кубика, a — длина его ребра. Так как

$$F_x = -kx$$

(где $k = Ea$), то можно считать, что во время столкновения кубики движутся как пружинные маятники, а время столкновения равно половине периода колебаний:

$$t = \frac{1}{2}T = \pi\sqrt{\frac{m}{Ea}}, \qquad (2)$$

где $m = \rho a^3$ — масса кубика, ρ — его плотность. Отсюда

$$t = \pi\sqrt{\frac{\rho a^2}{E}}. \qquad (3)$$

Для стальных кубиков с $a = 5$ см получим ($E = 2{,}1\cdot 10^{11}$ Н/м², $\rho = 7{,}8\cdot 10^3$ кг/м³):

$$t \approx 3\cdot 10^{-5}\ \text{с}.$$

Записывая выражение (1), мы предполагали, что относительная деформация кубика равна $\frac{x}{a}$, т. е. что деформируется как бы весь кубик. Это не всегда справедливо. Деформация распространяется в кубике не мгновенно, а со скоростью звука

c, равной для стали $6 \cdot 10^3$ м/с. Поэтому деформация полностью «охватит» кубик за время $\tau \sim \frac{a}{c}$. Приведенное решение справедливо, следовательно, если $\tau \ll t$. В рассматриваемом случае $\tau \approx \approx 0{,}8 \cdot 10^{-5}$ с, и можно считать, что условие $\tau \ll t$ выполняется. Если же это условие не выполнено (например, при столкновении стержней), то вместо a нужно в формуле 1 брать размер области деформации ct.

38. Диаметр пучка, выходящего из окуляра телескопа, определяется формулой

$$d = D\frac{F_{ок}}{F},$$

где $F_{ок}$ — фокусное расстояние окуляра (рис. 140). При $F_{ок} = F_1 = 50$ мм получаем: $d_1 = 5$ мм; при $F_{ок} = F_2 = 100$ мм имеем: $d_2 = 10$ мм; наконец, при $F_{ок} = F_3 = 25$ мм диаметр пучка будет равен $d_3 = 2{,}5$ мм. В первом и третьем случаях в глаз попадает весь световой поток Φ_0, поступающий в объектив, а во втором случае — лишь поток

$$\Phi = \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 = \frac{1}{4}\Phi_0.$$

Диаметр изображения планеты на сетчатке глаза равен $F_{гл} \cdot \alpha$ (где $F_{гл}$ — фокусное расстояние глаза и α — угловой диаметр планеты при ее наблюдении в телескоп). Так как угловое увеличение телескопа $\Gamma = \frac{F_{об}}{F_{ок}}$, то угловой диаметр планеты в первом случае равен $\alpha_1 = \Gamma_1\alpha_0 = 10\alpha_0$, во втором случае $\alpha_2 = \Gamma_2\alpha_0 = 8\alpha_0$ и в третьем случае $\alpha_3 = \Gamma_3\alpha_0 = 32\alpha_0$. Площади изображения планеты будут соответственно равны:

$$S_1 = \frac{1}{4}\pi F_{гл}^2\alpha_1^2 = 64\pi F_{гл}^2\alpha_0^2,$$

$$S_2 = 16\pi F_{гл}^2\alpha_0^2 \text{ и } S_3 = 256\pi F_{гл}^2\alpha_0^2.$$

Учитывая, что освещенность изображения

$$E = \frac{\Phi}{S}$$

(где Φ — световой поток, попадающий в глаз), имеем:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1}\frac{S_1}{S_2} = 1, \quad \frac{E_3}{E_1} = \frac{\Phi_3}{\Phi_1}\frac{S_1}{S_3} = \frac{1}{4}.$$

39. При равномерном вращении якоря моменты сил, с которыми магнитное поле действует на его обмотки, должны быть одинаковыми по абсолютному значению. Это означает, что одинаковы токи, текущие по обмоткам, и возбуждаемые в них ЭДС индукции $\mathscr{E}$. Поэтому

$$I = \frac{U - \mathscr{E}}{R} = \frac{\mathscr{E}}{R + r}.$$

Отсюда

$$\mathscr{E} = U\frac{R + r}{2R + r}.$$

40. Вещество, в котором отсутствует взаимодействие между молекулами, представляет собой идеальный газ и подчиняется уравнению газового состояния:

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

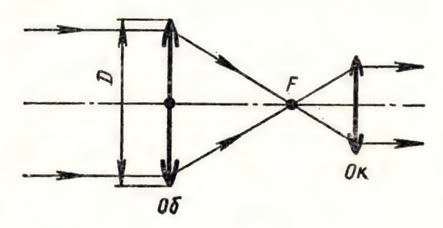


Рис. 140

или

$$p = \frac{\rho}{M} RT.$$

Подставляя сюда значения величин $\rho = 10^3$ кг/м³, $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $R = 8{,}31$ кг/(моль·K) и $T = 300$K, получим:

$$p \approx 1{,}4 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2.$$

Это давление в 140 раз превышает атмосферное.

41. Рассмотрим математический маятник, частота малых колебаний которого равна ω. Из формулы

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

находим длину L такого маятника:

$$L = \frac{g}{\omega^2}.$$

При малых колебаниях можно считать, что все точки маятника движутся по горизонтальным прямым. Пусть амплитуда колебаний груза маятника такова, что точка A, находящаяся на расстоянии l от груза, колеблется с амплитудой a.

Колебания маятника, очевидно, не изменятся, если мы сделаем точкой подвеса маятника точку A и будем поддерживать ее колебания такими, чтобы ее смещения остались прежними в каждый момент времени. При этом, если $l < L$ $\left(\text{или } l < \frac{g}{\omega^2}\right)$, то, как видно из рисунка 141, *а*,

$$\frac{b}{a} = \frac{L}{L - l},$$

откуда

$$b = \frac{ag}{g - \omega^2 l}.$$

Фаза колебаний маятника в этом случае равна ωt.

Если $l > L$ (рис. 141, *б*), то

$$\frac{b}{a} = \frac{L}{l - L},$$

откуда

$$b = \frac{ag}{l\omega^2 - g}.$$

В этом случае фаза колебаний равна $\omega t + \pi$.

42. Положение центра тяжести стакана с водой будет наинизшим в том случае, когда оно совпадает с уровнем воды в стакане. Действительно, если центр тяжести O системы находится выше уровня воды в стакане (рис. 142, *а*), то он понизится при доливании в стакан воды. Если же центр тяжести системы лежит ниже уровня воды (рис. 142, *б*), то он понизится,

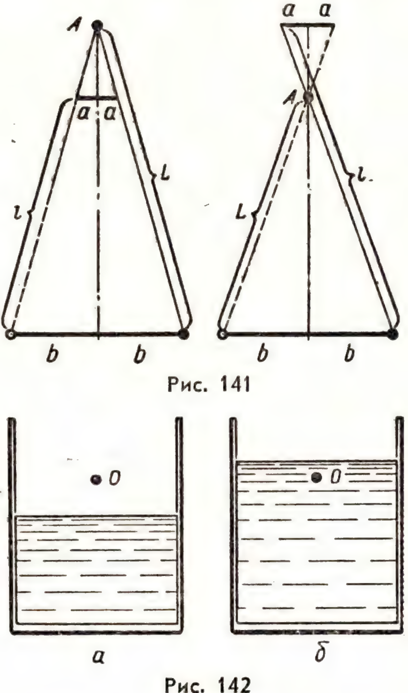


Рис. 141

Рис. 142

если вылить часть воды, находящейся выше центра тяжести.

43. Направление вращения можно определить, если кофемолку подвесить на нити и включить мотор. Кофемолка начнет вращаться в направлении, противоположном направлению вращения якоря мотора.

44. Простейшие возможные схемы показаны на рисунке 143. Это звезда (рис. 143, *а*) и треугольник (рис. 143, *б*) из резисторов. В случае звезды

$$R_1 + R_2 = 3 \text{ Ом},$$
$$R_2 + R_3 = 5 \text{ Ом},$$
$$R_1 + R_3 = 6 \text{ Ом},$$

откуда

$$R_1 = 2 \text{ Ом},$$
$$R_2 = 1 \text{ Ом},$$
$$R_3 = 4 \text{ Ом}.$$

В случае треугольника

$$\frac{r_1(r_2 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3} = 3 \text{ Ом},$$

$$\frac{r_2(r_1 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3} = 5 \text{ Ом},$$

$$\frac{r_3(r_1 + r_2)}{r_1 + r_2 + r_3} = 6 \text{ Ом},$$

откуда

$r_1 = 3{,}5$ Ом, $r_2 = 7$ Ом и $r_3 = 14$ Ом.

45. См. рис. 144.

46. На $p-1$-ю пружину действует со стороны p-й пружинки сила $\vec{F}$ упругости, равная по модулю весу $p-1$ пружинок:

$$F = (p-1)\,mg.$$

Удлинение x_p, которое получает p-я пружинка, выражается так:

$$x_p = \frac{F}{k} = \frac{(p-1)\,mg}{k}.$$

Удлинение же всей цепочки равно

$$x = x_1 + x_2 + \ldots + x_n =$$
$$= 0 + \frac{mg}{k} + 2\frac{mg}{k} + \ldots +$$
$$+ \frac{(n-1)\,mg}{k} = \frac{n(n-1)}{2}\frac{mg}{k}.$$

47. При движении пули в жидкости с большой скоростью на пулю действует сила сопротивления, пропорциональная скорости:

а) при движении в воде —

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = -\alpha_1\vec{v},$$

б) при движении в меду —

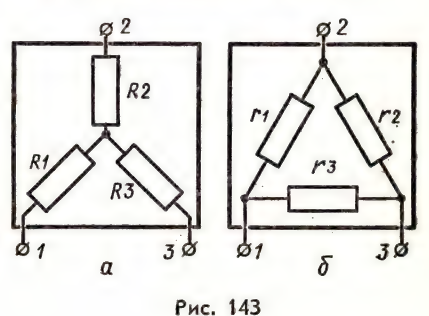


Рис. 143

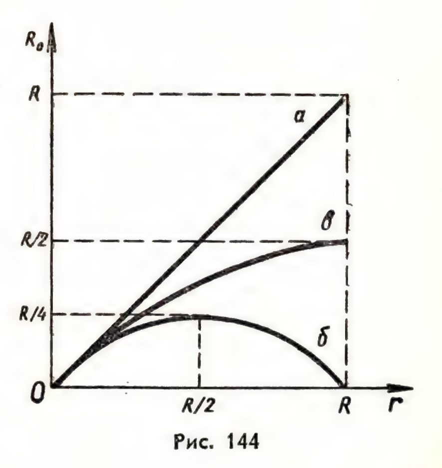


Рис. 144

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = -\alpha_2 \vec{v},$$

где $\alpha_2 > \alpha_1$.

Разобьем жидкость на тонкие слои. При прохождении одного i-го слоя толщиной x_i импульс пули изменится на

$$|\Delta p_i| = |m \cdot \Delta v_i| = |\vec{F}_{\text{сопр}\,\cdot\,\text{ср}} \cdot \Delta t|.$$

Так как

$$\Delta t = \frac{x_i}{V_{\text{ср}}} = \frac{2x_i}{V_i + V_{i-1}},$$

$$\vec{F}_{\text{сопр. ср}} = \frac{\vec{F}_i + \vec{F}_{i-1}}{2} = \alpha \frac{\vec{V}_i + \vec{V}_{i-1}}{2},$$

то

$$|\Delta p_i| = \alpha x_i.$$

Отсюда следует, что при пролете через коробку с водой модуль импульса пули изменится на

$$\Delta p = \Sigma \Delta p_i = \alpha_1 l$$

(где l — длина коробки), а при пролете через коробку с медом модуль импульса пули изменится на

$$\Delta p' = \alpha_2 l.$$

Очевидно, что независимо от расположения коробок при пролете через обе коробки модуль импульса пули уменьшится на $(\alpha_1 + \alpha_2)\, l$. Следовательно, дальность полета пули в обоих случаях будет одинаковой.

48. В системе координат, движущейся с той же скоростью, что и центр масс гантелек, гантельки летят навстречу друг другу с одинаковыми по модулю скоростями (рис. 145, *а*). В момент соударения шариков *2* и *3* (рис. 145, *б*) они «обмениваются» скоростями и гантельки начинают вращаться вокруг их центров масс. Затем происходит столкновение шариков *1* и *4*, при котором они «обмениваются» скоростями (145, *в*).

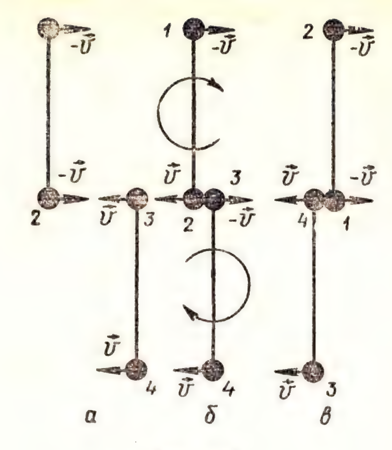


Рис. 145

После этого гантельки будут двигаться так, как они двигались до столкновения.

49. Запишем уравнение движения тела в проекции на ось x, направленную вертикально вниз:

$$Ma = Mg - N - T,$$

где $M\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{N}$ — сила реакции подставки и $\vec{T} = kx$ — сила упругости пружины (x — удлинение пружины). Учитывая, что в момент отрыва тела от подставки $N = 0$, получим:

$$Ma = Mg - kx.$$

Из этого уравнения получаем, что тело отрывается от подставки после того, как подставка и тело пройдут расстояние, равное

$$l = x = \frac{M(g - a)}{k}.$$

С другой стороны, так как подставка и тело вначале двигались равноускоренно с ускорением $\vec{a}$,

$$l = \frac{at^2}{2},$$

где t — время с момента начала движения подставки до того момента, когда тело отрывается от нее. Это означает, что

$$\frac{at^2}{2} = \frac{M(g-a)}{k},$$

откуда

$$t = \sqrt{2\frac{M}{k}\cdot\frac{g-a}{a}}.$$

Найдем теперь максимальное растяжение пружины x_0. Воспользуемся для этого законом сохранения энергии. В момент отрыва от подставки груз имел скорость

$$V = at = a\sqrt{2\frac{M(g-a)}{ka}},$$

кинетическую энергию

$$\frac{MV^2}{2} = \frac{M^2(g-a)a}{k}$$

и потенциальную энергию

$$Mg(x_0 - l) = Mgx_0 - \frac{M^2(g-a)g}{k}$$

(мы считаем, что потенциальная энергия груза равна нулю, когда пружина максимально растянута). Так как в этот момент пружина растянута на длину

$$l = \frac{M(g-a)}{k},$$

то ее потенциальная энергия равна

$$\frac{kl^2}{2} = \frac{M^2(g-a)^2}{2k}.$$

Сумма W_1 энергий тела и пружины равна

$$W_1 = Mgx_0 - \frac{M^2(g-a)^2}{2k}.$$

В момент, когда пружина максимально растянута, скорость груза, а значит, и его кинетическая энергия равны нулю. При этом энергия W_2 груза и пружины равна

$$W_2 = \frac{kx_0^2}{2}.$$

По закону сохранения энергии

$$W_1 = W_2,$$

или

$$\frac{kx_0^2}{2} - Mgx_0 + \frac{M^2(g-a)^2}{2k} = 0,$$

откуда

$$x_0 = \frac{Mg}{k} \pm \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}.$$

Но максимальное растяжение x_0 пружины должно быть больше ее растяжения $x_1 = \frac{Mg}{k}$ при равновесии тела (когда сила тяжести Mg уравновешена силой упругости пружины $T = kx$), так как при прохождении положения равновесия тело будет иметь некоторую скорость и обязательно проскочит его.

Следовательно, из двух корней уравнения мы должны взять больший:

$$x_0 = \frac{Mg}{k} + \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}.$$

Имеет ли физический смысл второе значение x_0? Да, но оно дает не максимальное, а минимальное растяжение пружины при колебании тела.

Амплитуда колебаний тела равна полуразности значений обоих корней уравнения, т. е.

$$x_m = \frac{M\sqrt{a(2g-a)}}{k}.$$

50. Коэффициент теплового расширения α численно равен тангенсу угла наклона касательной к графику $V(t)$. При $t > t_1$ коэффициент теплового расширения постоянен ($\alpha =$

$= \mathrm{const}$), а при $t < t_1$ он пропорционален температуре ($\alpha \sim t$). При $t = t_1$ значение коэффициента α испытывает скачок.

51. Уменьшаются с повышением температуры, так как увеличивается средняя кинетическая энергия молекул.

52. Вначале сила тока увеличивается, так как согласно закону Ленца ЭДС индукции направлена так, что противодействует уменьшению магнитного потока. Через некоторое время значение силы тока становится равным первоначальному.

53. Из рисунка 146 видно, что луч света, проходя сквозь шар, отклоняется на угол $\varphi = 2(\alpha - \beta)$ (где α — угол падения и β — угол преломления). Если угол падения соседнего луча отличается от угла падения данного (изображенного на рисунке) луча на $\Delta\alpha$, то угол преломления отличается на величину $\Delta\beta$. Поэтому соседний луч отклоняется на угол $\varphi_1 = 2(\alpha - \beta + \Delta\alpha - \Delta\beta)$. Лучи остаются параллельными, если $\varphi = \varphi_1$, что возможно при $\Delta\alpha = \Delta\beta$. Так как $\sin\alpha = n\sin\beta$, то $\cos\alpha \cdot \Delta\alpha = n\cos\beta \cdot \Delta\beta$. При условии, что $\Delta\alpha = \Delta\beta$, имеем: $\cos\alpha = n\cos\beta$. Это означает, что одновременно должны выполняться равенства:

$\sin^2\alpha = n^2\sin^2\beta$ и $\cos^2\alpha = n^2\cos^2\beta$.

Сложив эти равенства, получим:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = n^2(\sin^2\beta + \cos^2\beta),$$

или

$$n^2 = 1.$$

Таким образом, пучки света после прохождения сквозь шар могут остаться параллельными, если показатель преломления равен 1.

54. $2\pi\varepsilon_0 ur$.

55. Зарядив каждый из конденсаторов от источника до напряжения $U = \mathscr{E}$ и соединив источник и оба конденсатора последовательно, можно получить напряжение $3\mathscr{E}$. Однако это не максимально возможное напряжение. Докажем, что, имея два конденсатора и источник, можно получить напряжение, сколько угодно близкое к $4\mathscr{E}$.

Соединим последовательно источник с одним из заряженных конденсаторов, а второй конденсатор замкнем на эту пару (рис. 147). Обозначив заряды на конденсаторах после такого соединения через q_1 и q_2, а напряжения на конденсаторах — через U_1 и U_2, можно записать:

$$\mathscr{E} + U_1 = U_2. \qquad (1)$$

Суммарный заряд нижних (по рисунку) пластин конденсаторов равен $2C\mathscr{E}$. Этот заряд перераспределяется между пластинами, но измениться не может:

$$q_1 + q_2 = 2C\mathscr{E}. \qquad (2)$$

Решая уравнения (1) и (2) совместно, найдем:

$$U_2 = \frac{3}{2}\mathscr{E}.$$

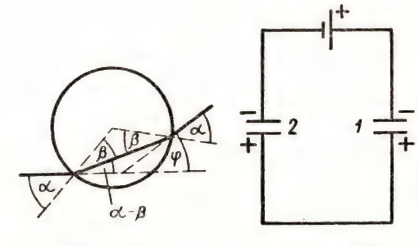


Рис. 146 Рис. 147

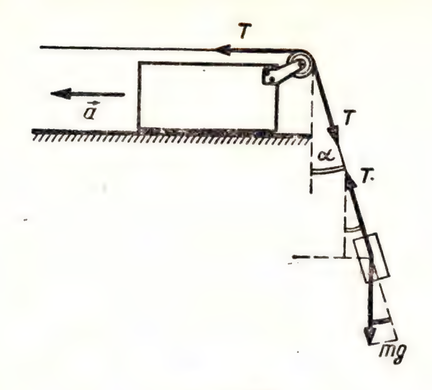


Рис. 148

Если теперь повторить эту операцию, то получим:

$$U_2 = \frac{7}{4}\mathscr{E}.$$

Путем последующих повторений получаем:

$$U_2 \to 2\mathscr{E}.$$

Соединив теперь источник и оба конденсатора последовательно, мы и получим напряжение, сколь угодно близкое к 4 $\mathscr{E}$.

56. Обозначим через T модуль силы упругости нити и через a модуль ускорения бруска (рис. 148). Так как угол α при движении системы остается постоянным, то горизонтальная проекция ускорения груза тоже равна a. Очевидно, что равна a и проекция ускорения груза на направление нити (изменение длины отрезка нити, находящегося за блоком, всегда равно модулю перемещения бруска). Поэтому

$$mg\cos\alpha - T = ma \text{ и}$$
$$T\sin\alpha = ma, \qquad (1)$$

где m — масса груза.

На брусок с блоком в точке A действуют две силы упругости нити. Поэтому для бруска можно записать следующее уравнение (в проекциях на горизонтальное направление):

$$T - T\sin\alpha = Ma. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) получаем:

$$m = M\frac{\sin 2\alpha}{2\cos\alpha - \sin 2\alpha}.$$

57. После опускания в сосуд тела сила давления на дно сосуда увеличится на mg. С другой стороны, давление на дно сосуда увеличится во всех точках на одну и ту же величину $\rho g\Delta h$ за счет подъема на Δh уровня жидкости в сосуде (тело не тонет и само не «давит» на дно сосуда). Следовательно,

$$mg = \rho g\Delta h S.$$

Отсюда

$$\Delta h = \frac{m}{\rho S}.$$

58. Остывая до 0 °С, вода может отдать количество теплоты, равное

$$Q_1 = c_1 m_1 t_1 = 3{,}15 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Для нагревания льда до 0 °С необходимо затратить количество теплоты

$$Q_2 = c_2 m_2 (0^\circ - t_2) = 1{,}05 \times 10^4 \text{ Дж}.$$

Для того чтобы теперь весь лед расплавился, необходимо еще подвести к нему количество теплоты:

$$Q_3 = \lambda m_2 = 1{,}65 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Но после нагрева льда до 0 °С вода может отдать лишь $2{,}1 \times 10^4$ Дж. Поэтому лед расплавится не весь и температура смеси после установления теплового равновесия будет равна 0 °С.

59. Каждая из половинок линзы «работает» как целая линза с тем же фокусным расстоянием и той же главной оптической осью. Поэтому, после того как линзу разрезали и полученные половинки раздвинули, изображений светящейся точки будет два. Их положение легко найти, построив ход лучей, идущих через фокусы половинок линзы и через их оптические центры O и O' (рис. 149). Каждое из этих изображений будет в 2 раза менее ярким, чем изображение источника, получаемое с помощью целой линзы.

60. Напряжение U_2 на резисторе с сопротивлением r_2 равно $U - U_1$, а сила тока, идущего через этот резистор, определяется по закону Ома:

$$I_2 = \frac{U - U_1}{r_2}.$$

Но

$$I_2 = I_1 + I_в,$$

где I_1 — сила тока, идущего через резистор с сопротивлением r_1, а $I_в$ — сила тока, идущего через вольтметр. Так как

$$I_1 = \frac{U_1}{r_1},$$

то

$$I_в = I_2 - \frac{U_1}{r_1},$$

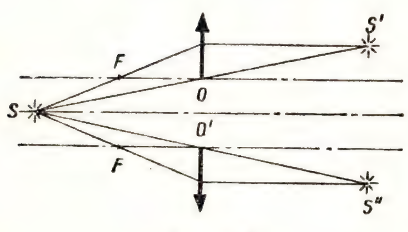


Рис. 149

откуда

$$\frac{I_в}{I_2} = 1 - \frac{U_1}{I_2 r_1} = 1 - \frac{U_1 r_2}{(U - U_1) r_1} \approx$$
$$\approx 0{,}004.$$

61. Изменение продолжительности дня связано с углом наклона земной оси к плоскости орбиты движения Земли вокруг Солнца, равным 23,5°. Если бы земная ось была перпендикулярна к плоскости орбиты, продолжительность дня практически не менялась бы.

Указанный наклон земной оси не меняется. А так как Земля обращается вокруг Солнца, то при наблюдении с Солнца она была бы видна по-разному (рис. 150, *а*). Это значит, что разные участки земной поверхности Солнце освещает в течение различных промежутков времени. Эти промежутки меняются ото дня ко дню и для каждого данного участка поверхности. Поэтому продолжительность дня непостоянна. Очевидно, что в декабре и июне, когда в северном полушарии продолжительность дня соответ-

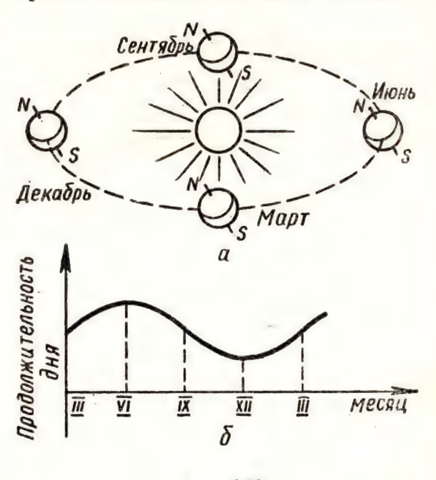


Рис. 150

ственно минимальна или максимальна, а Северный полюс наклонен от Солнца или к Солнцу, положение земной оси относительно Солнца меняется очень медленно. Медленно меняется и продолжительность дня. В то же время в марте и сентябре положение оси меняется наиболее быстро; наиболее быстро меняется и продолжительность дня.

Примерный график зависимости продолжительности дня от времени года представлен на рисунке 150, *б*. Приблизительно это синусоида. Скорость изменения продолжительности дня, очевидно, пропорциональна тангенсу угла наклона касательной к графику. В декабре и июне эта касательная почти горизонтальна (она точно горизонтальна 22 июня и 22 декабря), а в марте и сентябре ее наклон максимален.

62. Условие изотермичности атмосферы в данной задаче не обязательно. Необходимо только, чтобы температура газа в аэростате (имеется в виду аэростат с герметичной оболочкой) и воздуха снаружи была все время одинакова, что, естественно, выполняется в случае изотермической атмосферы.

Подъемная сила F аэростата объемом V определяется формулой

$$F = (\rho_1 - \rho_2)\, gV, \qquad (1)$$

где ρ_1 — плотность атмосферного воздуха на той высоте, на которой находится аэростат, и ρ_2 — плотность наполняющего аэростат газа.

Из уравнения Менделеева — Клапейрона следует, что между плотностью газа и его давлением имеется следующее соотношение:

$$p = \frac{\rho}{M} RT.$$

Так как оболочка аэростата эластична, можно пренебречь разностью давлений внутри и вне аэростата и считать, что давление внутри аэростата равно давлению снаружи. Поэтому

$$\frac{\rho_1}{M_1} RT = \frac{\rho_2}{M_2} RT,$$

или

$$\frac{\rho_1}{M_1} = \frac{\rho_2}{M_2}. \qquad (2)$$

Но

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V},$$

где m_2 — масса наполняющего аэростат газа. Поэтому соотношение (2) можно записать так:

$$\rho_1 V = \frac{M_1}{M_2} m_2. \qquad (3)$$

Подставив выражение (3) в формулу (1), получим:

$$F = m_2 g \left(\frac{M_1}{M_2} - 1\right).$$

Отсюда видно, что подъемная сила аэростата не зависит от высоты.

63. Закон сохранения импульса верен лишь для изолированной системы. В данной же задаче систему «лента — человек» нельзя считать изолированной, так как ролики закреплены и, когда человек увеличивает или уменьшает свою скорость относительно ленты, импульс передается не только ленте, но и Земле. Поэтому человек может сбежать с ленты, если он будет бежать неравномерно.

64. Рассмотрим случай, когда человек тянет ящик. Для того

чтобы сдвинуть ящик, не скользя по полу, человек должен приложить к ящику силу $\vec{F}$, горизонтальная проекция которой по абсолютному значению больше или равна силе трения покоя ящика о пол и меньше силы трения покоя человека о пол:

$$F\cos\alpha \geqslant \mu\,(Mg - F\sin\alpha),$$
$$F\cos\alpha \leqslant \mu\,(mg + F\sin\alpha),$$

где α — угол между приложенной к ящику силой и горизонтом (рис. 151). Отсюда

$$\mu F\sin\alpha \geqslant \mu Mg - F\cos\alpha,$$
$$\mu F\sin\alpha \geqslant F\cos\alpha - \mu mg.$$

Решая эту систему уравнений относительно $F\sin\alpha$ и $F\cos\alpha$, получаем:

$$F\sin\alpha \geqslant \frac{1}{2}(M - m)\,g,$$

$$F\cos\alpha \geqslant \frac{1}{2}\mu\,(M + m)\,g.$$

Следовательно,

$$F \geqslant \frac{1}{2}g\sqrt{(M-m)^2+\mu^2(M+m)^2}.$$

65. Удлинение Δl пружины можно выразить так:

$$\Delta l = n\cdot 2d\sin\frac{\alpha}{2},$$

где n — число витков пружины, а α — угол, на который разворачивается виток пружины (рис. 152). Так как общее удлинение пружины мало, то этот угол мал и

$$\sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}.$$

Следовательно,

$$\Delta l = nd\,\alpha.$$

Угол α пропорционален моментам сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, которые растягивают виток:

$$\alpha \sim Fd,$$

где $F = |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$. Так как

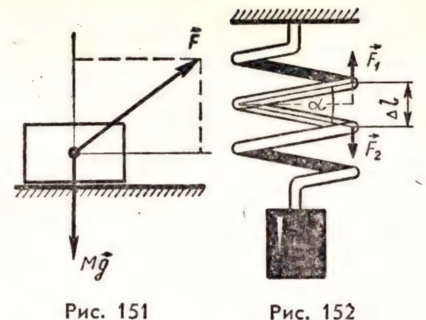


Рис. 151 Рис. 152

силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ по модулю равны весу P груза, подвешенного к пружине, то

$$\Delta l \sim nd^2 P.$$

Диаметр витков второй пружины вдвое больше, а число витков у нее вдвое меньше; следовательно, абсолютное удлинение второй пружины вдвое больше, чем первой. Таким образом, вторая пружина растянется на $\frac{2}{5}$ своей длины.

66. При равновесии газового пузырька в жидкости избыточное давление внутри него равно $\frac{2\sigma}{R}$ (где σ — поверхностное натяжение, R — радиус пузырька).

Вода начинает кипеть, когда избыточное давление воздуха и насыщенного пара внутри пузырьков станет больше, чем $\frac{2\sigma}{R}$, так как только в этом случае пузырек начнет расширяться и всплывет.

В кипяченой воде остаются только очень маленькие пузырьки, поэтому для того, чтобы она закипела, избыточное давление внутри этих пузырьков должно быть больше, чем в случае сырой

воды, содержащей большие пузырьки. Следовательно, температура кипения кипяченой воды выше температуры кипения сырой воды. Благодаря этому вода, находящаяся в большой кастрюле, передает воде в маленькой кастрюле тепло, необходимое для ее кипения. Это и объясняет описанный в задаче опыт.

67. Так как

$$E = a\ (1 + \cos\ \Omega t)\ \cos\ \omega t =$$
$$= a\cos \omega t + \frac{1}{2}\, a\cos[(\omega - \Omega)t] +$$
$$+ \frac{1}{2} a\cos[(\omega + \Omega)t],$$

то модулированная по амплитуде волна представляет собой сумму трех монохроматических волн с частотами ω, $\omega_1 = \omega - \Omega$ и $\omega_2 = \omega + \Omega$. Кванты энергии, соответствующие этим волнам, равны:

$$W = \hbar\omega = 2{,}1 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж},$$
$$W_1 = \hbar\omega_1 = 1{,}89 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж},$$
$$W_2 = \hbar\omega_2 = 2{,}31 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж}.$$

Так как энергия ионизации атома водорода $W_i = 13{,}5$ эВ $= 2{,}16 \cdot 10^{-18}$ Дж, то $W_i > W_1$ и $W_i > W$. Поэтому колебания с частотами ω и ω_1 не могут ионизировать атом водорода. Ионизацию могут производить только колебания с частотой ω_2. Энергия W_e выбитых ими электронов будет равна разности $W_2 - W_i = 1{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж.

68. Так как напряженность поля внутри шара равна нулю, то потенциал всех точек внутри шара одинаков и равен потенциалу точек, лежащих на его поверхности. Поэтому достаточно определить потенциал поля в любой точке внутри шара, например в его центре. Он равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R} + \sum \frac{\Delta q_i}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где Δq_i — заряды, индуцированные на поверхности шара, r — радиус шара. Так как полный заряд шара

$$Q = \sum_i \Delta q_i$$

равен нулю, то второе слагаемое равно нулю. В результате находим:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}.$$

69. В инерциальной системе отсчета, связанной со звездами, угловая скорость объекта, кажущегося неподвижным относительно звезд, равна нулю. Поэтому этот объект не может иметь центростремительное ускорение и, следовательно, не может вращаться около какой-либо точки пространства, в том числе и вокруг Земли. Следовательно, такое тело не может быть спутником Земли.

70. Для определения плотности ρ камня необходимо знать его массу m и объем V:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

С помощью динамометра можно определить значения веса тела в воздухе P_1 и в воде P_2. Разность этих значений равна архимедовой силе F_A, действующей на камень в воде (архимедовой силой, действующей на камень в воздухе, пренебрегаем). Зная плотность воды ρ_0, определим объем камня:

$$V = \frac{F_A}{\rho_0 g} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g},$$

и его плотность

$$\rho = \frac{P_1}{gV} = \frac{P_1}{P_1 - P_2}\rho_0.$$

71. Наиболее простое решение получается в том случае, если в распоряжении экспериментатора имеется небольшое тело, которое плавает и в воде, и в исследуемой жидкости. В этом случае из условия плавания этого тела в воде следует:

$$mg = \rho_1 V_1 g,$$

или

$$m = \rho_1 V_1,$$

где ρ_1 — плотность воды и V_1 — объем части тела, погруженной в воду.

Точно так же из условия плавания этого тела в масле имеем:

$$m = \rho_2 V_2,$$

где ρ_2 — плотность масла и V_2— объем части тела, погруженной в масло.

Откуда следует, что

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2,$$

или

$$\rho_2 = \frac{V_1}{V_2}\rho_1.$$

Если в распоряжении экспериментатора нет подходящего тела, то задачу можно решить другим способом. В мерный цилиндр наливают один раз воду, а другой раз — исследуемую жидкость и погружают медный цилиндр в сосуд с водой. Воды и исследуемой жидкости наливают в цилиндр столько, чтобы он оба раза плавал в сосуде с водой, погружаясь на одну и ту же глубину. Это значит, что в обоих случаях масса мерного цилиндра с жидкостью одинакова. Одинаковы, следовательно, и взятые массы воды и исследуемой жидкости:

$$\rho_1 V_1' = \rho_2 V_2',$$

где V_1' и V_2' — объемы воды и исследуемой жидкости в мерном цилиндре. Отсюда

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{V_1'}{V_2'}.$$

72. Для повышения точности измерений можно поступить следующим образом. Сначала составить цепь по схеме, приведенной на рисунке 153, *а*, для определения сопротивления амперметра r_A:

$$r_A = \frac{U_1}{I_1},$$

где I_1 и U_1 — показания амперметра и вольтметра. Затем поставить цепь по схеме, показанной на рисунке 153, *б*, и из уравнения

$$I_2 (R_x + r_A) = U_2$$

(где I_1 и U_2 — показания амперметра и вольтметра) находят сопротивление R_x резистора:

$$R_x = \frac{U_2}{I_2} - r_A = \frac{U_2}{I_2} - \frac{U_1}{I_1}.$$

73. Проволоки следует покрыть тонким слоем воска. С этой целью их необходимо нагреть и провести ими по кусочку твердого воска. Затем все проволочки следует скрепить с одного конца и нагревать в месте скрепления. Через равные промежутки времени следует измерять длины отрезков проволоки, на которых воск рас-

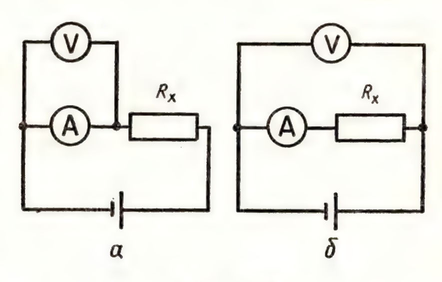


Рис. 153

плавился. Отношение этих длин $l_1 : l_2 : l_3 \ldots$ приблизительно равно отношению коэффициентов теплопроводности проволок. Погрешность опыта определяется различием теплоотдачи у проволок с разной теплопроводностью. Чем больше теплопроводность проволоки, тем больше длина отрезка нагретой части проволоки и, следовательно, больше теплоотдача с ее поверхности. В связи с этим опыт желательно проводить достаточно быстро. Для получения более точного результата можно провести несколько независимых опытов.

74. Для того чтобы «шар» поднимался, необходимо, чтобы архимедова сила F_A, действующая на «шар» со стороны атмосферного воздуха, была больше силы тяжести, действующей на оболочку «шара» и горячий воздух, находящийся внутри «шара»:

$$F_A > mg + V\rho g,$$

или

$$V\rho_0 g > mg + V\rho g.$$

Отсюда

$$m < V(\rho_0 - \rho),$$

где m — масса оболочки, V — объем «шара». Массу оболочки можно найти из выражения

$$m = \sigma S,$$

где σ — масса единицы поверхности (1 м^2) газетного листа, S — площадь поверхности оболочки «шара».

Если оболочке из газеты придать форму куба с ребром a, то можно будет записать:

$$\sigma \cdot 6a^2 < a^3(\rho_0 - \rho),$$

откуда

$$a > \frac{6\sigma}{\rho_0 - \rho}.$$

Так как масса одного стандартного двойного газетного листа размером $0{,}84 \cdot 0{,}59$ м^2 (площадь $S_0 = 0{,}5$ м^2) равна $m_0 = 20$ г, то

$$\sigma = \frac{m_0}{S_0} = 0{,}04 \text{ кг/м}^2.$$

Подставив приведенные в условии задачи значения плотностей ρ и ρ_0, получим:

$$a > \frac{6 \cdot 0{,}04}{1{,}3 - 1} \text{ м} = 0{,}8 \text{ м}.$$

Таким образом, газетный куб с ребром больше 0,8 м, наполненный горячим воздухом, сможет поднять самого себя.

75. На лодку при движении человека действуют две силы: сила $\vec{F}$, с которой человек толкает лодку, и сила трения о воду

$$\vec{F}_{тр} = -\alpha\vec{v},$$

где α — коэффициент пропорциональности, а $\vec{v}$ — скорость лодки. За малое время Δt равнодействующая этих сил изменит импульс лодки на величину

$$\Delta(Mv) = (F - F_{тр})\Delta t = F\Delta t - \alpha v\Delta t = F\Delta t - \alpha\Delta l, \quad (1)$$

где M — масса лодки, v — ее средняя скорость за промежуток времени Δt и Δl — путь, который лодка пройдет относительно воды за время Δt. За это же время импульс человека меняется на

$$\Delta(mu) = -F\Delta t, \quad (2)$$

где m — масса человека, а u — его скорость относительно воды.

Учитывая (2), можно изменение импульса лодки представить

так:

$$\Delta (Mv) = -\Delta (mu) - \alpha\Delta l.$$

За все время движения лодки ее импульс изменится на величину, равную

$$\Sigma\Delta (Mv) = -\Sigma\Delta (mu) - \alpha\Sigma\Delta l,$$

или

$$Mv = -mu - \alpha l,$$

где l — полное смещение лодки.

Но после перехода человека на корму он будет двигаться относительно воды с той же скоростью, что и лодка. Кроме того, конечная скорость лодки равна нулю (лодка в конце концов останавливается). Приняв $v = u = 0$, получаем: $l=0$. Таким образом, к моменту остановки лодки она вернется в ту же точку, в которой находилась до начала движения человека.

76. Пусть в некоторый момент канат не натянут (например, из-за того, что буксир потерял скорость, «попав на волну»). Тогда скорость буксируемой лодки уменьшается из-за сопротивления воды, а скорость буксира увеличивается благодаря работе гребцов или двигателя. Канат натягивается. Время τ натяжения каната по порядку величины выражается так:

$$\tau = \frac{h^2}{lv},$$

где v — скорость буксира относительно лодки, l — длина буксирного каната и h — высота, на которую провисает буксирный канат в тот момент, когда он начинает натягиваться. Поскольку это время обычно мало (канат натягивается «рывком»), то, как при упругом соударе-

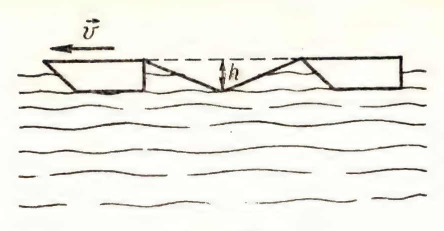


Рис. 154

нии двух одинаковых тел, буксир и лодка обмениваются импульсами и скорость буксира становится меньше скорости лодки. Канат провисает (рис. 154). Затем описанный процесс повторяется.

77. Рассмотрим случай, когда при движении поршня объем газа увеличивается. Газ, расширяясь, совершает работу за счет своей внутренней энергии и при этом охлаждается, так как теплообмен с внешней средой отсутствует.

На поршень попадают только те молекулы газа, скорость теплового движения которых больше скорости поршня. Поэтому при большой скорости поршня давление газа на него и, значит, работа, совершаемая газом, меньше, чем при малой скорости. Меньше и понижение температуры газа.

Так как в газе всегда имеются молекулы с очень большими скоростями, то давление газа на поршень и, следовательно, работа, совершаемая газом, никогда не равны нулю, но могут быть очень малыми, если скорость поршня достаточно велика.

Если при движении поршня объем газа уменьшается, то работа совершается н а д газом и его внутренняя энергия и температура увеличиваются.

78. Пусть в начальный момент времени ($t = 0$) дельфины находятся на расстоянии l и первый дельфин испускает импульс. Второй дельфин примет этот импульс спустя промежуток времени t_1. За это время звук пройдет путь $l - vt_1$. Следовательно,

$$t_1 = \frac{l - vt_1}{c}. \qquad (1)$$

Следующий импульс первый дельфин издает через промежуток времени $T = \frac{1}{\nu}$. Этот импульс дойдет до второго дельфина в момент времени

$$t_2 = T + \frac{(l - vt_1) - vT - v(t_2 - t_1)}{c}. \qquad (2)$$

Вычитая из выражения (2) выражение (1) и введя обозначение $t_2 - t_1 = T_1'$, получим:

$$T' = T - \frac{v}{c}(T + T').$$

Отсюда находим:

$$T' = T\frac{c - v}{c + v}.$$

Следовательно, частота следования импульсов, воспринимаемая вторым дельфином, будет равна

$$\nu' = \nu\frac{c + v}{c - v}.$$

Это изменение частоты получило название эффекта Доплера.

79. Видимый внутренний диаметр капилляра определяется теми лучами, которые, выходя из трубки параллельными, исходят из точек на внутренней поверхности трубки по касательной к этой поверхности (рис. 155). В этом случае они максимально удалены друг от друга. Так как

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{n} \text{ и } \sin\beta = \cos\gamma = \frac{r}{R},$$

то

$$\sin\alpha = \frac{r}{R}\frac{1}{n}.$$

Как видно из рисунка,

$$r_0 = R\sin\alpha = r\frac{1}{n}.$$

Это верно, если $R > r_0 n$. Если же $R \leqslant r_0 n$, то видимый внутренний радиус трубки будет совпадать с ее внешним радиусом и поэтому внутренняя поверхность трубки не будет видна: трубка будет казаться сплошной.

80. Примерный график зависимости $h(t)$ приведен на рисунке 156. Первый участок соответствует тепловому расширению жидкости, второй — испарению жидкости при постоянной температуре и третий — тепловому расширению пара.

81. Частица независимо от ее знака отклонится от диполя.

Рассмотрим подробно случай, когда частица приближается к диполю со стороны заряда, одноименного с зарядом частицы.

Пока частица находится слева (рис. 157) от плоскости OO′, проходящей через центр диполя

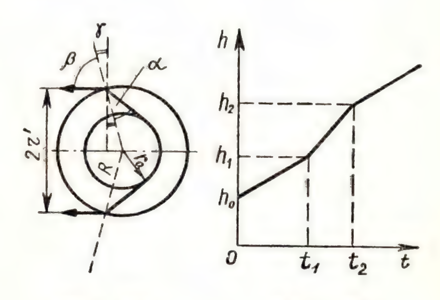


Рис. 155 Рис. 156

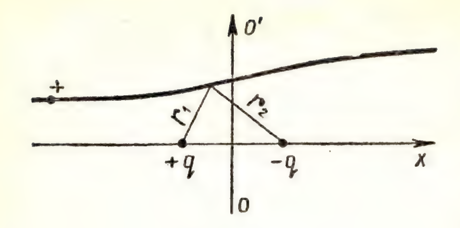


Рис. 157

перпендикулярно к его оси, расстояние частицы до диполя меньше, чем когда частица находится справа от плоскости OO′ на таком же расстоянии от этой плоскости. Поэтому сила, действующая на частицу и вызывающая ее отклонение от оси диполя, в первом случае больше, чем во втором.

Чтобы сравнить изменения импульса частицы, происходящие до плоскости OO′ и после нее, определим время, за которое частица пролетает соответствующие части пути. Для этого рассмотрим, как изменяется кинетическая энергия частицы при ее движении. На рисунке 158 изображен график зависимости потенциала поля, создаваемого диполем, от расстояния до плоскости OO′. Зависимость потенциала поля диполя вдоль траектории частицы описывается формулой

$$\varphi \backsim \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2},$$

где q — модуль заряда частиц диполя, r_1 и r_2 — расстояние от частицы до зарядов диполя.

Пользуясь указанным графиком и законом сохранения энергии

$$W_{\text{полн}} = W_{\text{к}} + \varphi q_1$$

(где $W_{\text{полн}}$ и $W_{\text{к}}$ — соответственно полная и кинетическая энергия частицы, а q_1 — ее заряд), легко построить график зависимости кинетической энергии частицы от ее расстояния до плоскости OO′ (рис. 159). Из этого графика видно, что, когда частица находится слева от плоскости OO′, ее кинетическая энергия и, следовательно, скорость меньше кинетической энергии и скорости на соответствующем участке справа от OO′. Значит, время, в течение которого частица пролетает определенный отрезок пути, в первом случае (слева) больше, чем во втором (справа).

Таким образом, когда частица находится слева от OO′, на нее действует бо́льшая сила, чем когда она находится справа. В первом случае больше и время взаимодействия. Поэтому изменение импульса частицы на первом отрезке пути (слева от OO′) больше изменения импульса частицы на втором отрезке (справа от OO[1]). Следовательно, в итоге наблюдается отклонение частицы от диполя.

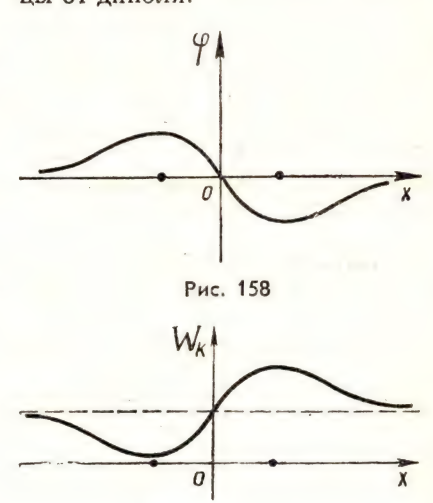


Рис. 158

Рис. 159

Аналогично рассматривается случай, когда частица приближается к диполю со стороны заряда, имеющего знак, противоположный знаку заряда частицы.

82. Дело не только в напряжении, но и в мощности, на которую лампочка рассчитана. Если мощность подключаемой 12-вольтовой лампочки меньше, чем других лампочек, то при включении такой лампочки протекающая через нее сила тока значительно больше силы тока, на которую она рассчитана, и она перегорает.

Лампочка же на 6,3 В не перегорит, если она рассчитана на мощность, которая равна или больше половины мощности имеющихся в цепи 12-вольтовых лампочек.

83. Как силы тяжести, так и силы давления воды, действующие на поршни, пропорциональны площадям поршней, т. е. квадратам их диаметров. Следовательно, пропорциональны квадратам диаметров и модули равнодействующих $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ сил тяжести и сил давления, действующих на поршни:

$F_1 = \alpha d_1^2,\ F_2 = \alpha d_2^2,\ F_3 = \alpha d_3^2,$

α — коэффициент пропорциональности.

Обозначив через x расстояние от середины стержня до точки, в которой надо прикрепить груз (рис. 160), можно условия равновесия стержня записать так:

$$\sum F = 0, \text{ или } \alpha d_1^2 + \alpha d_2^2 + \alpha d_3^2 - Mg = 0,$$

$$\sum M_0 = 0, \text{ или } \alpha d_1^2 \cdot a - Mgx - \alpha d_3^2 a = 0.$$

Отсюда

$$x = a \frac{d_1^2 - d_3^2}{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2}.$$

84. Работа A равна изменению потенциальной энергии системы «земля — тело — вода». Так как при подъеме тела объем воды V с поверхности перемещается на глубину h_0, то

$$A = mg(h + h_0) - \rho V g h_0 \approx 150 \text{ Дж},$$

где $\rho = 10^3$ кг/м^3 — плотность воды. Работа A меньше изменения потенциальной энергии тела.

85. Ход лучей в обоих случаях показан на рисунке 161. Изображение AB предмета дает система в отсутствие дополнительной рассеивающей линзы. В точку B приходит сходящийся пучок лучей.

Фокусное расстояние рассеивающей линзы должно быть таким, чтобы расстояние OA было втрое меньше, чем OA'. Тогда

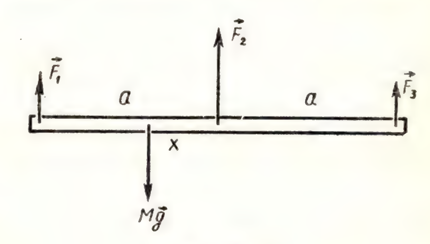


Рис. 160

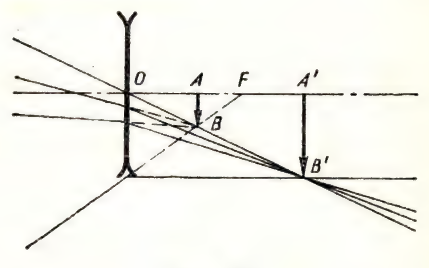


Рис. 161

в точке B' тоже сойдется сходящийся пучок лучей и $\frac{A'B'}{AB}=3$. Это фокусное расстояние можно найти, изобразив ход луча, который после рассеивающей линзы распространяется параллельно главной оптической оси.

86. Модуль равнодействующей $\vec{F}$ архимедовой выталкивающей силы и силы тяжести равен $(\rho - \rho_2) Vg$ (где ρ — плотность воды, ρ_2 — плотность газа в пузырьке и V — объем пузырька). Плотность газа в пузырьке пропорциональна давлению p газа, которое равно $p_0 + \frac{2\sigma}{R}$ (где R — радиус пузырька, σ — поверхностное натяжение воды и p_0 — давление газа над поверхностью лимонада). Так как

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

то

$$F \sim \left[\rho - \alpha\left(p_0 - \frac{2\sigma}{R}\right)\right] R^3.$$

Сила же сопротивления F_c при всплывании пузырька прямо пропорциональна площади лобового сечения, т. е. квадрату радиуса пузырька:

$$F_c \sim R^2.$$

Следовательно,

$$\frac{F}{F_c} \sim (\rho - \alpha p_0) R + 2\sigma.$$

Это отношение растет по линейному закону с увеличением радиуса пузырьков. Поэтому крупные пузырьки всплывают с большим ускорением и оказываются над мелкими.

87. Разобьем объем планеты на тонкие сферические слои толщиной Δr. Легко показать, что равнодействующая гравитационных сил, действующих со стороны слоя на частицу внутри этого слоя, равна нулю. Действительно, рассмотрим для этого конус с малым углом при вершине, в которую помещена частица массой m. Конус вырезает из слоя участки площадями S_1 и S_2 (рис. 162). Если масса вещества, приходящегося на единицу поверхности слоя, равна μ, то гравитационные силы, действующие на массу m со стороны участков S_1 и S_2, равны:

$$F_1 = G\frac{m\mu S_1}{r_1^2}, \quad F_2 = G\frac{m\mu S_2}{r_2^2};$$

но

$$\frac{S_1}{r_1^2}\cos\alpha_1 = \frac{S_2}{r_2^2}\cos\alpha_2 = \Omega,$$

где Ω — телесный угол при вершине O конуса. По построению $OM_1 = OA_1$ и $OM_2 = OA_2$. Поэтому

$$\widehat{OA_1M_1} = \widehat{OA_2M_2}.$$

Кроме того,

$$\widehat{OA_1B_1} = \widehat{OA_2B_2}$$

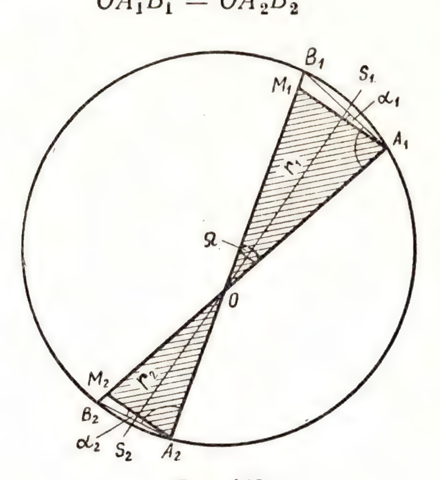


Рис. 162

как углы, опирающиеся на одну и ту же дугу. Так как

$$\alpha_1 = \widehat{OA_1B_1} - \widehat{OA_1M_1}$$

и

$$\alpha_2 = \widehat{OA_2B_2} - \widehat{OA_2M_2},$$

то $\alpha_1 = \alpha_2$ и, следовательно,

$$\frac{S_1}{r_1^2} = \frac{S_2}{r_2^2}.$$

Благодаря этому $F_1 = F_2$, и эти силы взаимно уравновешивают друг друга. Проведя аналогичное рассмотрение для других участков слоя, мы и докажем сделанное утверждение.

Сила, с которой притягивается элемент слоя объема $\Delta S \cdot \Delta r$ к центру планеты, равна

$$F = G\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho\Delta S\Delta r\rho}{r^2},$$

где r — расстояние от этого элемента до центра планеты. Отсюда найдем, что увеличение давления на участке толщиной Δr равно

$$\Delta p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{4}{3}\pi G\rho^2 r\Delta r.$$

Поэтому давление на расстоянии r_0 от центра планеты будет равно

$$p = p_0 + \frac{4}{3}\pi G\rho^2\Sigma r\Delta r.$$

Так как сумма $\Sigma r \cdot \Delta r$ равна площади фигуры, ограниченной графиком $y = r$ и осью r (рис. 163), то

$$\sum r\Delta r = \frac{(R + r_0)(R - r_0)}{2} = \frac{R^2 - r_0^2}{2}.$$

Поэтому

$$p = p_0 + \frac{2}{3}\pi G\rho^2(R^2 - r_0^2).$$

Приняв давление p_0 на поверности планеты равным нулю, получаем:

$$p = \frac{2}{3}\pi G\rho^2(R^2 - r_0^2).$$

В центре планеты ($r_0 = 0$) давление равно

$$p = \frac{2}{3}\pi G\rho^2R^2.$$

Принимая среднюю плотность земных пород равной $1{,}7 \times 10^3$ кг/м³ и радиус Земли $R_з = 6{,}4 \cdot 10^6$ м, получим для давления в центре Земли: $p \approx 1{,}6 \cdot 10^9$ Н/м².

88. Решение задачи представлено на рисунке 164. Так как мощность равна $\frac{U^2}{R}$ (где R — сопротивление лампы), то сопротивление R_1 лампы мощностью 75 Вт в 5 раз меньше

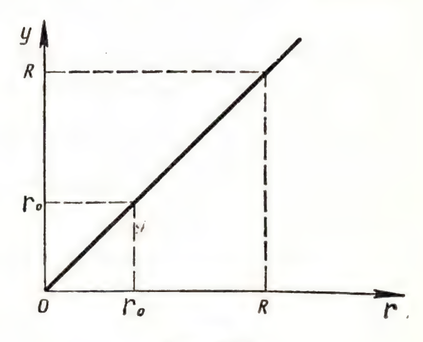


Рис. 163

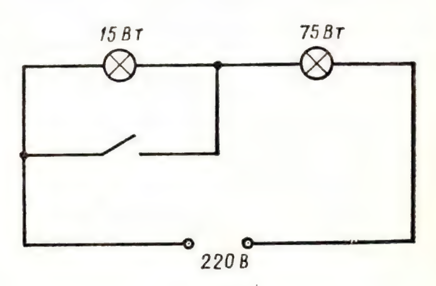


Рис. 164

сопротивления R_2 лампы мощностью 15 Вт. Когда выключатель разомкнут, напряжение на 15-ваттной лампе в 5 раз больше, чем на 75-ваттной и равно примерно 184 В. Эта лампа горит. На 75-ваттной лампе напряжение равно приблизительно 37 В, и нить этой лампы не раскаляется.

89. Обозначим через l длину каждой из нитей, через M массу левого и через m массу правого шара. В начальный момент левый шар находится на высоте $h = l(1 - \cos\alpha)$ от нижней точки (рис. 165). Из закона сохранения энергии следует, что скорость v левого шара в момент столкновения такова, что

$$\frac{Mv^2}{2} = Mgl(1 - \cos\alpha),$$

откуда

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}. \qquad (1)$$

Так как второй шар после столкновения поднялся на высоту $h_1 = l(1 - \cos\beta)$, то он имел скорость

$$u = \sqrt{2gl(1 - \cos\beta)}. \qquad (2)$$

Но при столкновении шаров их суммарный импульс сохраняется. Поэтому

$$M\sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = m\sqrt{2gl(1 - \cos\beta)},$$

откуда

$$\frac{M}{m} = \sqrt{\frac{1 - \cos\beta}{1 - \cos\alpha}}. \qquad (3)$$

Обозначим через W механическую энергию, теряемую при первом столкновении. Тогда

$$Mgl(1 - \cos\alpha) = mgl(1 - \cos\beta) + W. \qquad (4)$$

Пусть отношение энергии W к

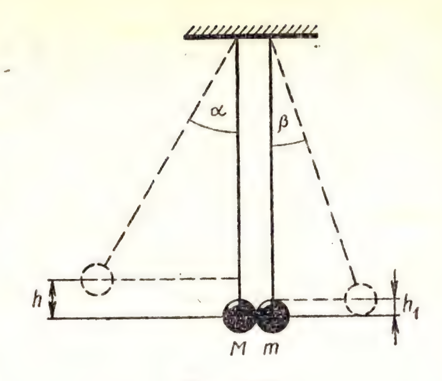


Рис. 165

максимальной потенциальной энергии W_p деформации шаров равно k. Так как в тот момент, когда деформация шаров максимальна, оба шара движутся как одно целое со скоростью v_0, то

$$Mv = (M + m)v_0,$$

откуда

$$v_0 = \frac{M}{M + m}v.$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{(M + m)v_0^2}{2} + W_p,$$

откуда

$$W_p = \frac{m}{M + m}\frac{Mv^2}{2}.$$

Так как

$$\frac{Mv^2}{2} = Mgl(1 - \cos\alpha),$$

то

$$W_p = \frac{Mm}{M + m}gl(1 - \cos\alpha),$$

или

$$W = k\frac{Mm}{M + m}gl(1 - \cos\alpha). \qquad (5)$$

Подставив это выражение в (4), получим:

$$M(1 - \cos\alpha) = m(1 - \cos\beta) + k\frac{Mm}{M + m}(1 - \cos\alpha). \qquad (4')$$

Обозначим через γ угол отклонения левого, а через δ угол отклонения правого шара после второго столкновения. Рассуждая так же, как при выводе равенства (4′), получим:

$$m(1-\cos\beta) = M(1-\cos\gamma) + m(1-\cos\sigma) + k\frac{Mm}{M+m} \times (1-\cos\gamma). \qquad (6)$$

С другой стороны, из условия сохранения импульса при втором столкновении имеем:

$$m\sqrt{2gl(1-\cos\beta)} = M\sqrt{2gl(1-\cos\gamma)} + m\sqrt{2gl(1-\cos\delta)}. \qquad (7)$$

Из уравнений (3), (4′), (6), (7) находим:

$$\gamma = \beta.$$

90. В тот момент, когда кирпич отрывается от мяча, скорость кирпича равна скорости верхней точки мяча. Обозначим эту скорость через v. Далее кирпич движется свободно и, применив к нему закон сохранения энергии

$$\frac{Mv^2}{2} = Mgh$$

(h — высота подъема кирпича), найдем, что

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Скорость нижней точки мяча в тот момент, когда кирпич отрывается от него, равна нулю. Поэтому ясно, что скорость центра мяча равна $\frac{v}{2}$. Записав для мяча закон сохранения энергии:

$$\frac{m\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2} = mgh_1$$

(где h_1 — высота подъема мяча), найдем:

$$h_1 = \frac{h}{4} \approx 25 \text{ см}.$$

91. Когда газ нагревается при постоянном объеме, затрачиваемая энергия идет только на изменение внутренней энергии газа, а при нагревании при постоянном давлении — еще и на совершение работы. Закон сохранения энергии для этих двух случаев запишется так:

$$mc_v \cdot \Delta t = \Delta W,$$
$$mc_p \cdot \Delta t = \Delta W + A,$$

где c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении, c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме, Δt — изменение температуры, ΔW — изменение внутренней энергии газа, m — масса газа и $A = p \cdot \Delta V$ — совершенная при расширении газа работа (ΔV — изменение объема, p — давление).

Так как при одинаковом изменении температуры газа изменение его внутренней энергии одинаково независимо от того, происходит ли это нагревание при постоянном объеме или при постоянном давлении, то можно записать:

$$c_p m \cdot \Delta t = c_v m \cdot \Delta t + p \cdot \Delta V. \qquad (1)$$

Пользуясь уравнением газового состояния, можно совершенную газом работу выразить через массу газа m и газовую постоянную R:

$$A = p \cdot \Delta V = \frac{m}{M} R \cdot \Delta t.$$

Подставив это выражение в уравнение (1), получим:

$$c_p = c_V + \frac{R}{M},$$

откуда

$$M = \frac{R}{c_p - c_V} \approx 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Неизвестный газ — кислород.

92. При полностью заторможенном якоре по его обмотке идет ток

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}}{R}.$$

Откуда для сопротивления обмотки якоря получаем:

$$R = \frac{\mathscr{E}}{I_0}.$$

При вращении якоря электродвигателя в его обмотке возникает ЭДС индукции $\mathscr{E}$, пропорциональная угловой скорости ω вращения якоря:

$$\mathscr{E} = k\omega,$$

где k — коэффициент пропорциональности.

По закону сохранения энергии

$$\mathscr{E} It = I^2Rt + Nt,$$

или, сократив на время t работы двигателя, получим:

$$\mathscr{E} I = I^2R + N,$$

где $\mathscr{E} I$ — мощность, потребляемая электродвигателем от сети, I^2R — тепловые потери в обмотке якоря, N — мощность, отдаваемая нагрузке, R — сопротивление обмотки якоря и I — сила тока в обмотке.

Из этого уравнения следует, что при отсутствии нагрузки ($N = 0$) сила тока в обмотке якоря равна нулю. Но по закону Ома сила тока в обмотке должна быть равна $\frac{\mathscr{E} - \mathscr{E}_и}{R}$. Это означает, что при отсутствии нагрузки ЭДС индукции $\mathscr{E}_и$, возникающая в обмотке якоря, равна ЭДС источника $\mathscr{E}$. После переключения одного из источников в обмотках якорей будет возбуждаться ЭДС:

$$\mathscr{E}'_и = k\omega = \mathscr{E}_и \frac{\omega}{\omega_0} = \mathscr{E} \frac{\omega}{\omega_0}.$$

При этом по обмоткам будут идти токи

$$I_1 = \frac{\mathscr{E} - \mathscr{E}'_и}{R} = I_0\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right),$$

$$I_2 = \frac{\mathscr{E} + \mathscr{E}'_и}{R} = I_0\left(1 + \frac{\omega}{\omega_0}\right).$$

За счет работы источников и внешней силы происходит нагревание обмоток:

$$\mathscr{E} I_1 + \mathscr{E} I_2 + N' = I_1^2R + I_2^2R.$$

Здесь

$$N' = Fv = Fr\omega = M\omega,$$

где F — приложенная к якорю внешняя сила, M — момент этой силы относительно оси и ω — угловая скорость точек на поверхности оси якорей. Заменив N', I_1, I_2 и R их выражениями через M, ω, I_0 и $\mathscr{E}$, получим:

$$M\omega + \mathscr{E} I_0\left[\left(1 + \frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right)\right] = $$

$$= I_0^2 \frac{\mathscr{E}}{I_0}\left[\left(1 + \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right],$$

откуда

$$M\omega + 2\mathscr{E} I_0 = \mathscr{E} I_0\left[2 + 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right],$$

или

$$M = \frac{2\mathscr{E} I_0 \omega}{\omega_0^2}.$$

93. Световой поток, идущий в единичном телесном угле, по всем направлениям один и тот же. Обозначим через σ световой поток, идущий в единичном телесном угле и попадающий на

единичную площадку линзы или дна под отверстием. В отсутствие линзы на дно попадают лучи, идущие в телесном угле $\Omega = S_{отв}/h^2$ (рис. 166, *а*). Следовательно, световой поток в этом случае равен $\Phi_1 = \sigma\Omega S_{отв}$, а освещенность дна под отверстием равна

$$E_1 = \frac{\Phi_1}{S_{отв}} = \sigma\Omega = \frac{\sigma S_{отв}}{h^2}.$$

Линза собирает в своей фокальной плоскости на дне ящика на площадке площадью S все лучи, идущие в телесном угле $\omega = S/h^2$ (рис. 166, *б*). Такие лучи «несут» световой поток $\Phi_2 = \sigma S_{отв}\,\omega$, так что освещенность изображения неба в этом случае равна

$$E_2 = \Phi_2/S = \frac{\sigma S_{отв}}{h^2}.$$

Мы видим, что $E_1 = E_2$, т. е. освещенность дна ящика под отверстием не меняется.

94. См. задачу 88.

95. Сухое трение между волокнами веревки сменяется на вязкое.

96. См. задачу 85.

97. См. рис. 167.

98. Момент силы $\vec{F}$, приложенной через цепь (рис. 168) к заднему колесу велосипеда, относительно мгновенной оси OO′ вращения колеса направлен против часовой стрелки. Поэтому колесо, а вместе с ним и велосипед, сдвинется вперед.

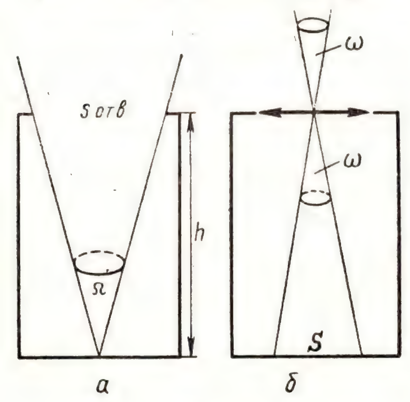


Рис. 166

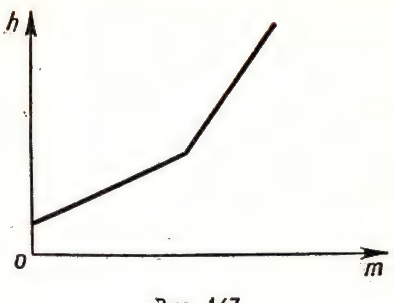


Рис. 167

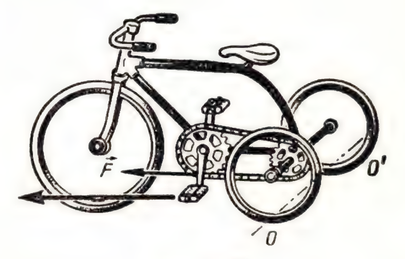


Рис. 168

99. Так как трение между трубами мало, то можно считать, что при соударении труб вращение одной из них не передается другой. Поэтому, рассматривая соударение, можно не учитывать их вращение.

Запишем для столкновения труб законы сохранения энергии и импульса:

$$mv_0 = mv_1 + mv_2, \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2},$$

где v_1 и v_2 — скорости поступательного движения соответственно первой и второй труб после соударения. Решая эти уравнения совместно, находим: $v_1 = 0$ и $v_2 = v_0$. Таким образом, тру-

бы при соударении «обмениваются» скоростями поступательного движения.

Рассмотрим теперь, что будет происходить с первоначально двигавшейся трубой после соударения. В системе координат, движущейся со скоростью v_0, скорость касающейся плоскости точки первой трубы равна $-\vec{v}_0$. Следовательно, в этой системе координат первая труба после столкновения вращается вокруг своей оси с угловой скоростью

$$\omega = \frac{v_0}{R}.$$

Сила трения $F = \mu mg$ (рис. 169), действующая на эту трубу, замедляет ее вращение и одновременно сообщает ей ускорение

$$a = \frac{F_{\text{тр}}}{m} = \mu g$$

в направлении первоначального движения трубы. К моменту t эта труба будет иметь скорость поступательного движения

$$u_1' = at = \mu gt$$

и будет вращаться вокруг своей оси с угловой скоростью

$$\omega_1 = \frac{v_0 - \mu gt}{R}.$$

Скорость поступательного движения трубы увеличивается пропорционально времени, а скорость вращения трубы уменьшается по линейному закону. К моменту t_0, когда скорость поступательного движения оси трубы станет равна линейной скорости вращения трубы вокруг оси, проскальзывание трубы относительно плоскости прекратится, и после этого ни скорость вращения трубы ω_1, ни скорость поступательного движения оси трубы u_1' уже не будут меняться. Из условия

$$\mu gt_0 = v_0 - \mu gt_0$$

найдем t_0:

$$t_0 = \frac{v_0}{2\mu g}.$$

В этот момент времени

$$u_1' = \frac{v_0}{2} \text{ и } \omega_1 = \frac{v_0}{2R}.$$

Рассматривая аналогично движение второй трубы, найдем:

$$u_2 = v_0 - \mu gt \text{ и } \omega_2 = \frac{\mu gt}{R}.$$

Действующая на вторую трубу сила трения уменьшает скорость u_2 ее поступательного движения и увеличивает угловую скорость вращения ω_2 вокруг оси. К моменту t_0 проскальзывание трубы относительно плоскости прекратится. С этого момента труба будет иметь постоянную скорость поступательного движения

$$u_2 = \frac{v_0}{2}$$

и угловую скорость вращения вокруг оси

$$\omega_2 = \frac{v_0}{2R}.$$

Графики зависимости скоростей поступательного движения труб и угловых скоростей вра-

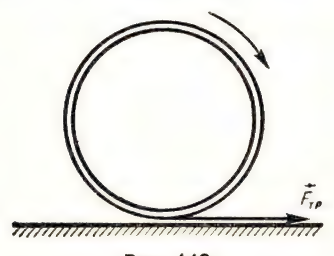


Рис. 169

щения труб вокруг их осей от времени показаны на рисунке 170.

100. Если угловая скорость вращения стержня O_1A относительно земли равна Ω, то в системе координат, вращающейся вместе со стержнем, точка A неподвижна, а земля вращается вокруг оси O_1 с угловой скоростью, равной по модулю Ω, в направлении, противоположном направлению вращения стержня относительно земли. Скорость $\vec{v}$ точки земли, в которой ее касается колесо, равна по модулю Ωl и направлена перпендикулярно стержню O_1A (рис. 171). Ее проекция на плоскость колеса равна $v \cos \alpha$. Так как трение колеса о почву велико, то точка колеса, в которой оно касается земли, движется относительно точки A, а значит, и относительно оси колеса, со скоростью $v_1 = v \cos \alpha$. Это означает, что колесо вращается вокруг своей оси с угловой скоростью

$$\omega = \frac{v_1}{r} = \Omega \frac{l}{r} \cos \alpha.$$

Отношение углов поворота стержня и колеса вокруг их осей равно отношению угловых скоростей вращения стержня и колеса. Поэтому, когда стержень O_1A сделает один оборот вокруг оси O_1, колесо сделает $\frac{l}{r} \cos \alpha$ оборотов вокруг своей оси.

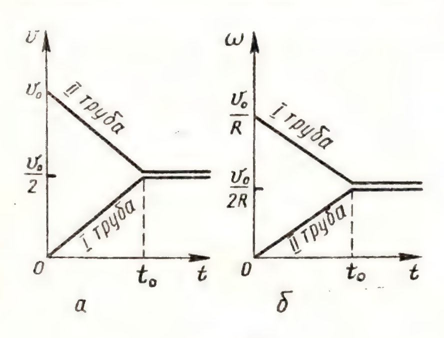


Рис. 170

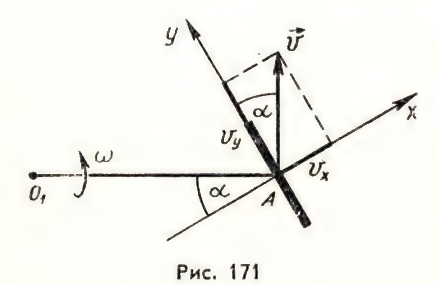


Рис. 171

101. Скорость, получаемая космонавтом при выстреле из второго пистолета, будет больше, если он выбросит первый пистолет (масса космонавта уменьшится). Значит, при последовательной стрельбе и выбрасывании использованного пистолета космонавт сможет скорее вернуться на корабль.

102. Обозначим через $\vec{v}$ скорость тяжелой частицы до удара. В системе координат, движущейся со скоростью

$$\vec{v}_ц = \frac{M}{M+m} \vec{v}$$

центра масс системы, обе частицы как до столкновения, так и после столкновения имеют одинаковые по модулю и противоположные по направлению импульсы. До столкновения

$$\vec{p}_1 = M(\vec{v} - \vec{v}_ц) = \frac{Mm}{M+m} \vec{v} \quad и$$

$$\vec{p}_2 = -\vec{p}_1.$$

Если после столкновения частиц тяжелая частица в системе «центр масс» имеет импульс $\vec{p}$ (а легкая — импульс $-\vec{p}$), то, вос-

пользовавшись связью

$$W_к = \frac{Mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

и законом сохранения механической энергии при абсолютно упругом ударе, можно записать:

$$\frac{p_1^2}{2M} + \frac{p_1^2}{2m} = \frac{p^2}{2M} + \frac{p^2}{2m}.$$

Отсюда следует, что $p = p_1$, т. е. после соударения частицы будут иметь в системе отсчета «центр масс» такие же по модулю импульсы, как и до столкновения. Направление вектора $\vec{p}$ зависит от условий столкновения и может быть произвольным.

Скорость тяжелой частицы в «лабораторной» системе отсчета будет после столкновения равна

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_ц + \frac{\vec{p}}{M},$$

а ее импульс

$$\vec{p}_1' = M\vec{v}_1 = M\vec{v}_ц + \vec{p}.$$

Геометрическая интерпретация этого результата представлена на рисунке 172. Так как импульс $\vec{p}$ может иметь любое направление, но модуль его задан и равен $\frac{Mm}{M+m}v$, то конец вектора $\vec{p}$ должен лежать на окружности радиуса $\frac{Mm}{M+m}v$, центр которой совпадает с концом вектора $M\vec{v}_ц$. Из рисунка видно, что угол между вектором $\vec{p}$ и вектором $M\vec{v}_ц$, т. е. угол между направлениями полета тяжелой частицы после удара и до удара максимален, когда вектор $\vec{p}_1'$ касается указанной окружности. Поэтому

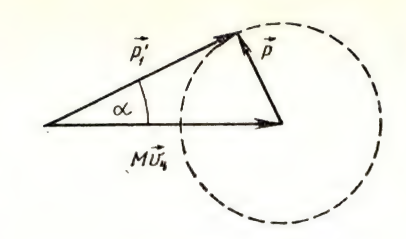


Рис. 172

$$\sin\alpha_{max} = \frac{p}{Mv_ц} = \frac{m}{M}.$$

103. Холодильник — это тепловая машина, работающая по обращенному циклу. Если рабочее тело прямой тепловой машины получает количество теплоты Q_2 от тела, имеющего высокую температуру T_2, и отдает меньшее количество теплоты Q_1 телу, находящемуся при низкой температуре T_1, совершая при этом работу

$$A = Q_2 - Q_1,$$

то холодильная машина отнимает количество теплоты Q_1' от холодного тела, находящегося при температуре T_1, и отдает количество теплоты Q_2' более нагретому телу с температурой T_2. При этом над рабочим телом холодильника извне совершается работа

$$A' = Q_2' - Q_1'.$$

Коэффициент полезного действия прямой тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2}$$

не может превышать величины $\frac{T_2 - T_1}{T_2}$. Если бы холодильная машина работала по тому же циклу, что и прямая и при тех

же температурах T_1 и T_2, то имели бы место следующие равенства:

$$Q_1' = Q_1, \quad Q_2' = Q_2 \text{ и } A' = A.$$

КПД холодильной машины был бы в этом случае равен

$$\eta' = \frac{Q_1}{A} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1}.$$

Так как для идеальной прямой машины

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2},$$

или

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

то для КПД идеальной холодильной машины получаем:

$$\eta' = \frac{Q_1/Q_2}{1 - Q_1/Q_2} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}.$$

Минимальное значение работы, которая должна быть произведена над рабочим телом идеальной холодильной машины, определяется так:

$$A = \eta' Q_1 = Q_1 \frac{T_1}{T_2 - T_1}.$$

Поэтому потребляемая холодильной машиной мощность вычисляется по формуле

$$P = \frac{Q_1}{t} \frac{T_1}{T_2 - T_1}.$$

Подставив сюда значения $Q_1 \approx 7{,}9 \cdot 10^5$ Дж, $T_1 = 278$К и $T_2 = 293$К, найдем для мощности, потребляемой холодильником от сети, значение $P = 12$ Вт.

Конечно, КПД обычных холодильных машин (неидеальных) значительно ниже, и, следовательно, реальные холодильники потребляют от сети значительно большую мощность. Это связано с тем, что процессы в реальных холодильных машинах являются необратимыми.

104. Мощность P нагревателя с сопротивлением R определяется формулой

$$P = I^2 R = \frac{\mathscr{E}^2}{(R + r)^2} R,$$

где $\mathscr{E}$ — ЭДС источника, r — его внутреннее сопротивление. Эта мощность максимальна при $R = r$. Действительно, P максимально, когда выражение

$$\frac{(R + r)^2}{R} = R + \frac{r^2}{R} + 2r$$

минимально. Но

$$R + \frac{r^2}{R} \geqslant 2\sqrt{R \frac{r^2}{R}} = 2r.$$

Следовательно, P максимально при

$$R + \frac{r^2}{R} = 2r, \text{ т. е. при } R = r.$$

Таким образом, рассматриваемый нагреватель будет иметь максимальную мощность, если его сопротивление сделать близким или равным 25 Ом. Для этого спирали нужно соединить так, как показано на рисунке 173. Нетрудно убедиться, что мощность каждой спирали при этом не будет превышать 2 Вт.

105. См. задачу 85.

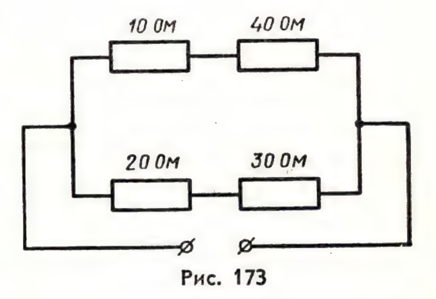


Рис. 173

106. См. задачу 98. Если сидящий на велосипеде (рис. 174) мальчик будет толкать нижнюю педаль носком ботинка вперед, то на сиденье велосипеда мальчик будет действовать с такой же силой, как и на педаль (так как мальчик находится в равновесии, то горизонтальные силы, действующие на него со стороны педали и сиденья, должны быть равны). Но момент силы $\vec{F}$, приложенной к седлу относительно оси «0», значительно больше момента силы $F_1 = F\frac{r}{r_0}$ (где r — длина рычага педали, r_0 — радиус первой шестерни), приложенной к задней шестерне. Поэтому в этом случае велосипед двинется назад.

107. Если независимо от полярности подключения источника постоянного напряжения накал лампы отсутствует (рис. 175), то это означает, что в ящике находится элемент электрической цепи, представляющий большое сопротивление для постоянного тока. Второе испытание состоит в подключении источника переменного напряжения: свечение лампы позволяет сделать вывод, что в ящике находится конденсатор.



Рис. 174

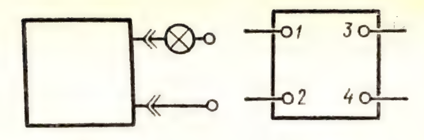


Рис. 175 Рис. 176

108. Подключим батарейку к клеммам *1—2* (рис. 176). Показания вольтметра между всеми выводами ящика представлены в таблице 1. Подключим батарейку к выводам *3—4*. Показания вольтметра между всеми выводами ящика представлены в таблице 2.

Таблица 1

Номер контакта	1	2	3	4
1		U_0	0	U_0
2	U_0		U_0	0
3	0	U_0		$U_0/2$
4	U_0	0	$U_0/2$	

Таблица 2

Номер контакта	1	2	3	4
1		U_0	0	U_0
2	U_0		U_0	0
3	0	U_0		U_0
4	U_0	0	U_0	

При других вариантах включения источника вольтметр всегда показывает нуль.

Проведенные испытания позволяют сделать вывод, что в ящике осуществлена схема, изображенная на рисунке 25.

П р и м е ч а н и е. Вольтметр должен иметь сопротив-

ление, много большее сопротивлений резисторов, находящихся в «черном ящике».

109. Нужно намотать кусок провода на одну из обмоток трансформатора и подсчитать число витков n_0. Затем подать напряжение на одну из обмоток и измерить напряжения на всех обмотках. В случае ненагруженного трансформатора отношения этих напряжений равны отношениям чисел витков.

110. На одну из чашек весов поместить гирю, масса которой заведомо больше массы груза. На другую чашку весов положить разновес до установления равновесия весов. Затем на эту же чашку кладется груз неизвестной массы, а разновес снимается до тех пор, пока равновесие весов не восстановится. Масса снятого разновеса равна массе груза. При этом способе решения массу чашек весов знать не надо. Такой способ измерения массы тел впервые предложил Д. И. Менделеев.

111. Нагрев определенную массу воды m_1 до температуры t_1, переливают ее в калориметр массой m_2 с начальной температурой t_2. Измерив температуру воды Θ после переливания, можно определить удельную теплоемкость c_2 вещества калориметра

$$c_1 m_1 (t_1 - \Theta) = c_2 m_2 (\Theta - t_2),$$

$$c_2 = \frac{c_1 m_1 (t_1 - \theta)}{m_2 (\theta - t_2)},$$

где c_1 — удельная теплоемкость воды (считается известной).

Массы m_1 и m_2 воды и калориметра определяют путем взвешивания.

112. Брусок кладут на доску, которую наклоняют до такого угла α, при котором брусок начинает равномерно скользить вниз при легком постукивании по доске. Из уравнения движения

$$F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = 0,$$

или

$$\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = 0,$$

находим:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha.$$

Измерив угол α, находим значение μ.

113. Скорость v_0 вылета снаряда пружинного пистолета можно определить по дальности его полета l в горизонтальном направлении с высоты h:

$$v_0 = \frac{l}{t},$$

где t — время падения снаряда, определяемое по формуле

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Следовательно,

$$v_0 = l \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Для повышения точности измерений следует произвести серию выстрелов, фиксируя место попадания шарика с помощью листов белой и копировальной бумаги, усреднить значение дальности полета l и рассчитать соответствующее значение средней скорости вылета снаряда.

114. Поверхностное натяжение σ можно определить как отношение силы поверхностного натяжения F к длине l границы поверхности:

$$\sigma = \frac{F}{l}.$$

Силу поверхностного натяжения можно определить, измерив с помощью чувствительной

пружины силу, которую нужно приложить, чтобы разорвать пленку жидкости с известной длиной границы. Например, при извлечении из жидкости кольца с внешним и внутренним диаметрами d_1 и d_2 жидкостная пленка разрывается на длине $\pi(d_1 + d_2)$. Поэтому для поверхностного натяжения получаем:

$$\sigma = \frac{F_{упр}}{\pi(d_1 + d_2)}.$$

В этой формуле сила упругости пружины определяется по закону Гука:

$$F_{упр} = kx,$$

где k — жесткость пружины, x — ее удлинение при вытягивании кольца из исследуемой жидкости.

Жесткость пружины k можно определить в отдельном опыте, используя разновес и линейку.

Более точно можно определить силу упругости, не измеряя жесткость пружины. Заметив ее удлинение при вытягивании кольца, нагружают затем пружину до такого же удлинения разновесом. В этом случае сила упругости равна весу разновеса:

$$F_{упр} = mg.$$

При выполнении работы необходимо обеспечить чистоту поверхности кольца, так как коэффициент поверхностного натяжения жидкости сильно зависит от примесей.

115. При выполнении работы следует увеличивать силу тока постепенно, чтобы процесс был равновесным и в любой момент выполнялось равенство

$$P_1 = P_2,$$

где P_1 — мощность электрического тока, протекающего по проволоке, P_2 — мощность теплопередачи в окружающее пространство.

Мощность P_2 пропорциональна боковой поверхности проволоки $S = \pi dl$ (где d — диаметр и l — длина проволоки) и складывается из мощности излучения $S\sigma T^4$ и мощности, характеризующей процесс теплопроводности,

$$Sk(T - T_0):$$

где σ и k — постоянные.

Мощность электрического тока равна $P_1 = I^2R$. Но

$$R = R_0\alpha T = \rho\frac{l}{\pi(d/2)^2}\alpha T.$$

Поэтому

$$P_1 = \frac{4\rho lI^2\alpha T}{\pi d^2},$$

где α — температурный коэффициент сопротивления, ρ — удельное сопротивление материала, из которого изготовлена проволока.

Так как $P_1 = P_2$, то

$$\frac{4\rho lI^2\alpha T}{\pi d^2} = \pi dl(\sigma T^4 + k \cdot \Delta T),$$

откуда

$$I \sim d^{3/2}.$$

При выполнении работы полезно построить график зависимости: $I^2 \sim d^3$.

116. С помощью манометра (рис. 177) нужно измерить давление p в баллоне, когда он находится на воздухе, при температуре t и давлении p_1, когда он находится в водяной ванне при температуре t_1. Температуры измеряются термометром. Так как при постоянном объеме

$$\frac{p_1}{1 + \alpha t_1} = \frac{p}{1 + \alpha t},$$

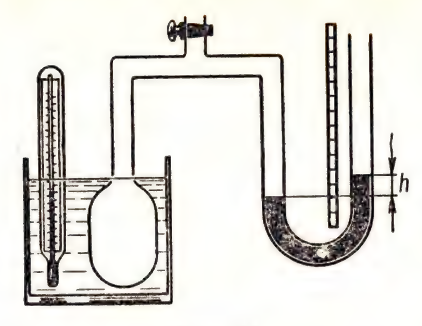


Рис. 177

то

$$\alpha = \frac{p_1 - p}{pt_1 - p_1 t}.$$

Давления p и p_1 равны соответственно:

$$p = p_a + \rho g h,$$
$$p_1 = p_a + \rho g h_1,$$

где ρ — плотность ртути и p_a — атмосферное давление.

Для того чтобы при обоих измерениях объем воздуха был одним и тем же, уровень воды в левом колене манометра должен оба раза быть одинаковым.

Атмосферное давление p_a измеряется с помощью барометра.

117. При пропускании через раствор медного купороса ($CuSO_4$) электрического тока на катоде выделится медь. Масса выделившейся меди определяется по формуле

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n} It,$$

где $M = 0{,}064$ кг/моль — молярная масса меди, $n = 2$ — валентность меди в этом соединении, F — число Фарадея, I — сила тока, t — время пропускания тока. Отсюда

$$F = \frac{MIt}{mn}.$$

Сила тока фиксируется амперметром, время пропускания тока — с помощью часов, масса выделившейся меди определяется по разности масс катода до и после опыта. Перед вторым взвешиванием катода его надо хорошо подсушить.

118. В основе метода, применяемого в этой работе, лежит явление кажущегося уменьшения толщины пластины, когда рассматривают сквозь нее метку на нижней поверхности пластины при углах падения лучей, близких к нулю. В этом случае, как видно из рисунка 178, показатель преломления стекла определяется так:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \approx \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{H}{h},$$

где H — истинная толщина пластины, h — кажущаяся толщина ее. Сделав метки на нижней и верхней поверхностях пластины, наведите резкость сначала на нижнюю метку и зафиксируйте положение тубуса микроскопа, а затем, приподнимая тубус, получите четкое изображение верхней метки. Расстояние, на которое поднимается тубус, равно кажущейся толщине h пластины. Если на микроскопе нет специального индикатора высоты подъема тубуса, то перемещение тубуса

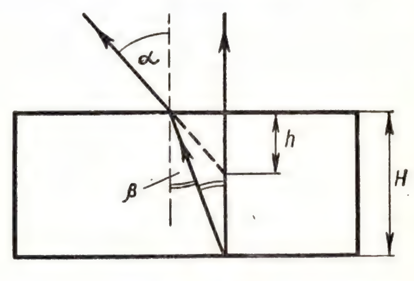


Рис. 178

можно определить по числу зубцов ручки кремальеры микроскопа. Перемещение тубуса при повороте ручки на один зубец находят заранее, определив ход тубуса за полный оборот ручки и разделив его на общее число зубцов ручки. С помощью микроскопа можно также определить истинную толщину H пластины.

Для этого сначала наводят на резкость изображение метки на столике микроскопа. Затем кладут на столик стеклянную пластину и добиваются резкого изображения метки на ее верхней поверхности. Перемещение тубуса равно истинной толщине H пластины.

119. Из-за сопротивления воздуха кинетическая энергия мяча при спуске меньше, чем при подъеме. Разность между этими значениями энергии равна работе сил сопротивления воздуха. На любой высоте скорость мяча при подъеме больше, чем при спуске. Понятно, что и средняя скорость движения мяча вверх больше средней скорости его движения вниз. Поэтому время подъема мяча меньше времени падения.

120. Изменение потенциальной энергии тела равно работе сил сопротивления:

$$-mg(h_1 + h_2) = A_1 + A_2, \quad (1)$$

где A_1 — работа сил сопротивления в верхней жидкости и A_2 — работа сил сопротивления при движении тела в нижней жидкости. Так как тело обтекаемо, то основной силой сопротивления является архимедова выталкивающая сила:

$F_1 = \rho_1 V g$ — в верхней жидкости,

$F_2 = \rho_2 V g$ — в нижней жидкости,

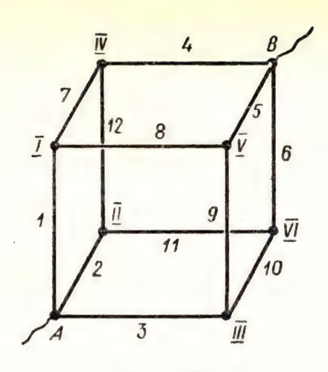


Рис. 179

где V — объем тела. Поэтому

$$A_1 = -\rho_1 V g h_1,$$
$$A_2 = -\rho_2 V g h_2.$$

Подставляя эти выражения для A_1 и A_2 в уравнение (1) и учитывая, что $m = \rho V$, получим:

$$\rho(h_1 + h_2) = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2,$$

откуда

$$\rho = \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1 + h_2}.$$

121. Пронумеруем все ребра куба и его вершины (рис. 179). Ясно, что ток, идущий по ребру *1*, делится в вершине *I* на две части, идущие затем по ребрам 7 и 8. Аналогично ток, идущий по ребру *2*, делится на две равные части в вершине *II* и т. д. Через ребро *4* идет ток, шедший по ребрам *7* и *12*... Ребру *4* эквивалентны ребра *5* и *6*. Это означает, что через ребра *1*, *2*, *3*, *4*, *5* и *6* идет ток, вдвое больший, чем через ребра *7*, *8*, *9*, *10*, *11* и *12*. Ясно, что сопротивление схемы изменится больше всего, если из схемы удалить проводник, по которому идет наибольший ток. Из проволочного куба нужно удалить одно из ребер *1*, *2*, *3*, *4*, *5* или *6*.

122. Нарисовав ход нескольких лучей, нетрудно убедиться в том, что после того, как между свечой и зеркалом поставили плоскопараллельную стеклянную пластинку, изображение свечи приблизится к зеркалу. На рисунке 180 показан ход лучей в отсутствие пластины и при ее наличии.

123. Найдем вначале силу тока, идущего через источник. Для этого нам нужно найти сопротивление всей цепи. Сопротивление амперметра мало по сравнению с сопротивлением всей цепи. Будем его считать равным нулю. Это позволяет перерисовать нашу схему так, как показано на рисунке 181. После этого нетрудно найти сопротивление всей цепи. Оно равно 7,5 Ом. Поэтому через источник идет ток $I_0 = \frac{30}{7,5}$ А $=$ 4А.

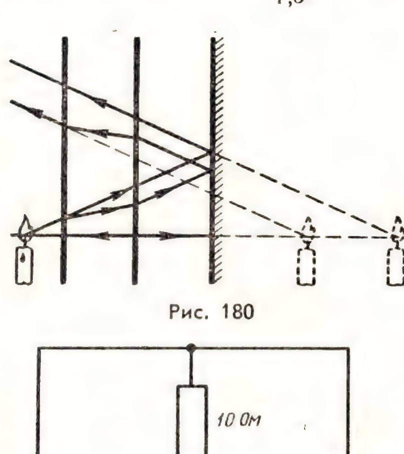


Рис. 180

Рис. 181

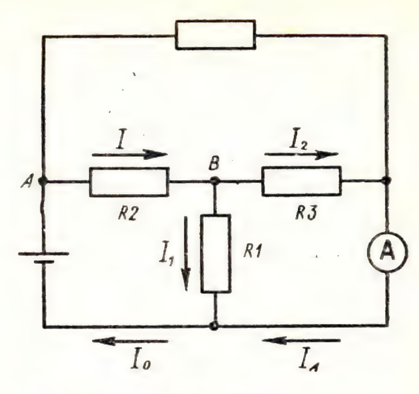


Рис. 182

Ток, идущий через источник, складывается из тока, идущего через амперметр, и тока I_1, идущего через резистор R_1 (рис. 182). Найдем ток I_1.

В точке A ток I_0 делится поровну между верхней и нижней ветвями цепи. Поэтому через резистор R_2 идет ток I_2, равный 2 А. В точке B этот ток опять делится поровну между резисторами R_1 и R_3 с одинаковыми сопротивлениями. Поэтому сила тока, идущего через резистор R_1, равна 1 А. Теперь можно найти силу тока, идущего через амперметр. Он равен

$$I_0 - I_1 = 3 \text{ А}.$$

124. Так как скорости шариков вначале постоянны, пружинка не деформирована. После того как первый шарик ударяется о стенку, его скорость меняется на противоположную. Шарики начинают двигаться навстречу друг другу с одинаковыми по абсолютному значению скоростями, и пружинка сжимается (рис. 183, *б*). В это время центр масс системы неподвижен. Он остается неподвижным и при дальнейшем рас-

прямлении пружинки, при котором шарики приобретают одинаковые по модулю и противоположно направленные скорости (рис. 183, *в*). Из закона сохранения энергии следует, что в тот момент, когда правый шарик ударяется о стенку, абсолютные значения скоростей шариков равны начальным (рис. 183, *г*). После соударения шарика со стенкой его скорость опять меняется на противоположную (рис. 183, *д*). После этого шарики движутся от стенки с одинаковыми скоростями. Так как в момент столкновения шарика со стенкой пружина не деформирована, то она остается недеформированной и при дальнейшем движении системы.

125. Энергия, приобретаемая стрелой при выстреле, равна работе силы, действующей на стрелу со стороны тетивы. Эту силу можно найти как равнодействующую $\vec{F}$ сил упругости обеих половин тетивы (рис. 184). Если угол, образуемый тетивой в точках A и B с линией AB,

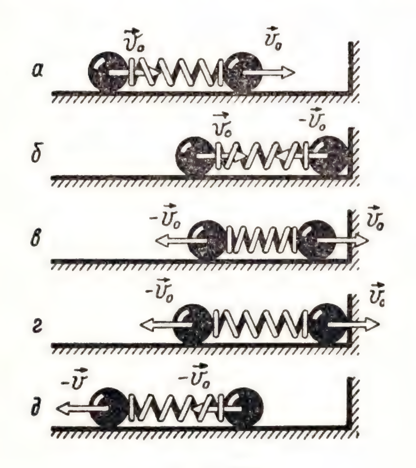


Рис. 183

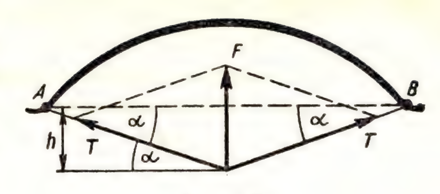


Рис. 184

обозначить через α, то нетрудно найти, что $F = 2T \sin \alpha$. Так как тетиву оттягивают на расстояние, малое по сравнению с ее длиной, то угол α мал. Поэтому $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ и

$$F = 2T\alpha.$$

Поскольку

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{l/2},$$

то

$$F = 4T \frac{h}{l}.$$

Итак, сила, действующая на стрелу, пропорциональна стреле прогиба h. Поэтому работа этой силы равна среднему арифметическому значению силы, умноженному на h_0:

$$A = F_{\text{ср}} h_0 = 2T \frac{h_0^2}{l}.$$

Но работа A равна кинетической энергии, приобретенной стрелой при выстреле. Эта же энергия должна быть равна потенциальной энергии стрелы в верхней точке подъема. Следовательно,

$$mgH = 2T \frac{h_0^2}{l}.$$

Отсюда

$$H = \frac{2Th_0^2}{lmg} \approx 6{,}25 \text{ м}.$$

126. Предположим, что в каком-то месте флаг слегка изо-

гнут (рис. 185). В этом случае вверху при обтекании выступа скорость ветра больше, а внизу, в области вогнутости флага, — меньше скорости ветра вдали от флага. Из закона Бернулли следует, что при этом давление воздуха в точке A больше, чем давление в точке B. Поэтому образовавшийся выступ должен увеличиваться. Кроме того, поскольку из-за образования вихрей за выступом давление за ним меньше давления перед выступом, этот выступ будет перемещаться к концу флага. Итак, случайно образовавшаяся вогнутость флага будет увеличиваться. Если учесть еще, что благодаря образованию вихрей при обтекании даже плоского флага при равномерном вихре давление с разных сторон флага может оказаться разным и поэтому будут легко образовываться небольшие изгибы поверхности, становится понятным, почему флаг «полощется» на ветру.

127. Давление в левом колене (рис. 186) равно давлению насыщенного пара. В правом же колене находится как воздух, так и водяной пар и давление равно сумме парциальных давлений воздуха и пара. Причем пар в правом сосуде тоже насыщен, и его парциальное давление равно давлению пара в левом колене. Поэтому, рассматривая равновесие воды, мы можем не учитывать давлений пара в левом и правом коленах.

Запишем условие равновесия воды в трубке при $t_0 = 20°$ С:

$$\rho g h_0 = p_0,$$

где p_0 — значение нормального атмосферного давления. Поэтому

$$h_0 \approx \frac{p_0}{\rho g} = 10 \text{ м}.$$

При температуре 100 °С давление воздуха в правом колене примет некоторое значение p, а разность уровней воды в коленах станет равной

$$h = \frac{p}{\rho g}. \qquad (1)$$

Давления p и p_0 связаны соотношением

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}.$$

Так как

$$l - l_0 = \frac{1}{2}(h - h_0),$$

$$V_0 = l_0 s, \quad V = ls,$$

(где s — площадь сечения трубки), то

$$p = p_0 \frac{T}{T_0}\frac{l_0}{l} = p_0 \frac{T}{T_0} \frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2}(h - h_0)}.$$

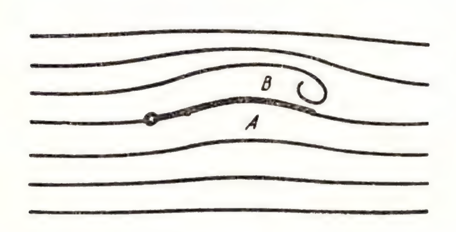


Рис. 185

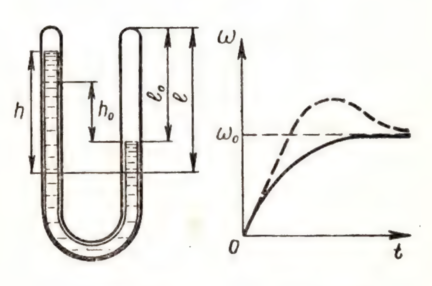


Рис. 186 Рис. 187

Подставляя это выражение в уравнение (1), получим:

$$h = \frac{p_0}{\rho g}\frac{T}{T_0}\frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2}\Delta h} =$$

$$= h_0 \frac{T}{T_0}\frac{l_0}{l_0 + \frac{1}{2}\Delta h}.$$

Если $\frac{1}{2}\Delta h \ll l_0$, то, пренебрегая величиной $\frac{1}{2}\Delta h$ по сравнению с l_0, мы получили результат, мало отличающийся от точного:

$$h \approx h_0 \frac{T}{T_0} = 13 \text{ м}.$$

128. Так как после установления скорости кольца его кинетическая энергия не меняется, изменение потенциальной энергии должно быть равно тепловым потерям в кольце.

Если установившаяся скорость кольца равна v, то ЭДС индукции, возбуждаемой в кольце при его движении, по модулю равна

$$\mathscr{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Здесь Φ — магнитный поток, пронизывающий кольцо. Так как

$$\Phi = \frac{\pi d^2}{4}B = \frac{\pi d^2}{4}B_0(1 + \alpha H),$$

то

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\pi d^2}{4}B_0\frac{\Delta H \cdot \alpha}{\Delta t}.$$

Но

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} = v.$$

Поэтому

$$\mathscr{E} = \frac{\pi d^2}{4}B_0 \alpha v$$

и по кольцу идет ток

$$I = \frac{\pi d^2 B_0 \alpha v}{4R}.$$

Если масса кольца равна m и за время t оно опускается на высоту h, то по закону сохранения энергии

$$mgh = I^2 Rt.$$

Так как $\frac{h}{t} = v$, то

$$mgv = I^2 R,$$

или

$$mgv = \frac{\pi^2 d^4 B_0^2 \alpha^2 v^2}{16}.$$

Отсюда

$$v = \frac{16mg}{\pi^2 d^4 B_0^2 \alpha^2}.$$

129. Так как до подключения нагрузки момент внешних сил, действующих на якорь, постоянен, то якорь вращается с постоянным угловым ускорением и его скорость увеличивается пропорционально времени.

После подключения нагрузки по обмотке якоря пойдет ток. Благодаря этому на якорь в магнитном поле статора будет действовать момент сил, пропорциональный (как и сила, действующая в магнитном поле на проводник с током) силе тока. Этот момент сил тормозит вращение якоря. Так как ток, идущий по обмотке якоря, пропорционален ЭДС индукции, возникающей в обмотке, а ЭДС индукции, в свою очередь, пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего обмотку, т. е. угловой скорости вращения якоря, то при некоторой угловой скорости ω_0 момент силы, действующей на якорь со стороны груза, будет равен моменту тор-

мозящей силы, действующей на якорь в магнитном поле. Эта угловая скорость ω_0 и есть скорость установившегося вращения якоря.

График зависимости скорости вращения якоря от времени показан на рисунке 187 сплошной линией для случая, когда скорость вращения якоря в момент подключения нагрузки была меньше ω_0, и пунктирной — для случая, когда она была больше ω_0.

130. Когда расстояние l между кубиками минимально или максимально, оба кубика движутся с одинаковой скоростью $\vec{v}$ и кинетическая энергия системы равна $2\frac{mv^2}{2} = mv^2$. При этом потенциальная энергия системы равна потенциальной энергии сжатой пружины, т. е. $\frac{kx^2}{2}$ (где изменение длины пружины считается положительным, если длина l пружины меньше l_0, и отрицательным, если длина l пружины больше l_0). Полная энергия системы равна сумме кинетической и потенциальной энергии, т. е. $mv^2 + \frac{kx^2}{2}$. Так как эту энергию система приобрела благодаря работе силы $\vec{F}$, то

$$FL = mv^2 + \frac{kx^2}{2}, \qquad (1)$$

где L — расстояние, которое прошел левый (по рисунку) кубик к тому моменту, когда длина пружины стала минимальной. Если S — расстояние, пройденное центром масс системы (рис. 188), то

$$L = S + \frac{1}{2}l_0 - \frac{1}{2}(l_0 - x) = S + \frac{x}{2}.$$

Скорость $\vec{v}$ кубиков равна скорости центра масс системы. Так как на систему действует постоянная внешняя сила, то центр масс движется равноускоренно с ускорением $a = \frac{F}{m}$. Поэтому, обозначив через t время от момента начала движения до того момента, когда длина пружины стала равна $l_0 - x$, можно записать:

$$v = at, \ L = \frac{at^2}{2} + \frac{x}{2}.$$

Подставляя эти выражения для v и L в уравнение (1), получим:

$$F\left(\frac{at^2}{2} + \frac{x}{2}\right) = ma^2t^2 + \frac{kx^2}{2}.$$

Отсюда

$$\frac{F^2t^2}{4m} + \frac{x}{2}F = \frac{F^2t^2}{4m} + \frac{kx^2}{2},$$

или

$$Fx = kx^2.$$

Следовательно, $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{F}{k}$.

Таким образом, минимальное расстояние между грузами равно

$$l_{\min} = l_0 - x_2 = l_0 - \frac{F}{k},$$

а максимальное —

$$l_{\max} = l_0 - x_1 = l_0.$$

131. Камера-обскура — это коробка с отверстием. На фото-

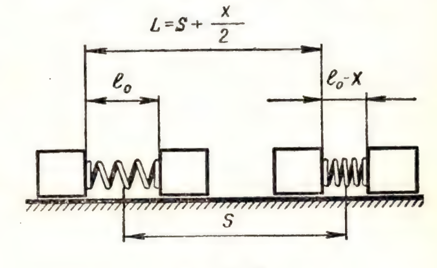


Рис. 188

пленку, помещенную в камеру, попадает широкий пучок лучей, идущий из каждой точки фотографируемого объекта (рис. 189). Для того чтобы тигр на фотографии получился полосатым, площадки, на которые попадают лучи, идущие от ближайших точек соседних полос на шкуре тигра, не должны перекрываться. Для этого необходимо, чтобы пленка находилась от отверстия на расстоянии

$$x > \frac{d}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}.$$

Так как

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\frac{1}{2}l}{L + x},$$

то

$$x > \frac{d(L + x)}{l}.$$

Отсюда

$$x > \frac{dL}{l(1 - d/l)}.$$

Поскольку $\frac{d}{l} \ll 1$, то, пренебрегая этой величиной по сравнению с 1, получим:

$$x > \frac{dL}{l} = 10 \text{ см}.$$

Итак, глубина камеры должна быть больше 10 см.

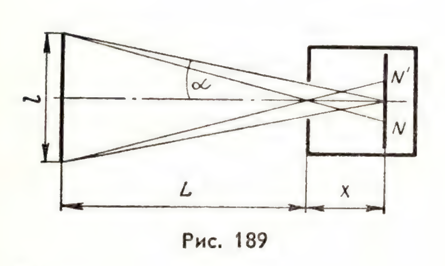


Рис. 189

132. Для проведения измерений удобно пользоваться установкой, схема которой приведена на рисунке 190. Изменяя напряжение на лампе с помощью потенциометра, производят серию измерений силы тока, проходящего через лампу, и напряжения на ней. Затем по результатам каждого измерения рассчитывают сопротивление лампы:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1},\ R_2 = \frac{U_2}{I_2}, \ldots .$$

По этим данным строят график зависимости сопротивления лампы от силы тока. Рост сопротивления лампы при увеличении силы тока объясняется температурной зависимостью сопротивления нити лампы.

133. При погружении одного и того же груза в две различные жидкости архимедовы силы, действующие на него, определяются так:

$$F_1 = \rho_1 gV,\ F_2 = \rho_2 gV, \qquad (1)$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности жидкостей, из которых одна (например, ρ_1) неизвестна.

Величины F_1 и F_2 можно определить по разности показаний динамометра, к которому подвешен груз, в случаях, когда последний находится в воздухе и в жидкостях (рис. 191):

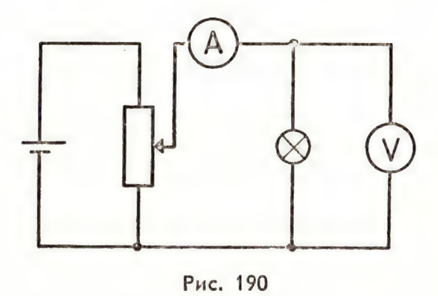


Рис. 190

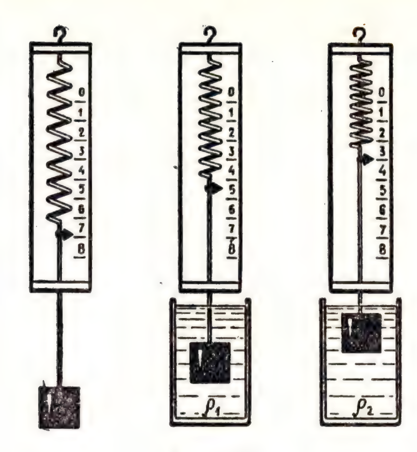


Рис. 191

$$F_1 = P - P_1,\ F_2 = P - P_2, \quad (2)$$

где P — показание динамометра, когда груз находится в воздухе, P_1 и P_2 — показания динамометра, когда груз находится в жидкостях с известной и неизвестной плотностями. Из равенств (1) и (2) находим неизвестную плотность жидкости:

$$\rho_2 = \frac{F_2}{gV} = \frac{F_2}{F_1}\rho_1 = \frac{P-P_2}{P-P_1}\rho_1.$$

134. Если сопротивление R_V вольтметра много больше сопротивлений R_x реостата и R резистора, то для определения сопротивления R_x реостата можно составить цепь по схеме, приведенной на рисунке 192.

Измерив напряжение U_1 на резисторе и U_2 на реостате, получим:

$$R_x = \frac{U_2}{I} = \frac{U_2}{U_1}R.$$

135. Кубик следует подвесить за две нити, к одной из них прикрепить динамометр. В этом случае показания дина-

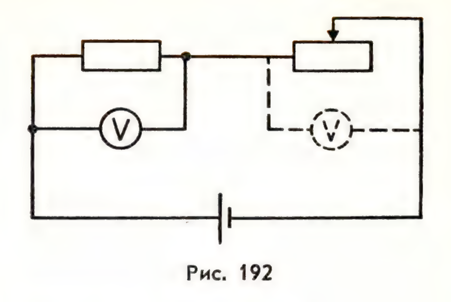


Рис. 192

мометра будут равны

$$F = \frac{mg}{2}.$$

При выполнении условия $mg \leqslant 2\ F_{\text{макс}}$ измеряют силу F, а затем находят массу тела по формуле

$$m = \frac{2F}{g}.$$

136. Нальем в калориметр 50 г воды и поставим на электроплитку. Будем считать, что калориметр принимает от плитки в единицу времени количество теплоты q. Измерим время τ_1, необходимое для того, чтобы вода нагрелась от 80 до 90 °С. Затем измерим время τ_2, необходимое для того, чтобы вода испарилась (за начало отсчета времени принимаем теперь момент закипания воды). Поскольку значения температуры 80—90 °С и 100 °С близки, будем считать, что полезная тепловая отдача плитки ηq в обоих случаях одинакова. Поэтому

$$\eta q\tau_1 = cm\,(t_2 - t_1), \qquad \eta q\tau_2 = mr,$$

где c и m — удельная теплоемкость и масса воды, r — удельная теплота парообразования воды.

Отсюда

$$r = c\,(t_2 - t_1)\,\frac{\tau_2}{\tau_1}.$$

Полученный результат носит оценочный характер, так как мы пренебрегли теплоемкостью сосуда и различием в теплоотдаче при нагревании и кипении воды.

137. С помощью весов определяем массу соли m, массу M воды (по разности массы калориметра с водой и пустого калориметра). Измеряем также начальную температуру воды t_0.

После всыпания соли в воду ее температура понижается до значения t_1. Из уравнения теплового баланса

$$c(m+M)(t_0 - t_1) = m\lambda$$

находим удельную теплоту λ растворения соли:

$$\lambda = c(t_0 - t_1) + \frac{cM(t_0 - t_1)}{m}.$$

138. Задачу можно решить, сравнивая время τ_1 нагревания нафталина до точки плавления (79 °C) с временем τ_2 плавления его.

На основании закона сохранения энергии запишем:

$$\eta q\tau_1 = cm(t_1 - t_2), \ \eta q\tau_2 = m\lambda,$$

где q — количество теплоты, получаемое сосудом с нафталином от нагревателя (электрической плитки) за 1 с.
Отсюда

$$\lambda = \frac{\tau_2}{\tau_1} c(t_1 - t_2).$$

Для более точного выполнения работы следует фиксировать температуру нафталина через каждую минуту и построить график зависимости температуры нафталина от времени его нагревания. Чтобы предотвратить уменьшение массы вещества вследствие возгонки нафталина, рекомендуется сосуд закрывать.

139. Для решения задачи необходимо собрать установку по рисунку 193. Применив уравнение состояния газа для воздуха в колбе до откачки (при атмосферном давлении $p_{атм}$) и после откачки, получим:

$$p_{атм}V = \frac{m_1}{M}RT, \ pV = \frac{m_2}{M}RT.$$

Отсюда

$$R = \frac{(p_{атм} - p)M}{T(m_1 - m_2)}.$$

Давление p фиксируется манометром, объем колбы V задан, разность масс $m_1 - m_2$ определяется путем взвешивания колбы до и после откачки, температура T фиксируется термометром.

В интересах безопасности следует поместить колбу в мешочек из ткани.

140. Для исследования зависимости сопротивления термистора от температуры составляют цепь по схеме, приведенной на рисунке 194. Предварительно термистор погружают в сосуд с водой, который устанавливают на электроплитке и подогревают. Через каждые 10 °C измеряют сопротивление термистора и результаты измерений заносят в таблицу. По данным таблицы строят график зави-

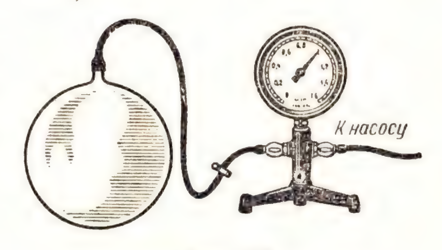


Рис. 193

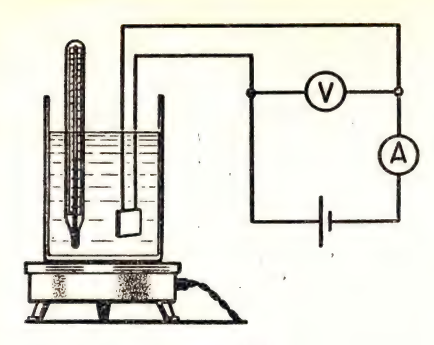


Рис. 194

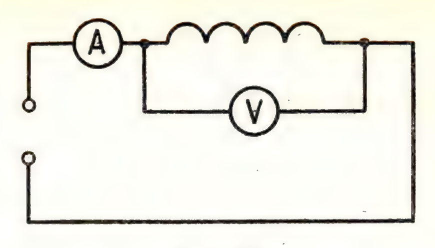


Рис. 195

симости сопротивления термистора от температуры. Воды следует налить в сосуд такое количество, чтобы нагревание шло достаточно медленно, термистор хорошо прогревался и можно было успеть снять показания приборов при данной температуре. Как правило, у термисторов сопротивление при росте температуры падает.

141. Индуктивное сопротивление катушки переменному току с частотой ν определяется формулой

$$X_L = 2\pi\nu L.$$

Если активное сопротивление катушки значительно меньше ее индуктивного сопротивления (для катушек школьного трансформатора соотношение $R \ll X_L$ выполняется), то закон Ома для цепи, схема которой изображена на рисунке 195, запишется так:

$$I = \frac{U}{2\pi\nu L}.$$

Отсюда

$$L = \frac{U}{2\pi\nu I}.$$

Если учитывать активное сопротивление R катушки и, следовательно, записывать закон Ома в виде

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}},$$

то для индуктивности катушки получим следующую формулу:

$$L = \frac{\sqrt{U^2 - I^2R^2}}{2\pi\nu I}.$$

Активное сопротивление R можно измерить омметром.

142. Для того чтобы дробинка начала тонуть, нет необходимости в том, чтобы растаял весь лед. Достаточно того, что средняя плотность льда с дробинкой станет равна плотности воды. Если массу оставшегося при этом льда обозначить M_1, то условие того, что дробинка начнет тонуть, запишется так:

$$\frac{M_1 + m}{V} = \rho_в.$$

Но объем V льда и дробинки равен сумме их объемов:

$$V = \frac{M_1}{\rho} + \frac{m}{\rho_{св}}.$$

Поэтому

$$M_1 + m = \rho_в\left(\frac{M_1}{\rho_л} + \frac{m}{\rho_{св}}\right).$$

Отсюда

$$M_1 = m\,\frac{(\rho_{св} - \rho_в)\,\rho_л}{(\rho_в - \rho_л)\,\rho_{св}} = 8{,}2\ m.$$

Растаять должна масса льда

$$\Delta M = M - M_1 = \\ = 100\ г - 8{,}2\cdot 5\ г = 59\ г.$$

Для этого необходимо количество теплоты

$$Q = \lambda \cdot \Delta M =$$
$$= 3{,}3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} \cdot 59 \cdot 10^{-3} \text{ кг} =$$
$$= 19{,}5 \cdot 10^3 \quad \text{Дж}.$$

143. Возможная схема показана на рисунке 196. При подключении такого ящика к источнику с ЭДС $\mathscr{E}_1$ по цепи должен идти ток

$$I_1 = \frac{\mathscr{E} - \mathscr{E}_1}{R + r}. \qquad (1)$$

При подключении к ящику источника с ЭДС $\mathscr{E}_2$ по цепи пойдет ток

$$I_2 = \frac{\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}}{R + r}. \qquad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем

$$\mathscr{E} = \frac{I_1\mathscr{E}_2 + I_2\mathscr{E}}{I_1 + I_2} = 10 \text{ В},$$
$$R = 1 \text{ Ом}.$$

144. Перенумеруем грузы так, как показано на рисунке 30, и ось X направим вправо. Ясно, что тогда ни один из грузов не может иметь отрицательного ускорения.

Докажем, что грузы *3* и *4* движутся как одно целое. Для этого предположим противное: пусть груз *3* скользит по грузу *4*. Тогда между ними возникает сила трения

$$F_{\text{тр}} = \mu mg,$$

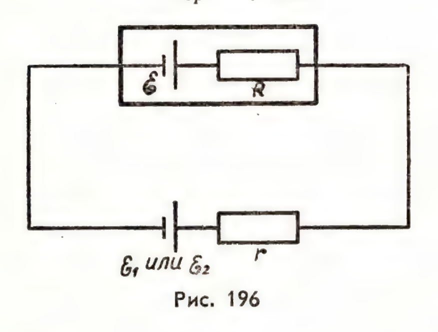


Рис. 196

а в нити возникает сила упругости

$$T > \mu mg.$$

При этом ускорение груза *2* было бы направлено влево, чего не может быть. Следовательно, ускорения грузов *2*, *3* и *4* одинаковы. Обозначим ускорение этих грузов через $\vec{a}_2$, а ускорение груза *1* через $\vec{a}_1$. Теперь рассмотрим два случая.

С л у ч а й 1. Пусть грузы *1* и *2* находятся в относительном покое и $\vec{a}_1 = \vec{a}_2$. Обозначим модуль силы трения покоя между ними через F_1, модуль силы трения между грузами *3* и *4* через F_2 и модуль силы упругости нити через T. Тогда:

для груза *1*

$$F - F_1 = Ma_1,$$

для груза *2*

$$F_1 - T = ma_2,$$

для груза *3*

$$T - F_2 = ma_2,$$

для груза *4*

$$F_2 = Ma_2.$$

Решая эту систему уравнений, получаем:

$$F_1 = \frac{2m + M}{2(M + m)}F, \; a_1 = a_2 = \frac{F}{2(M + m)}.$$

Этот же результат можно получить и другим путем. Так как трение между всеми поверхностями является трением покоя, то система грузов движется как одно тело с массой $M = 2(M + m)$. Поэтому

$$\vec{F} = M\vec{a}_1, \; \vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}}{2(M + m)}.$$

С л у ч а й 2. Пусть груз *2* скользит по грузу *1*. Тогда на

груз *1* действует сила трения

$$F'_{тр} = \mu mg$$

и этот груз получает ускорение

$$a_1 = \frac{F - \mu mg}{m}.$$

Система грузов *2*, *3* и *4* движется как одно тело, масса которого $M_0 = 2m + M$ с ускорением

$$a_2 = \frac{\mu mg}{2m + M}.$$

Первый случай реализуется, если

$$F \geqslant \frac{2\mu m (m + M) g}{2m + M}.$$

145. Конькобежцу сообщает центростремительное ускорение сила трения о лед

$$F_{тр} = \mu N,$$

где $\vec{N}$ — сила нормальной реакции льда (рис. 197, *а*). Так как конькобежец не перемещается в вертикальном направлении, то сила $\vec{N}$ равна по модулю действующей на конькобежца силе тяжести $M\vec{g}$. Поэтому

$$F_{тр} = \mu mg \text{ и } \frac{mv^2}{R} = \mu mg.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\mu gR}.$$

Делая поворот, конькобежец

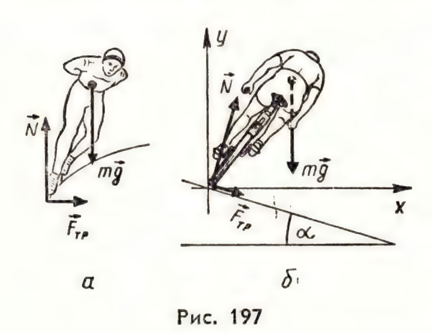


Рис. 197

проходит расстояние

$$S = \pi R$$

за время

$$t = \frac{s}{v} = \pi \sqrt{\frac{R}{\mu g}}. \qquad (1)$$

Чем больше радиус окружности, по которой движется конькобежец, тем больше это время. Хотя с увеличением радиуса поворота растет максимальная скорость конькобежца, еще больше увеличивается проходимое им расстояние: в то время как скорость пропорциональна $\sqrt{R}$, пройденное расстояние пропорционально R. Именно поэтому конькобежец и старается пройти поворот как можно ближе к внутренней бровке.

Теперь рассмотрим движение велосипедиста на наклонном треке. Ему центростремительное ускорение сообщает равнодействующая силы трения $\vec{F}_{тр}$ и силы $\vec{N}$ реакции опоры (рис. 197, *б*). Спроектировав эти силы на ось X, получаем:

$$F_{тр} \cos\alpha + N \sin\alpha = \frac{mv^2}{R}. \qquad (2)$$

Так как в вертикальном направлении велосипедист не перемещается, то сумма проекций на ось Y всех сил, действующих на велосипедиста, равна нулю: $N \cos\alpha - F_{тр} \sin\alpha - mg = 0$. (3)

Учитывая, что $F_{тр} = \mu N$, найдем из уравнений (2) и (3) максимальную скорость, с которой может двигаться велосипедист:

$$v = \sqrt{gR\frac{\mu + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \mu \operatorname{tg}\alpha}}.$$

Эта скорость зависит не только от радиуса окружности, но и от угла наклона трека к горизонту. При том профиле трека, который показан на ри-

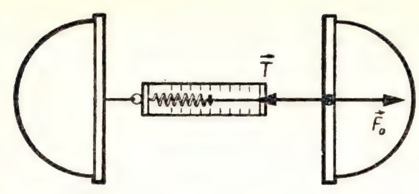


Рис. 198

сунке 197, *б*, угол наклона не меняется. Если $\alpha = \alpha_0 = \mathrm{arctg}\,(1/\mu)$, то максимальная скорость движения велосипедиста принимает бесконечное значение. Это значит, что скорость велосипедиста может быть любой[1].

Время, необходимое велосипедисту для того, чтобы пройти поворот радиуса R, определяется так:

$$t = \frac{\pi R}{v} = \pi \sqrt{\frac{R}{g} \frac{1 - \mu \,\mathrm{tg}\,\alpha}{\mu + \mathrm{tg}\,\alpha}} = \pi \sqrt{\frac{R}{g}\,\mathrm{tg}\,(\alpha_0 - \alpha)}\,.$$

Если велосипедист проходит поворот дальше от бровки, то меняется не только радиус поворота, но и угол α наклона трека к горизонту. Благодаря этому уменьшается время прохождения поворота.

146. Каждая из плоскостей находится в равновесии благодаря действию на нее трех сил: силы упругости $\vec{T}$, действующей со стороны динамометра, силы $\vec{F}_0$ давления атмосферного воздуха ($F_0 = pS$) и силы реакции полусферы (рис. 198). В тот момент, когда плоскость отрывается от полусферы, сила реакции полусферы равна нулю; поэтому

$$T_{\text{мах}} = F_0 = p_0 S = p_0 \pi R^2 \approx 12{,}6 \cdot 10^3\ H.$$

[1] Скорость велосипедиста в этом случае будет определяться силами сопротивления и мощностью, развиваемой им.

147. Так как шарик плавает на поверхности воды, то плотность материала шарика меньше плотности воды: $\rho_ш < \rho_в$. Предположим, что шарик находится на расстоянии R от оси вращающегося сосуда.

Если бы плотность шарика была равна плотности воды $\rho_в$, он находился бы на неизменном расстоянии от оси вращения. Центростремительное ускорение такому шарику сообщала бы равнодействующая силы тяжести и сил давления окружающей воды. Эта равнодействующая по модулю была бы равна

$$m\omega^2 R = \rho_в V \omega^2 R,$$

где ω — угловая скорость вращения сосуда, V — объем шарика.

На шарик плотности $\rho_ш$, помещенный в ту же точку, со стороны окружающей воды действует точно такая же сила, которая теперь сообщает шарику ускорение

$$a = \frac{\rho_в}{\rho_ш}\omega^2 R.$$

Это ускорение больше необходимого для вращения по окружности радиуса R. Следовательно, шарик будет приближаться к оси вращения сосуда. Следовательно, положение равновесия шарика находится на оси сосуда.

148. Свет проходит сквозь стеклянную призму за время

$$t = \frac{l}{c'} = \frac{ln}{c}.$$

Призма за это время перемещается на расстояние

$$x = vt = \frac{vln}{c}.$$

На это расстояние сокращается путь света в воздухе (по сравнению с путем, проходимым светом в случае, когда призма неподвижна). Значит, время, за которое свет доходит до экрана, сокращается на

$$\Delta t = \frac{x}{c} = \frac{vln}{c^2}.$$

Заметим, что при учете релятивистских эффектов скорость света в движущейся стеклянной призме нужно считать равной не $c' = \frac{c}{n}$, а

$$c'' = \frac{c' + v}{1 + \frac{c'v}{c^2}} = \frac{(c + nv)\,c}{nc + v}.$$

В то же время длина призмы в неподвижной системе координат равна не l, а

$$l' = l\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Поэтому нужно учитывать не только уменьшение пути, проходимого светом в воздухе благодаря движению призмы, но и уменьшение пути, проходимого светом в стекле.

149. Столкновения тела массы m_2 с телами массы m_1 и m_3 будут продолжаться до тех пор, пока его скорость не станет меньше скорости одного из тел (m_1 или m_3). Но так как $m_1 \gg m_2$ и $m_3 \gg m_2$, то импульс и энергия тела массой m_2 будет много меньше импульса и энергии этих тел с массами m_1 и m_3. Следовательно, записывая закон сохранения энергии и импульса, мы можем не учитывать энергии и импульса тела массой m_2 после прекращения столкновений. Обозначив через $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_3$ скорости тел с массами m_1 и m_3 после того, как прекратятся столкновения, можно записать:

$$m_3v_3 - m_1v_1 = m_2v,$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_3v_3^2}{2} = \frac{m_2v^2}{2}.$$

Решая эти уравнения совместно и учитывая, что $m_1 \gg m_2$ и $m_3 \gg m_2$, находим:

$$v_1 = v\sqrt{\frac{m_2m_3}{m_1m_3 + m_1^2}},$$

$$v_3 = v\sqrt{\frac{m_1m_2}{m_1m_3 + m_3^2}}.$$

150. После удара о ступеньку в точке A (рис. 199) скорость $\vec{v}$ шара будет направлена перпендикулярно радиусу AO. При дальнейшем движении шара его центр масс будет двигаться по окружности радиуса R с центром в точке A (так как $R \gg a$), и до нового удара шара о ступеньку центр масс опустится на высоту a. В тот момент, когда шар ударится о ступеньку в точке B, скорость $\vec{v}_1$ его центра масс будет такой, что

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mga,$$

откуда

$$v_1 = \sqrt{v^2 + 2ga}.$$

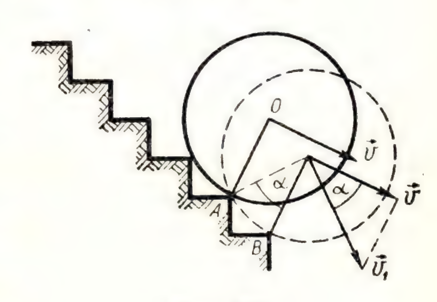


Рис. 199

При неупругом ударе о ступеньку вновь сохраняется лишь составляющая скорости шара, перпендикулярная радиусу. При установившейся средней скорости движения шара эта составляющая, очевидно, должна быть равной $\vec{v}$. Так как

$$v = v_1 \cos\alpha,$$

то

$$v = \sqrt{v^2 + 2ga}\cos\alpha.$$

Но при $a \ll R$ получаем:

$$\alpha \approx \frac{a\sqrt{2}}{R},\ \cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} \approx \approx \sqrt{1 - \frac{2a^2}{R^2}}.$$

Следовательно,

$$v = \sqrt{(v^2 + 2ga)\left(1 - \frac{2a^2}{R^2}\right)},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{R^2 - 2a^2}{a}g} \approx \sqrt{g\frac{R^2}{a}}.$$

151. Работа, совершенная поршнем, определяется формулой

$$A = pV.$$

Эта работа и равна изменению кинетической энергии воды.

152. Найдем массу водяных паров, образующихся при сгорании массы m водорода. Из уравнения реакции горения водорода

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O$$

видно, что две молекулы водорода соединяются с одной молекулой кислорода. В результате получаются две молекулы водяного пара. Это означает, что для сгорания одного киломоля водорода необходима половина киломоля кислорода и в результате реакции получается один киломоль воды. При сгорании $\nu = \frac{m}{M_в}$ киломолей водорода получится столько же киломолей водяного пара (где $M_в = 2$ кг/кмоль). Поэтому при сгорании массы m водорода получается масса

$$m_1 = \nu M_п = \frac{18}{2}m = 9m$$

водяного пара (где $M_п = 18$ кг/кмоль). Эта масса водяных паров вылетает из сопла двигателя за 1 с. Так как площадь выходного сопла двигателя известна, можно найти скорость $\vec{v}$ газа, выходящего из сопла. За 1 с из сопла двигателя будет выброшен объем пара $V = vS$. Если плотность пара равна ρ, то масса этого объема пара будет равна

$$m_1 = \rho v S.$$

Отсюда

$$v = \frac{m_1}{\rho S} = \frac{9m}{\rho S}.$$

Из уравнения Клапейрона—Менделеева

$$pV = \frac{m_1}{M_п}RT$$

(где R — газовая постоянная) находим неизвестную плотность пара:

$$\rho = \frac{m_1}{V} = \frac{pM_п}{RT}.$$

Так как за время Δt из сопла ракеты выбрасывается масса пара $m_i\Delta t$ с импульсом $m_i\Delta t\cdot\vec{v}$, то на газ действует сила

$$\vec{F}_1 = \frac{m_i\Delta t\cdot\vec{v}}{\Delta t} = m_1\vec{v}.$$

Такая же по модулю сила, но направленная в противоположную сторону, действует на дви-

гатель. Полная, сила, действующая на двигатель (сила тяги двигателя), равна сумме реактивной силы $-\vec{F}_1$ и силы статического давления $F_2 = pS$, т. е.

$$F = m_1 v + pS \approx$$
$$\approx \rho v^2 S = \frac{81 m^2 RT}{pSM_{\text{п}}}.$$

Обычно сопла ракетных двигателей устроены так, что давление p газа, выходящего из сопла, мало. Поэтому второй член в выражении для силы тяги двигателя мал по сравнению с первым и при расчетах им можно пренебречь.

153. Приборы нужно подключить так, как показано на рисунке 200. Точки O, A и B при таком подключении будут иметь одинаковые потенциалы (сопротивление амперметра мало, и падением напряжения на нем можно пренебречь). Следовательно, через резисторы, включенные между точками O, A и B, ток идти не будет. Это означает, что амперметр покажет ток, идущий через резистор, включенный между точками O и C. Вольтметр покажет падение напряжения на этом резисторе. Разделив показание вольтметра на показание амперметра, найдем сопротивление резистора.

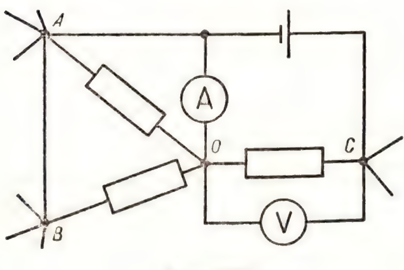


Рис. 200

154. Поскольку нить AB остается вертикальной, на шарик массы M во время движения системы не действуют горизонтальные силы. Это означает, что горизонтальные силы не действуют и на систему, состоящую из двух шариков M и m, и шарики должны двигаться так, чтобы их центр масс не перемещался в горизонтальном направлении (рис. 201). Поэтому шарик массы m движется так, как будто он прикреплен к нити длины x (где x — расстояние от шарика до центра масс системы). Период колебаний такого маятника

$$T = 2\pi \sqrt{x/g}. \qquad (1)$$

Этот период, очевидно, равен периоду колебаний точки A.

Найдем теперь x. По свойству центра масс

$$xm = (l - x) M.$$

Отсюда

$$x = l \frac{M}{m + M}. \qquad (2)$$

Подставляя это выражение для x в формулу (1), получим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{M}{m + M}}.$$

Отсюда

$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \frac{m + M}{M}.$$

155. Вначале на все частицы действуют одинаковые по модулю силы. Но массы протонов в 2000 раз превышают массы позитронов. Это означает, что ускорения позитронов будут в 2000 раз больше ускорения протонов. Поэтому позитроны быстро разлетятся на бесконечность, а затем протоны будут разлетаться уже только взаимо-

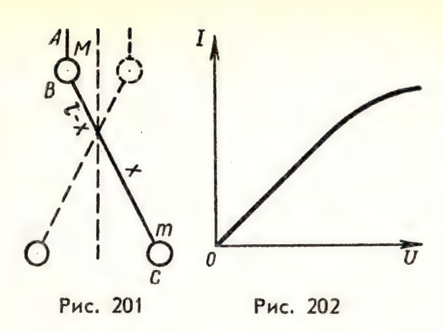


Рис. 201 Рис. 202

действуя друг с другом. Это дает возможность при вычислении скоростей позитронов протоны считать неподвижными.

Найдем полную потенциальную энергию позитронов до разлета. Если бы протонов не было, то потенциальная энергия взаимодействия двух позитронов была бы равна

$$W = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}.$$

Это работа, которую нужно затратить для сближения двух позитронов. Потенциал поля, которое создает каждый из протонов в точке, где находится позитрон, очевидно, равен

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

Поэтому полная потенциальная энергия позитронов будет равна

$$W_1 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + 2\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 a}e + $$
$$+ 2\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 a}e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(4 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{e^2}{a}.$$

Вся эта потенциальная энергия перейдет в кинетическую энергию позитронов при их разлете. Поэтому

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(4 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\frac{mv^2}{2},$$

или

$$mv^2 = \left(4 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a} \qquad (1)$$

(скорости обоих позитронов на бесконечности одинаковы).

Теперь рассмотрим разлет протонов. Их потенциальная энергия до разлета, очевидно, равна

$$W_2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}}.$$

Эта энергия переходит в кинетическую энергию протонов после их разлета:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} = Mu^2, \qquad (2)$$

где u — скорость протона. Разделив теперь уравнение (2) на уравнение (1), получим:

$$\frac{1}{4\sqrt{2}+1} = \frac{M}{m}\left(\frac{u}{v}\right)^2,$$

откуда

$$\frac{u}{v} = \sqrt{\frac{m}{M}\frac{1}{4\sqrt{2}+1}} \approx 0{,}01.$$

156. См. решение задачи 148.

157. Для выполнения работы необходимо снять вольт-амперные характеристики элементов, находящихся в обеих коробках. Вольт-амперная характеристика резистора должна быть линейной, а вольт-амперная характеристика лампы, вследствие температурной зависимости сопротивления лампы, будет иметь вид, показанный на рисунке 202.

158. КПД наклонной плоскости можно определить из выражения

$$\eta = \frac{A_п}{A} = \frac{mgh}{Fl},$$

где, как видно из рисунка 203,

$$F = mg\sin\alpha + \mu\, mg\cos\alpha,$$

где μ — коэффициент трения, α — угол наклона трибометрической линейки к горизонту.

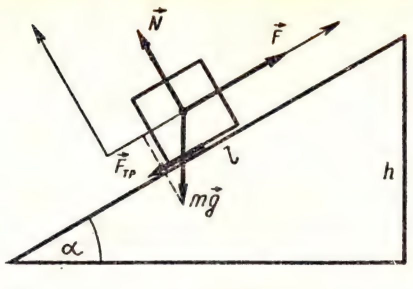


Рис. 203

Поэтому

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}.$$

Из полученного выражения ясно, что для определения зависимости КПД от угла наклона плоскости к горизонту следует измерить коэффициент трения.

Если α_0 — угол минимального наклона, при котором начинается соскальзывание бруска с плоскости, то

$$mg \sin \alpha_0 = \mu mg \cos \alpha_0,$$

откуда

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha_0.$$

Таким образом,

$$\eta = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha}.$$

159. Для выполнения работы подвешивают стальной и пластилиновый шарики на нитях одинаковой длины. Затем отводят один из шариков на угол α и отпускают его. После неупругого соударения шаров измеряют угол β отклонения системы двух слипшихся шаров (рис. 204).

Из закона сохранения импульса

$$mv = (m + M)u$$

можно определить массу пла-

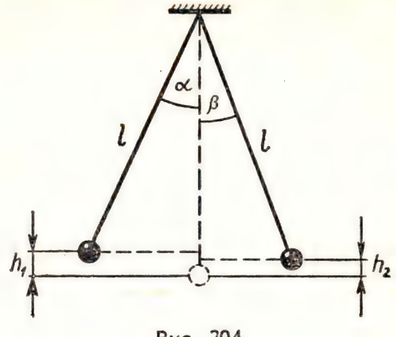


Рис. 204

стилинового шара m:

$$m = \frac{Mu}{v - u},$$

где M — масса стального шара, v — скорость пластилинового шара до удара и u — скорость слипшихся шаров сразу же после неупругого удара.

Выражая скорости v и u через длину нити l и углы отклонения α и β, получим:

$$v = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = 2 \sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{gl},$$

$$u = 2 \sin\frac{\beta}{2}\sqrt{gl}.$$

Поэтому

$$m = \frac{M \sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\beta}{2}}.$$

Потерю механической энергии при неупругом ударе шаров можно определить следующим образом:

$$\Delta E_{к} = \frac{mv^2}{2} - \frac{(m + M)u^2}{2} = 2gl\left[m \sin^2\frac{\alpha}{2} - (m + M)\sin^2\frac{\beta}{2}\right].$$

Доля потерянной механической энергии (от первоначального ее значения) выражается так:

$$\frac{\Delta E_k}{E_k} = 1 - \frac{m+M}{m}\,\frac{\sin^2(\beta/2)}{\sin^2(\alpha/2)}.$$

160. Положите брусок на две деревянные палочки (рис. 205) и начинайте медленно двигать одну из палочек к центру масс бруска. Вы заметите, что попеременно происходит скольжение бруска: сначала по одной палочке, затем по другой. В момент, когда скольжение бруска по одной палочке сменяется его скольжением по другой, имеет место равенство

$$F_{\text{тр}1} - F_{\text{тр}2} = 0,$$

или

$$\mu_1 N_1 - \mu_2 N_2 = 0.$$

Отсюда

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Силы нормального давления N_1 и N_2 можно определить, применяя условия равновесия бруска на опорах (относительно точки касания бруска первой палочки):

$$N_1 + N_2 - mg = 0,$$

$$N_1 \cdot 0 + mgl_1 - N_2(l_1 + l_2) = 0.$$

Отсюда

$$N_1 = \frac{mgl_2}{l_1 + l_2},\quad N_2 = \frac{mgl_1}{l_1 + l_2},$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Следовательно, для искомого отношения коэффициентов трения покоя и скольжения получаем:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

161. Опустите стеклянную трубку в сосуд с жидкостью. Закрыв верхнее отверстие трубки

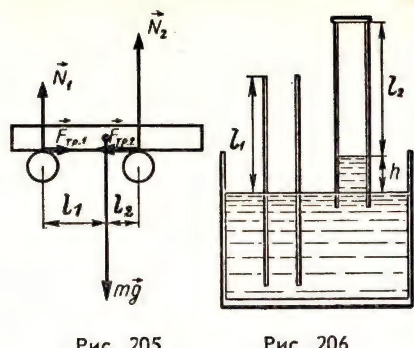


Рис. 205 Рис. 206

и подняв ее, измерьте изменение длины

$$\Delta l = l_2 - l_1$$

воздушного столба над жидкостью в трубке (рис. 206). Используя закон Бойля — Мариотта, получим:

$$p_A S l_1 = (p_A - \rho g h) S l_2,$$

где p_A — атмосферное давление, h — высота воды в трубке, S — сечение трубки, ρ — плотность жидкости. Отсюда для плотности жидкости получаем:

$$\rho = \frac{p_A(l_2 - l_1)}{g h l_2}.$$

Для уменьшения погрешности можно использовать U-образную трубку с резиновым коленом и воронкой (рис. 207).

162. В калориметр со смесью наливают столько воды, чтобы весь снег растаял, но температура получившейся воды была равна $t_1 = 0$ °C. Запишем уравнение теплового баланса для этого случая:

$$m_1\lambda = cm_3(t_2 - t_1),$$

где c — удельная теплоемкость воды, λ — удельная теплота плавления льда, m_1 — масса снега, m_2 — масса воды в сне-

ге, m_3 — масса влитой воды, t — температура влитой воды.

Отсюда

$$m_1 = \frac{cm_3(t_2 - t_1)}{\lambda}.$$

Искомое процентное отношение k снега в воде выражается так:

$$k = \frac{m_1}{m_1 + m_2} 100\%.$$

Величину $m_1 + m_2$ можно определить, перелив всю воду из калориметра в измерительный цилиндр и измерив полную массу воды m. Так как $m = m_1 + m_2 + m_3$, то $m_1 + m_2 = m - m_3$. Следовательно,

$$k = \frac{cm_3(t_2 - t_1)}{(m - m_3)\lambda} 100\%.$$

163. В этой задаче требуется экспериментально исследовать зависимость периода колебаний физического маятника (линейки, совершающей колебания вокруг горизонтальной оси) от расстояния l между точкой подвеса и центром масс линейки

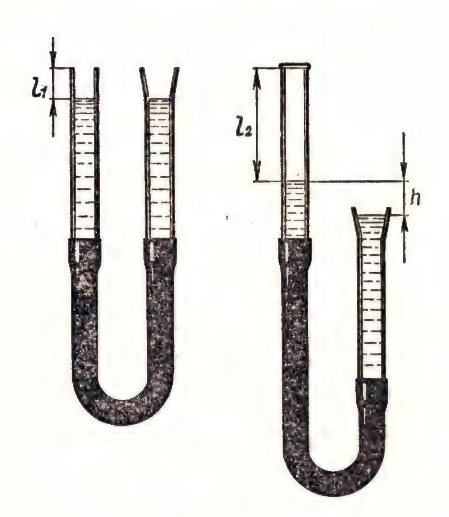


Рис. 207

(рис. 208). Анализ этой задачи с качественной стороны показывает, что при малых и больших значениях l период колебаний стремится к бесконечности ($T = \infty$ при $l = 0$ и $l = \infty$). Следовательно, функция $T(l)$ будет иметь минимум при некотором конечном значении l.

Решение задачи усложняется тем, что в списке оборудования не предлагаются часы, необходимые для измерения периода колебаний маятника. Эту трудность можно преодолеть с помощью второго физического маятника, который можно использовать как эталон времени. Оба физических маятника — исследуемый и эталонный — следует запустить одновременно. Для сравнения периодов колебаний этих маятников подсчитывают число колебаний n_1 и n_2, которые совершают маятники к тому моменту, когда их колебания снова становятся синфазными. Тогда

$$T_1 n_1 = T_{эт}\ n_2,$$

откуда

$$T_1 = \frac{n_2}{n_1} T_{эт}.$$

Так период колебаний физического маятника при различных значениях l будет выражаться через период колебаний $T_{эт}$ эталонного маятника.

164. Положите плоскопараллельную пластину на бумагу и очертите ее карандашом. Затем проведите на листе бумаги прямую под некоторым углом к границе раздела двух сред (рис. 209). С другой стороны пластины приложите линейку так, чтобы ее направление совпало с видимым сквозь пластину

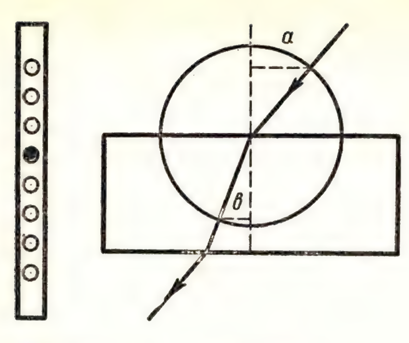


Рис. 208 Рис. 209

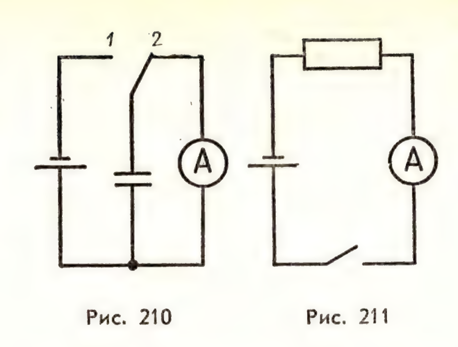


Рис. 210 Рис. 211

продолжением начерченной ранее линии. Соединив полученные точки O_1 и O_2, получим ход преломленного луча в пластине. Проведя окружность произвольного радиуса и опустив перпендикуляры a и b на перпендикуляр к границе раздела двух сред, получим для показателя преломления следующее выражение:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b}.$$

Сравнение длин отрезков a и b легко произвести с помощью линейки без делений и циркуля на основе теоремы Фалеса, изучаемой в курсе геометрии 7 класса.

165. Метод выполнения этого задания основан на пропорциональности отброса n стрелки микроамперметра значению протекающего через него заряда q (в баллистическом режиме): $n \sim q$. Чтобы убедиться в том, что такой режим выполняется, необходимо собрать цепь по схеме, приведенной на рисунке 210. Заряжая конденсатор от источника тока с известной ЭДС и перебрасывая ключ в положение *2*, замечают отклонение n_1 стрелки прибора. Если вместо одного конденсатора взять два конденсатора, соединяя их один раз последовательно, а другой раз параллельно, можно убедиться в том, что в первом случае показания гальванометра уменьшаются в 2 раза, а во втором — в 2 раза увеличиваются. Это связано с тем, что в соответствующее число раз изменялась емкость конденсатора и, следовательно, заряд, прошедший через микроамперметр:

$$q = C\mathscr{E}.$$

Заменяя источник с известной ЭДС источником с неизвестной ЭДС, замечаем отброс стрелки прибора n_2.

Сравнивая выражения

$$n_1 = \alpha q_1 = \alpha C\mathscr{E} \text{ и}$$
$$n_2 = \alpha q_2 = \alpha C\mathscr{E}_x,$$

получаем выражение для искомой ЭДС:

$$\mathscr{E}x = \mathscr{E}\,\frac{n_2}{n_1}.$$

Внутреннее сопротивление r источника легко определить, применив закон Ома для замкнутой цепи (рис. 211):

$$\mathscr{E}_x = I(R + r), \quad r = \frac{\mathscr{E}x}{I} - R.$$

166. На движущийся карандаш действуют со стороны пло-

скости две силы: сила нормальной реакции плоскости $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 212). Так как карандаш не перемещается в вертикальном направлении, то

$$\vec{N} = -m\vec{g}.$$

Для модуля же силы трения $\vec{F}_{тр}$ можно записать:

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg.$$

Рассмотрим «критический» момент, когда карандаш касается плоскости в одной точке A. Для того чтобы карандаш не вращался, равнодействующая всех сил должна проходить через центр масс карандаша. Следовательно, через центр масс должна проходить равнодействующая $\vec{R}$ сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{тр}$. Если коэффициент трения большой и сила $\vec{R}$ проходит ниже центра масс, то карандаш будет вращаться.

Таким образом, условие того, что карандаш не вращается, запишется так:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{N}{F_{тр}} > \operatorname{tg} 60°,$$

или

$$\frac{mg}{\mu mg} > \sqrt{3}.$$

Отсюда

$$\mu < \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

167. Кубик может подпрыгнуть, если модуль силы $\vec{F}$, действующей на него со стороны пули, окажется большим модуля силы тяжести $Mg = 1$ Н. Найдем эту силу. Для этого рассмотрим пулю. На нее со стороны кубика действует такая же по модулю, но противоположная по направлению сила и сила тяжести $m\vec{g}$.

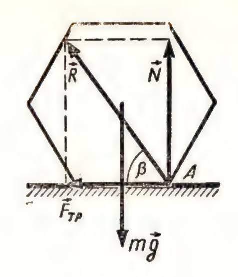


Рис. 212

Скорость пули при пролете сквозь кубик меняется незначительно: ее изменение равно 5 м/с, что составляет всего 5% от скорости пули при входе в кубик. Поэтому можно считать, что сила $\vec{F}$ не зависит от скорости пули и постоянна.

Импульс пули при пролете сквозь кубик меняется благодаря действию на пулю двух сил — силы тяжести и силы трения. Если время, за которое пуля пролетает сквозь кубик, обозначить через τ, то

$$m(v_1 - v_2) = (F + mg)\tau. \quad (1)$$

Время τ найти нетрудно. Так как силы, действующие на кубик, постоянны, то постоянно и ускорение пули, а значит, скорость пули меняется со временем линейно. Поэтому средняя скорость движения пули в кубике равна

$$v_{ср} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Следовательно, пуля пролетает сквозь кубик за время

$$\tau = \frac{h}{v_{ср}} = \frac{2a}{v_1 + v_2} \approx 10^{-3} с.$$

Подставив это значение τ в формулу (1), найдем:

$$F = \frac{m(v_1 - v_2) - \mu g\tau}{\tau} \approx 50 \text{ Н}.$$

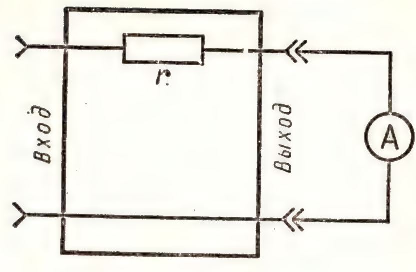


Рис. 213

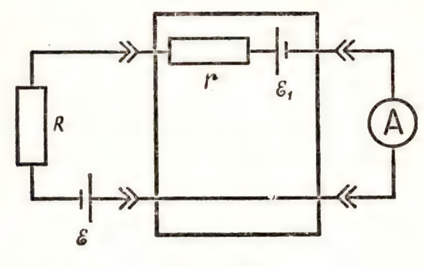


Рис. 214

Так как τ мало, то величина $mg\tau$ много меньше изменения импульса пули и ею можно пренебречь. Сила F оказалась больше силы тяжести, которая действует на кубик. Поэтому кубик подскочит.

168. Схема внутри ящика не может состоять только из сопротивлений. Действительно, рассмотрим схему, показанную на рисунке 213.

При подключении одного источника амперметр должен показать силу

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}, \qquad (1)$$

а при подключении двух источников — силу тока

$$2I = \frac{2\mathscr{E}}{2R + r}. \qquad (2)$$

Но уравнения (1) и (2) несовместимы. Они не имеют решения ни при каком r. Действительно, разделив уравнение (1) на уравнение (2), получим:

$$\frac{1}{2} = \frac{r + 2R}{2(R + r)},$$

или

$$R + r = r + 2R,$$

что невозможно.

Схема внутри ящика должна включать «активный» элемент — источник тока.

Рассмотрим схему, приведенную на рисунке 214, и покажем, что она удовлетворяет условию задачи.

При подключении ко входу ящика одной батареи через амперметр должен идти ток

$$I_1 = \frac{\mathscr{E} + \mathscr{E}_1}{R + r},$$

а при подключении двух батарей — ток

$$I_2 = \frac{2\mathscr{E} + \mathscr{E}_1}{2R + r}.$$

Так как $I_2 = 2I_1$, то

$$\frac{2(\mathscr{E} + \mathscr{E}_1)}{R + r} = \frac{2\mathscr{E} + \mathscr{E}_1}{2R + r}.$$

Отсюда

$$\mathscr{E}_1 = -\mathscr{E}\frac{2R}{3R + r}.$$

Это равенство связывает между собой ЭДС источника $\mathscr{E}_1$ и сопротивления r. Знак «минус» указывает на то, что источник внутри «ящика» включен навстречу внешнему источнику.

169. Возникающая при растяжении пружины сила упругости T пропорциональна удлинению пружины ΔL:

$$T = k \cdot \Delta L,$$

где k — жесткость пружины.

В обычных условиях, когда динамометр неподвижен, сила упругости в любом сечении пру-

жины одна и та же, т. е. любые равные участки пружины удлиняются при растяжении на одну и ту же величину.

При движении динамометра с ускорением дело обстоит не так.

Рассмотрим сечение пружины, которое находится на расстоянии x от конца пружины, прикрепленного к корпусу динамометра (рис. 215). Сила упругости T_x сообщает ускорение корпусу динамометра и участку пружины длиной x. Масса этого участка пружины равна

$$M_x = \frac{M}{L}x,$$

где M — масса и L — длина всей пружины. Если динамометр движется с ускорением $\vec{a}$, то согласно второму закону Ньютона силу упругости в сечении x можно записать так:

$$T_x = \left(M + M\frac{x}{L}\right)a. \qquad (3)$$

Так как ускорение динамометру сообщает сила $\vec{F}$, то

$$a = \frac{F}{M+M} = \frac{1}{2}\frac{F}{M}. \qquad (4)$$

Поэтому

$$T_x = \frac{1}{2}F\left(1 + \frac{x}{L}\right). \qquad (5)$$

Итак, сила T_x меняется от сечения к сечению вдоль пружины.

Для того чтобы найти удлинение пружины, мысленно разобьем нерастянутую пружину на одинаковые маленькие участки длиной Δl. На каждом таком участке можно силу упругости считать постоянной. Пусть таких участков будет $n\,(n \gg 1)$. Так как при одной и той же силе упругости деформация n

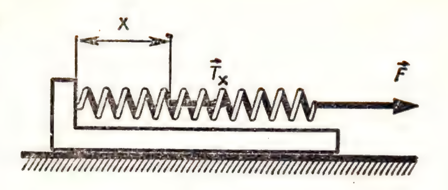


Рис. 215

соединенных последовательно участков в n раз больше деформации одного участка, то жесткость одного участка в n раз больше жесткости всей пружины:

$$k^1 = kn.$$

Будем отсчитывать участки от конца пружины, прикрепленного к корпусу динамометра. Удлинение i-го участка равно

$$\Delta l_i = \frac{T_i}{k^1} = \frac{T_i}{kn}.$$

Но, как следует из формулы (5),

$$T_i = \frac{1}{2}F\left(1 + \frac{il}{nl}\right) = \frac{1}{2}F\left(1 + \frac{i}{n}\right).$$

Поэтому

$$\Delta l_i = \frac{1}{2kn}F\left(1 + \frac{i}{n}\right).$$

Полное удлинение пружины найдем суммированием удлинений отдельных участков:

$$\Delta l = \Sigma\Delta l_i = \frac{1}{2kn}F\Sigma\left(1 + \frac{i}{n}\right).$$

Так как $\sum\limits_1^n\left(1 + \frac{i}{n}\right)$ представляет собой сумму членов арифметической прогрессии с разностью прогрессии $\frac{1}{n}$, то

$$\Delta l = \frac{F}{4k}\,\frac{3n+1}{n}.$$

Но $n \gg 1$. Поэтому

$$\Delta l \approx \frac{3}{4}\,\frac{F}{k}.$$

Подставив это выражение для ΔL в формулу (1), найдем показания динамометра:

$$T = k\frac{3F}{4k} = \frac{3}{4}F = 3H.$$

170. После того как верхнему шарику сообщили горизонтальную скорость $\vec{v}$, шарики будут вращаться вокруг центра масс системы, который в свою очередь будет двигаться поступательно со скоростью $\vec{v}/2$. Если нижний шарик сразу же отрывается от стола, то на систему в целом действует только одна сила — сила тяжести. Она сообщает системе, а значит, и нижнему шарику ускорение $\vec{g}$. Поэтому, чтобы шарик оторвался от стола, необходимо, чтобы его центростремительное ускорение было больше $\vec{g}$.

В системе координат, движущейся со скоростью центра масс, скорости обоих шариков по модулю равны $v/2$, а центростремительное ускорение равно

$$a_ц = \frac{(v/2)^2}{l/2} = \frac{v^2}{2l}.$$

Шарик оторвется от стола, если

$$\frac{v^2}{2l} \geqslant g,$$

т. е. при

$$l \leqslant \frac{v^2}{2g}.$$

171. Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q, сообщенной газу, равно сумме изменения внутренней энергии газа ΔU и совершенной им работы A:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

Но в данном случае сосуд теплоизолирован и $Q = 0$. Следовательно,

$$\Delta U + A = 0. \quad (2)$$

Пусть вначале температура газа была T_1, давление p_1 и объем V_1, а после того, как поршень освободили и установилось равновесие, параметры газа приняли значения T_2, p_2 и V_2, причем $V_2 = 2V_1$ (по условию).

Так как внутренняя энергия идеального газа пропорциональна его температуре, то ее изменение пропорционально изменению температуры газа:

$$\Delta U = c_v \nu (T_2 - T_1), \quad (3)$$

где c_v — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме, ν — число молей газа.

Далее, работа, совершенная газом, равна изменению потенциальной энергии деформированной пружины:

$$A = \frac{kx^2}{2}, \quad (4)$$

где x — смещение поршня.

Выразим величину $\frac{kx^2}{2}$ через параметры газа. Так как после установления равновесия поршень находится в покое, то сила упругости пружины $F = kx$ равна силе давления газа p_2S:

$$kx = p_2 S, \quad (5)$$

где S — площадь поверхности поршня.

Давление же газа связано с его температурой уравнением газового состояния:

$$p_2 V_2 = \nu R T_2. \quad (6)$$

Так как объем газа при его расширении увеличился вдвое, а изменение объема газа равно

Sx, то $V_2 = 2Sx$ и, следовательно,

$$2p_2Sx = \nu RT_2. \qquad (7)$$

Принимая во внимание соотношения (5) и (7), имеем:

$$kx = \frac{\nu RT_2}{2x}, \qquad (8)$$

или

$$kx^2 = \frac{\nu RT_2}{2}.$$

Таким образом, работа, совершенная газом, равна

$$A = \frac{kx^2}{2} = \frac{\nu RT_2}{4}. \qquad (9)$$

Подставим это выражение и выражение (3) для ΔU в равенство (2):

$$c_v\nu(T_2 - T_1) + \frac{1}{4}\nu RT_2 = 0.$$

Отсюда

$$T_2 = T_1 \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{R}{c_v}}. \qquad (10)$$

Следовательно,

$$T_2 < T_1.$$

Теперь можно найти, как изменится давление газа. Так как $V_1 = \frac{1}{2}V_2$, то согласно уравнению газового состояния

$$p_1 \frac{V_2}{2} = \nu RT_1. \qquad (11)$$

Разделив это равенство на равенство (6), получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = 2\frac{T_1}{T_2} = 2\left(1 + \frac{1}{4}\frac{R}{c_V}\right),$$

или

$$p_2 = \frac{p_1}{2\left(1 + \frac{1}{4}\frac{R}{c_v}\right)}.$$

Давление тоже уменьшилось.

172. Число молекул, которые за время τ проходят через отверстие площадью S, перпендикулярное оси x, равно

$$Z = \frac{n}{2}|\overline{v_X}|S\tau,$$

где n — число молекул в единице объема, $|\overline{v_x}|$ — среднее значение модуля проекции скорости молекулы на ось X.

При этом число молекул в единице объема изменяется на

$$\Delta n = \frac{Z}{V} = \frac{n}{2}\frac{S|v_X|\tau}{V}.$$

Отсюда

$$\tau = 2\frac{\Delta n}{n}\frac{V}{S|\overline{v_X}|}.$$

По условию задачи температура воздуха в спутнике остается неизменной. Как следует из уравнения Клапейрона — Менделеева, в этом случае давление пропорционально плотности газа и, следовательно, по этому числу молекул в единице объема ($p \backsim n$). Поэтому

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta n}{n} = 0{,}01.$$

Для оценки можно считать, что

$$3\overline{v_X^2} = \overline{v^2},$$

или

$$|\overline{v_X}| = \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{v} = \sqrt{\frac{RT}{M}}.$$

Поэтому

$$\tau = 2\frac{\Delta p}{p}\frac{V}{S}\sqrt{\frac{M}{RT}},$$

где M — молярная масса воздуха. Подставляя в это выражение числовые значения величин, получим:

$$\tau \approx 70 \text{ с}.$$

При решении задачи не были учтены явления, связанные с соударениями молекул. Поэтому приведенное решение носит оценочный характер и результат является правильным только по порядку величины.

173. См. решение задачи 168.

174. Рассмотрим два тонких слоя толщиной Δx, расположенных по разные стороны от сечения SS на одинаковых расстояниях от него (рис. 216). Эти слои можно рассматривать как обкладки плоского конденсатора с одинаковыми по модулю, но разноименными зарядами. Напряженность поля этих зарядов можно вычислить по формуле

$$E = \frac{Q_{\Delta X}}{\varepsilon_0 S},$$

где $Q_{\Delta X}$ — заряд каждой обкладки, S — ее площадь.

В сечении SS напряженность поля равна сумме напряженностей полей всех подобных пар тонких слоев:

$$E_{ss} = \sum \frac{Q_{\Delta X}}{\varepsilon_0 S} = \frac{1}{\varepsilon_0 S} \sum Q_{\Delta X}.$$

Так как $\sum Q_{\Delta X}$ — это заряд слоя плазмы толщиной d, то

$$\sum Q_{\Delta X} = ends.$$

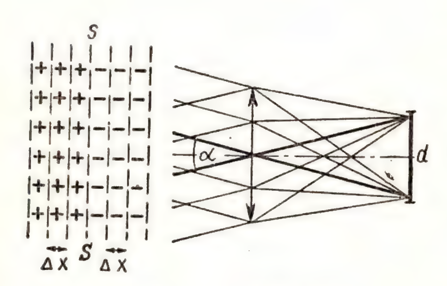


Рис. 216 Рис. 217

Следовательно,

$$E_{ss} = \frac{ends}{\varepsilon_0 s} = \frac{end}{\varepsilon_0}.$$

Такие разделения зарядов, нарушающие нейтральность плазмы в малых объемах, действительно возникают. Они приводят к колебаниям плазмы. Так как сила, действующая в возникающем поле на электрон, равна

$$F = eE = \frac{e^2 nd}{\varepsilon_0},$$

то

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2 n}{\varepsilon_0 m_e}}.$$

Эта частота называется плазменной частотой.

175. Обозначим через E_0 освещенность поверхности линзы и через S площадь этой поверхности. Тогда падающий на линзу световой поток Φ определяется формулой

$$\Phi = E_0 S.$$

Попадая на изображение площадью S_1, этот световой поток создает освещенность

$$E = \frac{\Phi}{S_1} = E_0 \frac{S}{S_1}.$$

Площадь изображения S_1 зависит от фокусного расстояния линзы. Обозначим через α угол между пучками лучей, идущих от крайних точек Солнца (рис. 217). Так как этот угол мал ($\alpha \approx 0{,}008$), то $d = F\alpha$ и

$$S_1 = \frac{\pi d^2}{4} \approx \frac{\pi F^2 \alpha^2}{4}.$$

Поэтому

$$E = E_0 \frac{4S}{\pi F^2 \alpha^2}.$$

Если линзу разрезать по диаметру и сложить плоскими сто-

ронами, то площадь линзы уменьшится вдвое:

$$S' = \frac{S}{2}.$$

Фокусное расстояние тоже уменьшится вдвое (оптические силы линз складываются):

$$D = \frac{1}{F'} = \frac{1}{F} + \frac{1}{F},$$

или

$$F' = \frac{1}{2}F.$$

Следовательно, освещенность изображения Солнца станет равной

$$E' = E_0 \frac{2S}{\pi\alpha^2 \left(\frac{1}{2}F\right)^2}.$$

Очевидно, что

$$\frac{E'}{E} = 2.$$

Таким образом, освещенность изображения увеличится вдвое.

176. См. решение задачи 171.

177. Величина W равна работе, которую необходимо затратить для того, чтобы удалить из атома электрон.

Легко найти работу, которую необходимо затратить для того, чтобы удалить электрон с поверхности атома «на бесконечность» (бесконечно далеко от него). Эта работа равна потенциальной энергии электрона у поверхности положительно заряженного шара. Так как потенциал электрического поля на поверхности шара равен

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

(где e — заряд шара и R — его радиус), то работа

$$A_1 = \varphi e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Чтобы найти работу, которую необходимо затратить для перемещения электрона из центра атома на его поверхность, мысленно разобьем шар на тонкие шаровые слои толщиной ΔR. На протяжении каждого из таких слоев можно силу, действующую на заряд, считать постоянной. Напряженность поля, создаваемого зарядами каждого из слоев в полости, ограниченной этим слоем, как известно, равна нулю, а вне слоя напряженность такая же, какой она была бы, если бы весь заряд слоя был сосредоточен в центре шара. Это означает, что напряженность электрического поля внутри атома на расстоянии r от его центра определяется формулой

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

а сила, действующая в этом поле на электрон, — формулой

$$F = eE = \frac{qe}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

где q — заряд, который находится внутри сферы радиуса r.

Так как заряд e распределен в объеме шара равномерно, то в единице объема сосредоточен заряд

$$\rho = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

Значит, внутри шара с радиусом r будет находиться заряд

$$q = \frac{3}{4}\frac{e}{4\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = e\left(\frac{r}{R}\right)^3.$$

Поэтому

$$F = \frac{e^2 r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}.$$

Для того чтобы вычислить работу, которая совершается при перемещении электрона в атоме, умножим среднее значение силы на перемещение R электрона. Так как сила, действующая на электрон, пропорциональна расстоянию электрона от центра атома, то среднее значение силы равно половине модуля силы, действующей на электрон на поверхности атома:

$$F_{ср} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3}R = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Поэтому

$$A_2 = F_{ср}R = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}R = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R}.$$

Следовательно,

$$W_i = A_1 + A_2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R} = \frac{3e^2}{8\pi\varepsilon_0 R}.$$

Отсюда

$$R = \frac{3e^2}{8\pi\varepsilon_0 W_i}.$$

Подставив численные значения величин (энергия ионизации атома водорода W_i = 13,6 эВ, или $21{,}7 \cdot 10^{-19}$ Дж; заряд же ядра атома водорода $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл), получаем для радиуса атома водорода в модели Томсона значение

$$R \approx 1{,}6 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

178. При подключении конденсатора по стержню начинает идти ток I, благодаря чему на стержень действует сила

$$F = BIl,$$

направленная перпендикулярно стержню и вектору $\vec{B}$.

Так как время t разряда конденсатора мало, то можно считать, что мало также и происходящее за это время смещение стержня от положения равновесия. Стержень лишь получит в горизонтальном направлении некоторый импульс $\vec{p}$.

Разбив время t на малые промежутки Δt, в течение каждого из которых можно силу считать постоянной, получим:

$$p = \sum_i F_i \Delta t = Bl\sum_i I_i \cdot \Delta t = Blq,$$

$$v = \frac{p}{m} = \frac{Bl}{m}q,$$

где q — заряд, прошедший по стержню. При полном разряде конденсатора

$$q = CU.$$

Поэтому

$$v = \frac{BlCU}{m}.$$

Угол отклонения системы от положения равновесия найдем, воспользовавшись законом сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = mgl_1(1 - \cos\alpha) = 2mgl_1 \sin^2\frac{\alpha}{2},$$

откуда

$$\alpha = 2\arcsin\left(\frac{BCUl}{2m\sqrt{gl_1}}\right) = 2\arcsin(0{,}1) \approx 12°.$$

Так как

$$\sin\frac{\alpha_0}{2} = c_0\frac{BUl}{2m\sqrt{gl_1}} \quad и$$

$$\sin\frac{\alpha_1}{2} = c_1\frac{BUl}{2m\sqrt{gl_1}},$$

то

$$C_1 = C_0\frac{\sin\frac{\alpha_1}{2}}{\sin\frac{\alpha_0}{2}}.$$

Учитывая, что углы α_0 и α_1 малы, можно приближенно принять, что

$$C_1 = C_0 \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = 15 \text{ мкФ}.$$

179. Индукция магнитного поля, создаваемого первой катушкой, пропорциональна силе тока I в ней, а ЭДС $\mathscr{E}$, индуцируемая во второй катушке, — скорости изменения магнитного потока и, следовательно, скорости изменения силы тока в первой катушке:

$$\mathscr{E} \sim \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{S \cdot \Delta B}{\Delta t} \sim \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Так как сила тока I_2 во второй катушке равна $\frac{\mathscr{E}}{R}$ (где R — сопротивление этой катушки), то она будет меняться так, как показано на рисунке 218.

180. Перекинув через неподвижный блок нить, подвесьте к ее концам два груза равной массы M (массу грузов можно определить взвешиванием). Измерив расстояние от одного из грузов до поверхности стола h, положите на груз перегрузок массой m. С помощью секундомера определите время t, за которое груз с перегрузком достигнет поверхности стола.

Ускорение грузов определяется формулой

$$a = \frac{mg}{2M + m},$$

откуда, учтя, что $a = \frac{2h}{t^2}$, получаем:

$$g = \frac{2h\,(2M + m)}{mt^2}.$$

Для получения более точных результатов необходимо скомпенсировать силу трения.

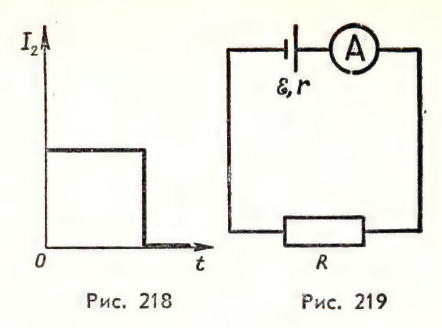


Рис. 218 Рис. 219

181. Опыты с серией тонких медных дисков разной толщины и одинакового диаметра позволяют установить, что период T крутильных колебаний прямо пропорционален квадратному корню из массы m диска:

$$T \sim \sqrt{m}.$$

Такой характер зависимости подтверждается тем, что график функции $T^2(m)$ представляет собой прямую, проходящую через начало координат.

Проводя опыты с тремя дисками (алюминиевым, пластмассовым и медным), имеющими одинаковую массу, но различные радиусы, можно доказать, что период колебаний пропорционален радиусу диска:

$$T \sim R.$$

Таким образом,

$$T \sim R\sqrt{m}.$$

182. Подвесив к жгутику груз массой m, измеряют удлинение Δl_1 жгутика. Этому удлинению соответствует сила упругости mg. Затем можно сложить жгутик вдвое и подвесить к двойному жгуту тот же груз. Удлинение в этом случае будет равно Δl_2, а сила упругости в каждой части жгута $\frac{1}{2} mg$. Сло-

жив жгутик 3, 4, 5 раз, можно найти, при каких удлинениях сила упругости равна $\frac{1}{3}\ mg$, $\frac{1}{4}\ mg$, $\frac{1}{5}\ mg$ и т. д. По этим данным можно построить график зависимости силы упругости от удлинения жгутика.

183. В пустой сосуд положите кусок льда и налейте в него из измерительного цилиндра столько воды, чтобы весь лед растаял.

В этом случае уравнение теплового баланса запишется просто:

$$cm_1\ (t_1 - t_2)\ =\ m_2\lambda,$$

где m_2 — масса льда, m_1 — масса налитой воды, t_1 — начальная температура воды, t_2 — конечная температура воды, равная 0 °С, λ — удельная теплота плавления льда. Из приведенного уравнения находим:

$$\lambda = \frac{cm_1\ (t_1 - t_2)}{m_2}.$$

Массу льда можно определить, слив полученную воду в измерительный цилиндр и измерив общую массу воды и льда:

$$M\ =\ m_1 + m_2 = \rho_{\text{воды}}V_{\text{общ}}.$$

Так как $m_2 = M - m_1$, то

$$\lambda = \frac{cm_1\ (t_1 - t_2)}{M - m_1}.$$

184. Так как при падении шарика в вязкой среде (глицерине) сила сопротивления пропорциональна скорости его движения, то спустя некоторое время, т. е. в некоторый момент, сила сопротивления по модулю станет равной разности между силой тяжести и архимедовой силой:

$$F_{\text{c}} = mg - F_A.$$

Начиная с этого момента времени шарик будет падать равномерно, и его установившуюся скорость можно определить, измерив расстояние l, пройденное за время t:

$$v = \frac{l}{t}.$$

Бросая шарики разных радиусов и измеряя их скорости, можно установить искомую зависимость:

$$v \sim r^2.$$

Радиусы r шариков измеряют штангенциркулем.

Характер зависимости $v\ (r)$ легко подметить, если построить график функции $v = f\ (r^2)$. Прямолинейный ход этого графика подтверждает квадратичную зависимость $v\ (r)$.

185. Емкость конденсатора можно определить из выражения

$$C = \frac{q}{\mathscr{E}},$$

где q — заряд конденсатора, $\mathscr{E}$ — ЭДС источника тока. Для определения ЭДС источника тока составим цепь по схеме, приведенной на рисунке 219. Применив к этой цепи закон Ома, получим:

$$\mathscr{E} = I\ (R + R_{\text{и}} + R_{\text{пр}} + r),$$

где R — сопротивление резистора, $R_{\text{и}}$, $R_{\text{пр}}$, r — сопротивления измерителя тока (микроамперметра), проводов и источника тока. Так как R много больше остальных сопротивлений, то

$$\mathscr{E} \approx IR.$$

Заряженный от источника конденсатор подключают для разрядки к резистору (рис. 220) и отмечают показания микроам-

перметра через равные промежутки времени либо фиксируют промежутки времени, за которые происходит уменьшение силы тока каждый раз на 10—20 мкА. Затем строят график зависимости силы тока разрядки конденсатора от времени. Площадь под полученным графиком равна заряду конденсатора (рис. 221):

$$q = \int_0^\infty I dt.$$

Чем большие значения имеют емкость конденсатора и сопротивление резистора, тем дольше длятся процессы зарядки и разрядки конденсатора, тем точнее может быть снят график функции $I(t)$ и, следовательно, более точно будет определена емкость C конденсатора. Следует иметь в виду, что определенная погрешность обусловлена сопротивлением утечки конденсатора.

186. Составляют цепь по схеме, приведенной на рисунке 222. Уменьшая с помощью реостата сопротивление внешней части цепи, фиксируют ряд показаний амперметра и вольтметра. По этим данным вычисляют по формуле $P = UI$ соответствующие значения полезной мощности P цепи.

Затем строят график зависимости $P = P(I)$ и по графику находят максимальное значение мощности.

Существование максимального значения полезной мощности вытекает из анализа выражения $P = I(\mathscr{E} - Ir)$. График этой функции P от I представляет собой параболу с вершиной при

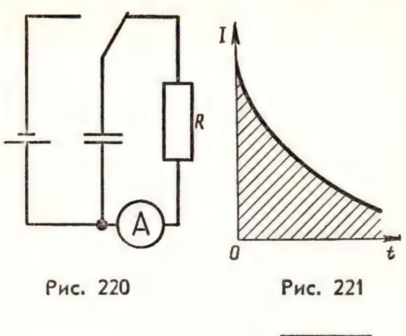


Рис. 220 Рис. 221

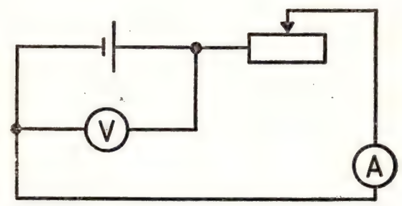


Рис. 222

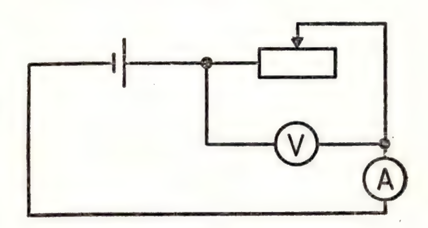


Рис. 223

$$I = \frac{\mathscr{E}}{2r}.$$

Мощность при этой силе тока равна

$$P_{\text{max}} = \frac{\mathscr{E}^2}{4r}.$$

Это условие достигается при

$$R = r.$$

Для определения ЭДС и внутреннего сопротивления источника достаточно измерить силу тока в цепи и напряжение на ее внешней части при двух положениях движка реостата (рис. 223).

Применив к этим двум случаям закон Ома для полной цепи, получим:

$$\mathscr{E} = U_1 + I_1 r, \qquad \mathscr{E} = U_2 + I_2 r.$$

Отсюда

$$r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}, \quad \mathscr{E} = \frac{I_1 U_2 - U_1 I_2}{I_1 - I_2}.$$

187. Включаем бумажный конденсатор в цепь переменного тока последовательно с миллиамперметром. Параллельно конденсатору включаем вольтметр. Зная показания амперметра I, вольтметра U и частоту тока ν, можно определить емкость конденсатора C:

$$I = \frac{U}{X_C} = 2\pi U \nu C, \; C = \frac{I}{2\pi\nu U}.$$

Используя формулу плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

и измерив линейкой длину l и ширину b бумаги, а микрометром ее толщину d, можно определить диэлектрическую постоянную ε диэлектрика:

$$\varepsilon = \frac{Cd}{\varepsilon_0 lb} = \frac{Id}{2\pi\nu U \varepsilon_0 lb}.$$

188. Амплитудное значение I_m силы переменного тока связано с действующим значением I силы тока соотношением

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

которое следует из закона Джоуля — Ленца:

$$Q = I^2 R\tau = \frac{1}{2} I_m^2 R\tau.$$

Отсюда

$$I_m = \sqrt{\frac{2Q}{R\tau}}.$$

Для определения амплитудного значения силы переменного тока, питающего нагреватель известного сопротивления R, этот нагреватель опускают в калориметр с водой. Зная массы воды и калориметра m_1 и m_2, их удельные теплоемкости c_1 и c_2, начальную и конечную температуру воды и калориметра t_1 и t_2 и время τ пропускания тока через нагреватели, можно определить искомое амплитудное значение силы переменного тока, пропускаемого по спирали, по формуле

$$I_m = \sqrt{\frac{2(c_1 m_1 + c_2 m_2)(t_2 - t_1)}{R\tau}}.$$

189. См. задачу 181.

190. Если постоянный магнит вращается вокруг своей оси с частотой ω, магнитный поток, пронизывающий катушку, изменяется по закону

$$\Phi = BS \cos \omega t,$$

где B — индукция магнитного поля постоянного магнита.

Согласно закону электромагнитной индукции в катушке индуцируется ЭДС:

$$\mathscr{E} = BS \sin \omega t = \mathscr{E}_m \sin \omega t.$$

Отсюда для индукции B магнитного поля постоянного магнита находим:

$$B = \frac{\mathscr{E}_m}{S\omega}.$$

Чтобы измерить ЭДС индукции, замыкают катушку на гальванометр, имеющий достаточно большое активное сопротивление R, которое значительно больше активного и индуктивного сопротивлений катушки. При таком допущении можно

принять, что

$$\mathscr{E}_{\text{m}} = IR.$$

Поэтому

$$B = \frac{IR}{S\omega}.$$

Среднее значение площади S витка катушки (если она является многослойной) находят так:

$$S = \frac{S_1 + S_2}{2} = \frac{1}{2}\pi(r_1^2 + r_2^2),$$

где S_1 — площадь внешнего витка, S_2 — площадь внутреннего витка.

График зависимости ЭДС и силы тока от времени — синусоиды. Но колебания силы тока отстают по фазе от колебаний ЭДС из-за индуктивности катушки и гальванометра.

191. Направление северного полюса магнитной стрелки совпадает с направлением вектора магнитной индукции. Если расположить магнитную стрелку таким образом, чтобы она была перпендикулярна проводу (рис. 224), то при пропускании через провод электрического тока стрелка будет отклоняться от направления магнитного меридиана, приближаясь к касательной к окружности, описанной вокруг провода с током. Угол α_1 отклонения стрелки от магнитного меридиана можно определить из формулы

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{B}{B_0},$$

где B — индукция магнитного поля тока, B_0 — горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли. При увеличении силы тока I в проводе увеличивается также угол отклонения стрелки. Измеряя значения $\operatorname{tg}\alpha$ при различных значениях силы тока I, можно доказать, что индукция магнитного поля B электрического тока в прямом проводе прямо пропорциональна силе тока:

$$B \sim I.$$

Аналогичным образом можно исследовать зависимость индукции магнитного поля прямолинейного тока от расстояния до тока. Для этого надо, не изменяя силу тока, определять $\operatorname{tg}\alpha$ на различных расстояниях магнитной стрелки от проводника. Такие измерения позволяют установить, что магнитная индукция B обратно пропорциональна расстоянию R:

$$B \sim R^{-1}.$$

192. При соскальзывании кубиков массы m с лотка они приобретают скорость $\vec{v}$. После неупругого соударения с баллистическим маятником массы M скорость маятника с кубиком будет равна $\vec{u}$. Соотношение между $\vec{v}$ и $\vec{u}$ можно определить, пользуясь законом сохранения импульса:

$$m\vec{v} = (m + M)\vec{u},$$

откуда

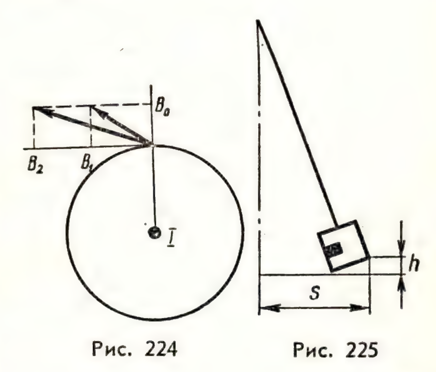


Рис. 224 Рис. 225

$$\vec{v} = \frac{m+M}{m}\vec{u}.$$

Но

$$u = \sqrt{2gh},$$

где h — высота, на которую поднимется центр масс маятника. Как видно из рисунка 225,

$$h = \frac{s^2}{2l},$$

где l — длина нити подвеса маятника, s — линейное отклонение маятника, которое фиксируется упором. Поэтому

$$U = s\sqrt{\frac{g}{l}}$$

и

$$v = \frac{m+M}{m} s \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Следовательно, изменение кинетической энергии кубика после столкновения с баллистическим маятником выразится так:

$$\Delta K = \frac{m}{2}(v^2 - u^2) =$$

$$= \frac{1}{2} s^2 \frac{g}{l}\left[\left(\frac{m+M}{m}\right)^2 - 1\right].$$

Для относительного значения этого изменения получаем следующее выражение:

$$\frac{\Delta K}{K} = 1 - \left[1 + \left(\frac{M}{m}\right)^2\right]^{-1}.$$

193. Согласно второму закону Ньютона изменение импульса корабля за малое время τ равно импульсу силы $\vec{F}$, действующей на корабль:

$$m \cdot \Delta\vec{v} = \vec{F}\tau.$$

Так как сила $\vec{F}$ переменна, то изменение импульса корабля за большой промежуток времени t равно импульсу средней силы $\vec{F}_{ср}$:

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}_{ср}t.$$

Среднее же значение силы пропорционально средней скорости корабля:

$$F_{ср} = -kv_{ср}.$$

Поэтому

$$mv - mv_0 = -kv_{ср}t.$$

Но произведение $v_{ср}\, t$ равно перемещению s корабля. Следовательно,

$$m(v - v_0) = ks,$$

откуда

$$s = \frac{m}{k}(v_0 - v).$$

Теперь легко найти перемещение корабля за время, в течение которого скорость корабля уменьшилась вдвое $\left(v = \frac{1}{2}v_0\right)$, —

$$s_1 = \frac{m}{2k}v_0 = 5 \text{ м}$$

и его перемещение до полной остановки $(v = 0)$ —

$$s_2 = \frac{m}{k}v_0 = 10 \text{ м}.$$

194. См. решение задачи 203. Очевидно, что к ящику прикладывается наименьшая сила, когда он движется равномерно.

195. Так как доске скорость сообщается толчком, то в начальный момент брусок покоится относительно плоскости, а доска получает скорость $\vec{v}_0$. В горизонтальном направлении на брусок и доску действуют только силы трения скольжения (рис. 226), равные по модулю μmg. Эти силы сообщают бруску и доске ускорения

$$a_б = \frac{\mu mg}{m} = \mu g$$

и

$$a_д = -\frac{\mu mg}{M} = -\mu \frac{m}{M} g.$$

Таким образом, скорость бруска будет со временем увеличиваться, а скорость доски — уменьшаться. В системе отсчета, связанной с доской, ускорение бруска определяется так:

$$a_{отн} = a_б - a_д = \mu g \left(1 + \frac{m}{M}\right).$$

Начальная скорость бруска направлена влево и равна по модулю v_0. Брусок не соскользнет с доски, если его скорость на левом конце доски после прохождения относительно доски расстояния L станет равной нулю. Поэтому

$$v_0^2 = 2\, a_{отн}\, L = 2\mu g L \left(1 + \frac{m}{M}\right),$$

или

$$v_0 = \sqrt{2\mu g L \left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

Брусок соскользнет с доски, т. е. доска выскользнет из-под бруска, если $v > v_0$.

196. Так как напряжение на лампе в обоих случаях одинаково, то одинаково в обоих случаях и напряжение на верхней (по схеме) части реостата. Значит, в ней выделяется оба раза одинаковая мощность. Но во втором случае ток идет и через нижнюю часть реостата, в которой также выделяется энергия. Следовательно, в первом случае потери энергии меньше, а КПД — выше, чем во втором.

197. Так как шайба находится на шероховатой поверхности, то очевидно, что в горизонтальной плоскости на шайбу действует только сила трения, которая складывается из сил

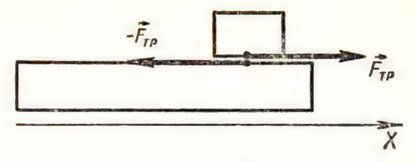


Рис. 226

трения, действующих на различные участки поверхности шайбы. Так как направления скоростей различных участков различны, то различны и силы трения, действующие на эти участки. Разобьем шайбу на элементарные участки и выделим два одинаковых участка шайбы *1* и *2*, расположенных симметрично относительно диаметра шайбы, перпендикулярного направлению скорости $\vec{v}_0$ (рис. 227). На эти участки действуют одинаковые по модулю силы трения

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = \mu mg,$$

где m — масса участка шайбы, μ — коэффициент трения. Направления же сил трения $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ различны. Найдем эти направления.

Скорость каждого из участков равна сумме скорости поступательного движения центра шайбы $\vec{v}_0$ и линейной скорости $\vec{u}$ вращения этого участка

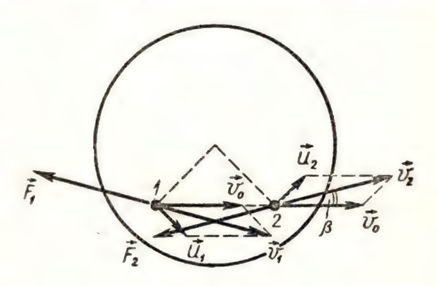


Рис. 227

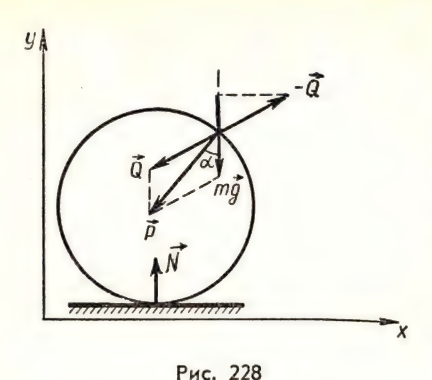


Рис. 228

относительно центра шайбы. Скорость $\vec{u}$ перпендикулярна радиусу R, проведенному к данному участку из центра шайбы. Так как $R_1 = R_2$, то $\vec{u}_1 = u_2 = \omega R$, т. е. линейные скорости по модулю одинаковы. Кроме того, одинаковы также углы, которые скорости $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ составляют с направлением вектора $\vec{v}_0$. Это означает, что скорости v_1 и $\vec{v}_2$ участков *1* и *2* тоже равны по модулю, составляют с направлением вектора $\vec{v}_0$ одинаковые углы β, но отклонены от направления вектора $\vec{v}_0$ в разные стороны. Силы же трения $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены противоположно векторам $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ соответственно. Их вертикальные составляющие, очевидно, равны между собой по модулю, но направлены в противоположные стороны. Поэтому их сумма равна нулю. Следовательно, суммарная сила трения, действующая на выделенные симметричные элементарные участки шайбы, равна сумме горизонтальных составляющих сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ и направлена противоположно вектору $\vec{v}_0$.

Рассматривая и другие подобные пары элементов, мы придем к выводу, что результирующая сила трения, действующая на всю шайбу, тоже направлена противоположно скорости $\vec{v}_0$. Эта сила может изменить модуль скорости центра шайбы, но не может изменить направления этой скорости (ускорение, сообщаемое шайбе силой трения, направлено противоположно скорости центра шайбы). Следовательно, траекторией движения шайбы будет прямая линия.

Если в начальный момент угловая скорость вращения шайбы равна нулю ($\omega_0 = 0$), то силы трения, действующие на все элементарные участки шайбы, направлены одинаково, т. е. против скорости $\vec{v}_0$. Поэтому результирующая сила трения, равная их сумме, по модулю больше, чем в предыдущем случае; большим будет и модуль ускорения.

Следовательно, при $\omega_0 = 0$ путь, проходимый шайбой до ее остановки, меньше, чем при $\omega_0 \neq 0$.

198. На груз действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{Q}$ реакции колеса. Так как колесо движется равномерно, то равнодействующая $\vec{P}$ этих сил направлена к центру колеса (рис. 228) и сообщает грузу центростремительное ускорение $\vec{a}$. Это ускорение одинаково во всех инерциальных системах отсчета. В системе координат, связанной с центром колеса и

движущейся горизонтально со скоростью $\vec{v}$, груз движется по окружности с линейной скоростью $\vec{v}$ и его центростремительное ускорение равно

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Теперь рассмотрим колесо. На него действует сила тяжести $M\vec{g}$, сила $-\vec{Q}$ со стороны груза и сила $\vec{N}$ реакции земли. Когда проекция силы $-\vec{Q}$ на вертикальное направление становится равной Mg, колесо подпрыгивает.

Согласно второму закону Ньютона сумма проекций на ось y всех сил, действующих на груз, должна быть равна ma_y, т. е. $\frac{mv^2}{R}\cos\alpha$:

$$|Q_y| + mg = \frac{mv^2}{R}\cos\alpha.$$

Отсюда

$$|Q_y| = \frac{mv^2}{R}\cos\alpha - mg.$$

При данном значении скорости движения v величина $|Q_y|$ максимальна при $\alpha = 0$, т. е. когда груз находится в верхней точке. В этот момент и будет подскакивать колесо при минимальной скорости движения. Следовательно, условие «подскока» колеса можно записать так:

$$Mg = \frac{mv_{\min}^2}{R} - mg.$$

Отсюда

$$v_{\min} = \sqrt{gR\left(1 + \frac{M}{m}\right)} \approx 5 \text{ м/с}.$$

199. Так как шар металлический, то заряд Q распределится равномерно по его поверхности. Поэтому можно говорить о заряженной сфере. Для того чтобы определить силу, действующую, например, на верхнюю часть сферы со стороны нижней, разобьем мысленно эту часть сферы на элементарные участки. Сила $\vec{F}$, действующая на один из таких участков (рис. 229), определяется формулой

$$\vec{F} = q\vec{E},$$

где q — заряд выделенного участка, $\vec{E}$ — напряженность поля, созданного всей остальной частью сферы. Очевидно, что

$$q = \frac{QS}{4\pi R^2},$$

где S — площадь выделенного участка.

Как известно, напряженность поля вне заряженной сферы у ее поверхности определяется формулой

$$E_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\,\frac{Q}{R^2},$$

а напряженность поля внутри такой сферы равна нулю.

Согласно принципу суперпозиции напряженность поля как внутри, так и вне сферы складывается из напряженности поля выделенного участка заряженной сферы и напряженности поля остальной части сферы. Будем считать, что выделенный

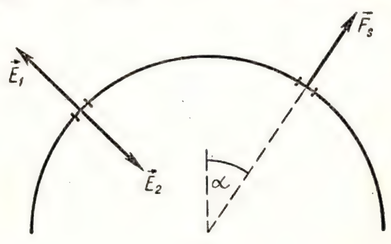


Рис. 229

участок настолько мал, что его можно считать плоским. Тогда напряженности поля этого участка как внутри, так и вне сферы равны по модулю и направлены перпендикулярно площадке в противоположные стороны, т. е.

$$\vec{E_1} = -\vec{E}_2.$$

Пусть для определенности заряд сферы положителен. Тогда векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ направлены так, как показано на рисунке 229.

Поскольку напряженность поля внутри сферы равна нулю, то сумма вектора $\vec{E}_2$ и вектора $\vec{E}$ напряженности поля остальной части сферы равна нулю. Следовательно,

$$\vec{E}_2 + \vec{E} = 0,$$

или

$$\vec{E}_1 = -\vec{E}_2 = \vec{E}.$$

Тогда для напряженности поля вне сферы можно записать:

$$\vec{E}_c = \vec{E} + \vec{E}_1,$$

откуда

$$E = \frac{1}{2} E_c = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{Q}{R^2}.$$

Следовательно, для модуля силы $\vec{F}_s$, действующей на выделенный участок сферы, можно записать:

$$F_s = E_q = \frac{Q^2 S}{32\pi^2\varepsilon_0\varepsilon R^4}.$$

Теперь найдем силу $\vec{F}$, действующую на всю верхнюю часть сферы. Для этого нужно найти сумму сил $\vec{F}_s$, действующих на элементарные участки «верхушки» сферы, т. е. поверхности сферического сегмента. Из соображений симметрии очевидно, что сумма горизонтальных составляющих сил $\vec{F}_s$ равна нулю. Поэтому

$$F = \Sigma F_{s\ \text{верт}} = \Sigma F_s \cos\alpha_s = \\ = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0\varepsilon R^4} \Sigma S \cos\alpha,$$

где α — угол между вектором $\vec{F}_s$ и вертикалью. Так как $S \cos\alpha$ — это проекция площади участка на горизонтальную плоскость, то сумма $\Sigma S \cos\alpha$ равна площади S основания сферического сегмента:

$$S = \pi r^2,$$

где r — радиус основания сферического сегмента. Следовательно,

$$F = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0\varepsilon R^4} \pi r^2 = \\ = \frac{Q^2}{32\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}\left(1 - \frac{h^2}{R^2}\right).$$

200. После замыкания ключа в цепи возникает электрический ток, но сила тока постепенно уменьшается. Как следует из вольт-амперной характеристики диода, напряжение на диоде равно U_0 при всех значениях силы тока вплоть до нуля. Поэтому процесс зарядки конденсатора и протекание тока в цепи прекратятся в момент, когда напряжение U_C на конденсаторе станет равным

$$U_C = \mathscr{E} - U_0.$$

К этому моменту по цепи пройдет заряд

$$q = CU_C = C(\mathscr{E} - U_0).$$

Согласно закону сохранения энергии работа источника тока по перенесению заряда по

всей цепи равна сумме работ на отдельных участках:

$$A = A_q + A_R + W_C,$$

где $A = Eq$ — работа источника тока, $A_q = U_0 q$ — работа на участке цепи, содержащем диод, $W_C = \frac{1}{2}qU_C = \frac{1}{2}q(\mathscr{E} - U_0)$ — энергия заряженного конденсатора, A_R — работа по перенесению заряда по резистору R, за счет которой этот резистор передает окружающей среде количество теплоты Q.

Поэтому

$$Q = \mathscr{E}q - U_0 q - \frac{1}{2}q(\mathscr{E} - U_0) = \frac{1}{2}C(\mathscr{E} - U_0)^2.$$

201. Для кипения однородной жидкости необходимо, чтобы давление насыщенного пара в пузырьках, образующихся по всему объему жидкости, было равно внешнему атмосферному давлению[1].

При «пограничном» кипении в пузырьках, находящихся на границе воды и четыреххлористого углерода ($C\,Cl_4$), содержится как водяной пар, так и газообразный четыреххлористый углерод, причем сумма их парциальных давлений равна атмосферному давлению:

$$p_{атм} = p_1 + p_2,$$

где $p_1 = 192$ мм рт. ст. — парциальное давление насыщенного водяного пара, p_2 — парциальное давление газообразного насыщенного четыреххлористого углерода. Поскольку $p_{атм} = 760$ мм рт. ст., то $p_2 = p_{атм} - p_1 = 568$ мм рт. ст.

Во время кипения пузырьки поднимаются вверх, доходят до поверхности жидкости и лопаются. Следовательно, отношение масс m_1 и m_2 образовавшихся за некоторое время паров равно отношению плотности ρ_1 водяного пара к плотности ρ_2 газообразного четыреххлористого углерода в пузырьке.

Из уравнения Менделеева—Клапейрона плотность насыщенного пара выражается так:

$$\rho_н = \frac{p_н M}{RT},$$

где $p_н$ — давление насыщенного пара, M — молярная масса пара, T — температура и R — газовая постоянная. Поэтому

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1 M_1}{p_2 M_2} \approx \frac{1}{25}.$$

Отсюда следует, что четыреххлористый углерод при «пограничном» кипении испаряется в 25 раз быстрее воды.

202. После соударения шаров *1* и *2* шар *1* будет двигаться поступательно с некоторой постоянной скоростью. Центр масс системы шаров *2* и *3* тоже будет двигаться поступательно с постоянной скоростью, и, кроме того, шары *2* и *3* будут колебаться относительно

---

[1] В действительности давление насыщенного пара должно быть больше атмосферного на величину

$$\Delta p = \rho g h + \frac{2\sigma}{R},$$

где $\rho g h$ — гидростатическое давление на глубине h, $\frac{2\sigma}{R}$ — добавочное давление под изогнутой поверхностью жидкости (σ — коэффициент поверхностного натяжения, R — радиус пузырька). Обычно этой величиной можно пренебречь по сравнению с атмосферным давлением.

их центра масс. Для того чтобы ответить на вопрос, столкнутся ли шары *1* и *2* второй раз, нужно найти зависимость координат этих шариков от времени и посмотреть, могут ли эти координаты совпасть.

Будем считать, что соударение является мгновенным. В этом случае оно происходит так же, как соударение двух свободных шариков, не связанных с другими телами. Поэтому можно применять законы сохранения импульса и энергии[1]. Обозначив скорость шара *1* до соударения через $\vec{v}_0$, его скорость после соударения — через $\vec{v}_1$ и скорость шара *2* после соударения — через $\vec{v}_2$, можно записать:

$$Mv_0 = Mv_1 + mv_2,$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Решая совместно эти уравнения относительно v_1 и v_2, находим:

$$v_1 = v_0 \frac{M - m}{M + m} = v_0 \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma},$$

$$v_2 = v_0 \frac{2}{1 + \gamma}.$$

После соударения шар *1* будет двигаться равномерно и его координаты будут изменяться со временем по закону

$$x_1 = v_1 t = v_0 \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} t.$$

[1] Время соударения τ должно быть таким, чтобы можно было не учитывать смещения шарика *2* и деформации пружины. Для этого должно выполняться неравенство $\tau \ll T$ (где T — период колебаний шарика *2* относительно центра масс шариков *2* и *3*).

Центр масс шаров *2* и *3* будет двигаться тоже равномерно, но со скоростью

$$v_ц = \frac{v_2}{2} = v_0 \frac{1}{1 + \gamma}$$

(шары *2* и *3* одинаковые). Это означает, что координата центра масс меняется со временем по формуле

$$x_ц = v_0 \frac{1}{1 + \gamma} t.$$

Рассмотрим движение шаров *2* и *3* в системе координат, связанной с их центром масс. В этой системе в начальный момент шары движутся навстречу друг другу с равными по модулю скоростями. Поэтому в дальнейшем каждый из шаров будет совершать гармоническое колебание относительно центра масс по закону

$$x = A \sin \omega t.$$

Если жесткость половины пружины обозначить через k, то частота этих колебаний будет:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Амплитуду колебаний A можно найти, воспользовавшись законом сохранения энергии. В начальный момент пружина не деформирована, шар *2* имеет скорость $v_2/2$ и энергию

$$\frac{mv_0^2}{2(1 + \gamma)^2}.$$

Эту энергию приравняем к энергии упругой деформации пружины в тот момент, когда отклонение шара от положения равновесия максимально и равно амплитуде A колебаний:

$$\frac{mv_0^2}{2(1 + \gamma)^2} = \frac{kA^2}{2}.$$

Отсюда

$$A = \sqrt{\frac{mv_0^2}{(1+\gamma)^2 k}} = \frac{v_0}{(1+\gamma)\,\omega}.$$

Теперь можно записать зависимость координаты шара 2 от времени в системе координат, связанной с горизонтальной плоскостью:

$$x_2 = v_ц t + A \sin \omega t =$$

$$= v_0 t\, \frac{1}{1+\gamma} t + \frac{v_0}{(1+\gamma)\,\omega} \sin \omega t.$$

Шары 1 и 2 столкнутся еще раз, если возможно равенство

$$x_1 = x_2,$$

т. е.

$$v_0 \frac{1-\gamma}{1+\gamma} = v_0 t\, \frac{1}{1+\gamma}\left(1 + \frac{1}{\omega t} \sin \omega t\right),$$

или

$$\sin \omega t = -\gamma \omega t.$$

Решение этого уравнения определится точками пересечения прямой $y = \gamma\varphi$ и синусоиды $y = \sin \varphi$ (рис. 230), причем решение существует, если $\gamma \leqslant \leqslant \gamma_1 \approx \operatorname{tg} \gamma_1$. Из рисунка видно, что

$$\gamma_1 \approx \left(\frac{3}{2}\pi\right)^{-1} \approx 0{,}21.$$

Отношение масс шаров равно приблизительно 0,21.

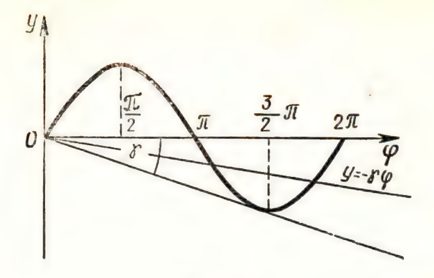


Рис. 230

203. На ящик (рис. 231) действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения веревки $\vec{F}$, сила реакции сходней N и сила трения $\vec{F}_{тр}$, модуль которой $F_{тр} = \mu N$. Спроецируем все силы на направления вдоль сходней и перпендикулярно к ним и запишем соответствующие уравнения движения.

Заменим силы $\vec{N}$ и $\vec{F}_{тр}$ их равнодействующей полной силой реакции сходней: $Q = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$ (см. рис. 231). При равномерном движении сумма сил $\vec{Q}$, $\vec{F}$ и $m\vec{g}$ должна равняться нулю и векторы этих сил должны образовать замкнутый треугольник.

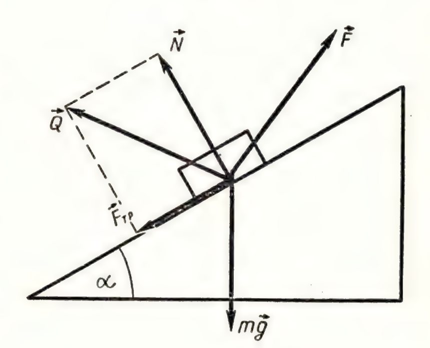


Рис. 231

Заметим, что направление силы $\vec{Q}$ составляет с перпендикуляром к наклонной плоскости угол δ, который определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{\mu N}{N} = \mu.$$

Отсюда видно, что при изменении модуля и направления силы $\vec{F}$ направление силы $\vec{Q}$ остается неизменным. Так как модуль и направление вектора $m\vec{g}$ не меняются, то модуль вектора $\vec{F}$ будет минимальным, ес-

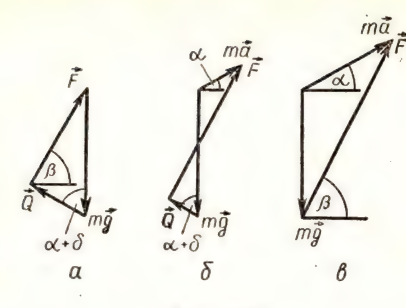


Рис. 232

ли этот вектор окажется перпендикулярным к вектору $\vec{Q}$ (рис. 232, *а*). При этом с горизонтом сила $\vec{F}$ будет составлять угол

$$\beta = \alpha + \delta = \alpha + \operatorname{arctg} \mu$$

(углы β и $\alpha + \delta$ равны как углы с взаимно перпендикулярными сторонами).

Точно так же решается задача применительно к случаю движения ящика с ускорением $a < a_0$. В этом случае сумма векторов $m\vec{g}$, $\vec{Q}$ и $\vec{F}$ должна быть равна $m\vec{a}$ (рис. 232, *б*). При этом модуль силы $\vec{F}$ изменится, но ее направление останется прежним.

При $a > a_0$, когда силы $\vec{N}$, $\vec{F}_{\text{тр}}$ и, следовательно, $\vec{Q}$ равны нулю, сила $\vec{F}$ должна соединять концы векторов $m\vec{g}$ и $m\vec{a}$ (рис. 232, *в*). Легко видеть, что в этом случае

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{g + a\sin\alpha}{a\cos\alpha}\right) = \alpha + \operatorname{arctg}\left(\frac{g\cos\alpha}{g\sin\alpha + a}\right).$$

204. После того как обмотка окажется замкнутой накоротко, мотор превращается в динамо-машину, причем ток I в якоре динамо-машины будет таким же, каким он был, когда машина работала как электромотор. Действительно, в обоих случаях один и тот же груз движется (поднимается или опускается) равномерно. Поэтому момент сил, действующих на якорь со стороны магнитного поля индуктора и пропорциональных силе тока, равен моменту силы тяжести, действующей на груз.

При подъеме невесомой нити (в режиме холостого хода) момент нагрузки равен нулю. В этом случае равна нулю и сила тока I_0 в якоре. Запишем закон Ома для всех трех случаев.

При подъеме груза с помощью мотора закон Ома запишется так:

$$U - \mathscr{E}_и = IR, \qquad (1)$$

где U — напряжение на зажимах мотора и $\mathscr{E}$ — индуцируемая в якоре ЭДС.

При опускании груза, когда мотор работает как динамо-машина, закон Ома принимает вид

$$\mathscr{E} = IR. \qquad (2)$$

Когда же мотор работает на холостом ходу, сила тока равна нулю и напряжение на зажимах равно ЭДС, индуцирующейся в якоре:

$$U - \mathscr{E}'_и = 0. \qquad (3)$$

Так как ЭДС индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, т. е. угловой скорости ω вращения якоря, а $\omega \sim v$, то

$$\mathscr{E}_и = kv_1,\ \mathscr{E} = kv_2 \text{ и } \mathscr{E}'_и = kv_0, \qquad (4)$$

где k — коэффициент пропорциональности. Из равенств

(1)—(4) получаем:

$$v_2 = v_0 - v_1.$$

205. Сердечник с катушками представляет собой повышающий трансформатор. Обозначим через K отношение чисел витков в обмотках:

$$K = \frac{n_2}{n_1} = 2. \qquad (1)$$

Напряжение U_2 на разомкнутой вторичной катушке равно ЭДС $\mathscr{E}_2$, которая наводится в ней. Величина $\mathscr{E}_2$ связана с ЭДС $\mathscr{E}_1$, возникающей в первичной катушке соотношением

$$\frac{\mathscr{E}_2}{\mathscr{E}_1} = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (2)$$

На рисунке 233 представлена схема этого трансформатора, на которой активное сопротивление R первичной цепи показано включенным последовательно с реактивным сопротивлением X_L. По первичной цепи трансформатора течет переменный ток, действующее значение которого определяется формулой (закон Ома для переменного тока)

$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}. \qquad (3)$$

При разомкнутой вторичной обмотке ЭДС индукции в первичной обмотке $\mathscr{E}_1$ равна напряжению на индуктивном сопротивлении:

$$\mathscr{E}_1 = IX_L = U_i \frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}. \qquad (4)$$

Тогда из (1)—(4) получаем:

$$U_2 = \frac{KU_1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_L}\right)^2 + 1}}. \qquad (5)$$

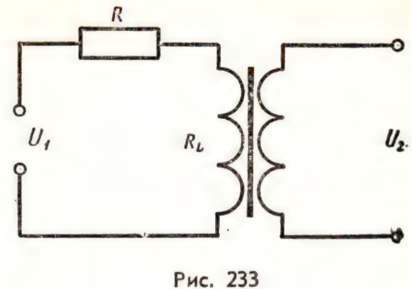


Рис. 233

Аналогичное соотношение можно записать и для трансформатора с сердечником, имеющим магнитную проницаемость μ'. Так как $X_L = \omega L$, а $L \sim \mu$, то при замене сердечника изменится индуктивное сопротивление первичной обмотки:

$$\frac{X_L'}{X_L} = \frac{\mu'}{\mu}.$$

Таким образом,

$$U_2' = \frac{KU_1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_L'}\right)^2 + 1}} = \frac{KU_1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_L}\right)^2\left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 + 1}}.$$

Но из равенства (5)

$$\left(\frac{R}{X_L}\right)^2 = \left(K\frac{U_1}{U_2}\right)^2 - 1.$$

Поэтому

$$U_2' = \frac{KU_1}{\sqrt{\left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^2\left[\left(K\frac{U_1}{U_2}\right)^2 - 1\right] + 1}},$$

$$u_2^1 \approx 20 \text{ В}.$$

206. Проведя серию выстрелов в горизонтальном направлении, находят среднюю дальность $s_{ср}$ полета снаряда и вычисляют среднюю скорость вылета снаряда:

$$v_{0,\,ср} = \frac{s_{ср}}{t} = \frac{s_{ср}}{\sqrt{\frac{2h}{g}}},$$

где h — высота пистолета над полом, t — время полета снаряда. Затем определяют максимальное отклонение скорости вылета снаряда от средней скорости.

Можно провести несколько серий выстрелов при различных углах α вылета снаряда и найти зависимость $s_{\text{ср}}(\alpha)$. Ящик с песком при этом удобно устанавливать на том же уровне, что и пистолет. Так как при выстреле под углом α (рис. 234)

$$y = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}, \quad x = v_0 t \cos\alpha,$$

то $y = 0$ при $t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. Поэтому

$$s = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha.$$

Отсюда

$$v_0 = \sqrt{\frac{sg}{\sin 2\alpha}},$$

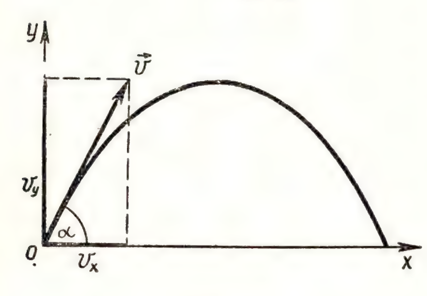


Рис. 234

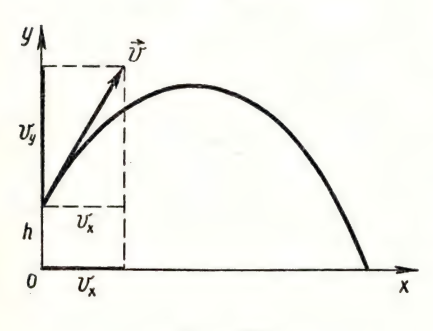


Рис. 235

и можно считать, что

$$v_{0,\,\text{ср}} = \sqrt{\frac{s_{\text{ср}}\cdot g}{\sin 2\alpha}}.$$

После установления членом жюри мишени измеряют высоту мишени h (рис. 235) и угол α, под которым надо произвести выстрел. Расстояние s до мишени рассчитывают следующим образом:

$$y = h + v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2},$$

$$x = v_0 t \cos\alpha.$$

Отсюда $y = 0$ при

$$t = t_0 = \frac{v_{\text{ср}}\sin\alpha + \sqrt{v_{\text{ср}}^2 \sin^2\alpha + 2gh}}{g}.$$

Следовательно,

$$s = v_{\text{ср}} t_0 \cos\alpha.$$

Разброс начальных скоростей вылета шарика определяет разброс дальности его полета, что, в свою очередь, определяет размеры ящика, в который экспериментатор должен попасть шариком.

207. Для решения задачи нужно собрать цепь, показанную на рисунке 236. В этой цепи через реостат идет ток, который значительно меньше максимально допустимого (5 A). Меньше максимально допустимой (30 Вт) будет и мощность нагревателя:

$$p = \frac{U^2}{R_{\text{н}}} = 12{,}5 \text{ Вт}.$$

В калориметр наливают воду. Массу воды $m_{\text{в}}$ определяют, взвешивая пустой калориметр и калориметр с водой. Затем опускают в воду нагреватель и определяют время τ_1, за которое вода и калориметр нагре-

ваются от температуры $t_1 = 50$ °С до температуры $t_2 = 55$ °С. Если I — сила тока, потребляемая нагревателем, то, пренебрегая теплоотдачей, можно записать:

$$I^2 R\tau_1 = (c_в m_в + C)(t_2 - t_1),$$

где C — теплоемкость калориметра и нагревателя, $c_в$ — удельная теплоемкость воды, R — сопротивление нагревателя. Выполнив затем аналогичные измерения при заливке в калориметр минерального масла, получаем равенство

$$I^2 R\tau_2 = (c_м m_м + C)(t_2 - t_1),$$

где τ_2 — время нагревания калориметра и масла от температуры $t_1 = 50$ °С до температуры $t_2 = 55$ °С, $c_м$ — удельная темплоемкость масла, $m_м$ — масса масла. Из этих равенств находим:

$$c_м = \frac{I^2 R(\tau_2 - \tau_1) + c_в m_в (t_2 - t_1)}{m_м (t_2 - t_1)}.$$

Для повышения точности измерений воду и масло следовало наливать в калориметр в одинаковых объемах. Это обеспечивает равные условия теплопередачи.

Переменный резистор надо включать по схеме потенциометра, так как при его включении по реостатной схеме сила тока в цепи

$$I = \frac{U}{R + R_н} \approx 0{,}2 A$$

была бы больше предела измерения миллиамперметра $I_A = 0{,}15$ А. Нагреватель нельзя включать, если он не погружен в жидкость, так как вследствие слабой теплоотдачи он мог

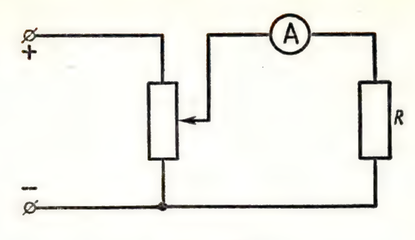


Рис. 236

быть выведен из строя.

Эту работу можно выполнить более точно, учтя утечку тепла из калориметра. С этой целью нужно определить силу тока I_0, при которой температура жидкости в калориметре не изменяется со временем, оставаясь равной 52,5 °С. Мощность $P_у$ утечки тепла при этом вычисляется так:

$$P_у = I_0^2 R_н,$$

а значение полезной мощности равно

$$P = P - P_у = (I^2 - I_0^2) R.$$

208. Подключив к клеммам *1* и *2* звуковой генератор, а к клеммам *3* и *4* ламповый вольтметр, измеряют напряжение при двух различных значениях частоты ν_1 и ν_2. Если напряжение при изменении частоты генератора не изменяется, то в коробочке находится либо схема *в*, либо схема *г*. Сопротивление лампового вольтметра намного больше сопротивления $R - C$-цепочки. Поэтому он будет показывать напряжение на зажимах генератора, которое не должно зависеть от частоты (это можно проверить в отдельном опыте, подключив вольтметр к контактам *2* и *4*).

Если же с увеличением частоты показания вольтметра увеличиваются, то в коробочке

находится схема *а* (с ростом частоты сопротивление конденсатора уменьшается, а напряжение снимается с резистора).

Наконец в случае, когда с увеличением частоты показания вольтметра уменьшаются, можно утверждать, что в коробочке находится схема *б* (напряжение в этой схеме снимается с конденсатора).

Для определения параметров элементов в схемах *а* и *б* воспользуемся дополнительными резисторами.

В случае схемы *а* подключим резистор R_1 к клеммам *3* и 4 параллельно резистору R, находящемуся в коробочке. Обозначим напряжение на клеммах *2* и 4 через U_0, напряжение на клеммах *3* и 4 до подключения резистора R_1 через U_1 и напряжение на этих клеммах после подключения резистора через U_2. Запишем закон Ома для этих двух случаев:

$$U_1 = I_1 R = \frac{U_0 R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}},$$

$$U_2 = I_2 R_э = \frac{U_0 R_э}{\sqrt{X_C^2 + R_э^2}},$$

где

$$R_э = \frac{RR_1}{R + R_1}, \quad X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}.$$

Отсюда

$$R = R_1 \left(\frac{U_1}{U_2} \sqrt{\frac{U_0^2 - U_2^2}{U_0^2 - U_1^2}} - 1 \right),$$

$$C = \frac{U_1}{2\pi\nu R \sqrt{U_0^2 - U_1^2}}.$$

В случае схемы *б* подключим резистор R_1 к клеммам *2* и *3* параллельно резистору R, находящемуся в коробочке. Введя те же обозначения, что и в предыдущем случае, запишем закон Ома для цепи с резистором и без него:

$$U_1 = I_1 X_C = \frac{U_0 X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}},$$

$$U_2 = I_2 X_C = \frac{U_0 X_C}{\sqrt{R_э^2 + X_C^2}},$$

где

$$R_э = \frac{RR_1}{R + R_1}.$$

После простых преобразований получим:

$$R = R_1 \left(\frac{U_2}{U_1} \sqrt{\frac{U_0^2 - U_1^2}{U_0^2 - U_2^2}} - 1 \right),$$

$$C = \frac{\sqrt{U_0^2 - U_1^2}}{2\pi\nu U_1 R}.$$

Если напряжение U при изменении частоты не изменяется, то в коробочке находится схема *в* или схема *г*. Для определения, с какой из этих схем мы имеем дело, к клеммам *3* и 4 подключают резистор R_1 и измеряют напряжение $U_1 = U_{3-4}$ и $U_2 = U_{2-3}$ (рис. 237), затем рассчитывают сопротивление $R - C$ цепочки Z при различных частотах ν.

$$Z = \frac{U_2}{I}, \quad I = \frac{U_1}{R_1}, \quad Z = \frac{U_2}{U_1} R_1.$$

По результатам измерений строят график зависимости $Z = f(\nu)$. Если этот график имеет вид, показанный на рисунке 238, *а*, то цепь в коробочке составлена по схеме *в*. Если же указанный график имеет вид, представленный на рисунке 238, *б*, то цепь составлена по схеме *г*. При малых частотах

полное сопротивление Z в случае схемы *в* близко к активному сопротивлению R, а в случае схемы *г* — к емкостному сопротивлению цепи X_C. При больших частотах, наоборот, в схеме *в* полное сопротивление Z близко к X_C, а в схеме *г* — к R. Зная X_C, легко рассчитать емкость конденсатора:

$$C = \frac{1}{2\pi\nu X_C}.$$

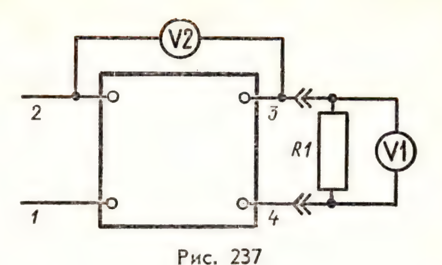


Рис. 237

Для точного определения R и C следует найти значения Z_1 и Z_2 при двух различных частотах ν_1 и ν_2; для схемы *г* —

$$Z_1 = \frac{X_{C1}R}{\sqrt{X_{C1}^2+R^2}}, \quad Z_2 = \frac{X_{C2}R}{\sqrt{X_{C2}^2+R^2}};$$

для схемы *д* —

$$Z_1 = \sqrt{X_{C1}^2+R^2}, \quad Z_2 = \sqrt{X_{C2}^2+R^2}.$$

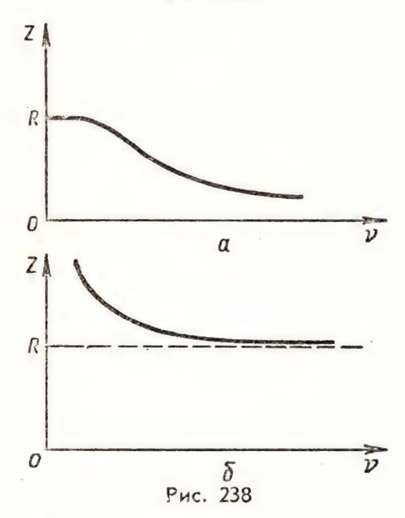


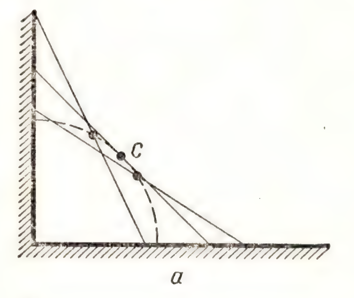
Рис. 238

Искомые параметры R и C находят, решая соответствующую систему уравнений.

209. На бусинку действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{Q}$ реакции палочки. Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{g} + \vec{Q} = m\vec{a}.$$

Следовательно, если мы найдем ускорение бусинки, то тем самым определим силу $\vec{Q}$. А по третьему закону Ньютона сила $\vec{N}$, с которой бусинка действует на палочку, равна по модулю силе $\vec{Q}$.



На рисунке 239, *а* показано несколько положений палочки. Так как в прямоугольном треугольнике медиана, соединяющая вершину прямого угла с серединой гипотенузы, равна половине гипотенузы, то

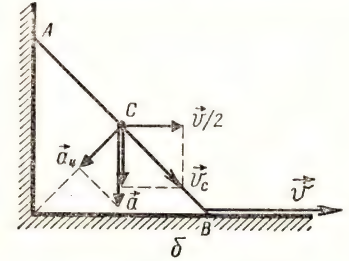


Рис. 239

бусинка (точка C) находится все время на одном и том же расстоянии от вершины прямого угла.

Итак, бусинка движется по окружности радиуса l. Скорость v_C бусинки направлена по касательной к этой окружности, а центростремительное ускорение равно $\frac{v_C^2}{l}$.

В любой момент времени полная скорость бусинки складывается из горизонтальной и вертикальной составляющих. По условию задачи скорость точки B постоянна и равна $\vec{v}$. Горизонтальные скорости всех остальных точек тоже постоянны, причем горизонтальная скорость бусинки равна $\frac{\vec{v}}{2}$. Это означает, что ускорение бусинки и сила $\vec{Q}$ направлены вертикально.

В тот момент, когда $\alpha = 45°$, скорость $\vec{v}_c$ бусинки направлена вдоль палочки, а ее вертикальная и горизонтальная составляющие по модулю одинаковы и равны $\frac{v}{2}$ (рис. 239, *б*). Следовательно, полная скорость бусинки в этот момент равна $\frac{v}{\sqrt{2}}$. Поэтому

$$a_ц = \frac{v_C^2}{l} = \frac{v^2}{2l}$$

и

$$a = \sqrt{2}\,a_ц = \frac{v^2}{\sqrt{2}\,l}.$$

Из второго закона Ньютона

$$N = Q = mg - ma = m\left(g - \frac{v^2}{\sqrt{2}\,l}\right).$$

210. Давление на мост определяется уровнем воды в канале. Если по каналу движется баржа, то, строго говоря, уровень воды повышается тем больше, чем тяжелее баржа. Однако практически уровень воды во всем канале, конечно, остается прежним, так как объем воды, вытесненной баржой, очень мал по сравнению с общим объемом воды в канале.

211. Будем считать, что угловая скорость ω вращения трубки меняется медленно, так что при каждом значении ω шарик находится в равновесном состоянии относительно трубки, а в неподвижной системе отсчета шарик движется по окружности радиуса $l_0 + \Delta l$ (где Δl — изменение длины пружины). Так как центростремительное ускорение $a = \omega^2 (l_0 + \Delta l)$ сообщается шарику силой упругости пружины, то согласно второму закону Ньютона

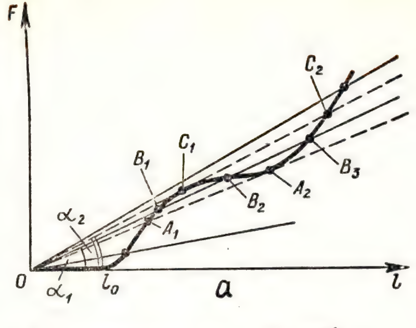
$$m\omega^2 (l_0 + \Delta l) = F_{упр}. \quad (1)$$

Для того чтобы решить задачу, необходимо из уравнения (1) найти зависимость Δl от ω или, что удобнее, $l = l_0 + \Delta l$ от $m\omega^2$.

Зависимость силы упругости пружины от удлинения пружины задана графически, поэтому уравнение (1) мы будем решать тоже графически. Перерисуем график, сдвинув начало координат в точку с координатой $- l_0$ (рис. 240, *а*). Теперь по оси абсцисс оказывается отложенной полная длина l пружины. Если из начала координат провести прямую линию, то координатами точки пересечения этой прямой с гра-

фиком будут значения силы упругости $F_{упр}$ и соответствующей ей длины пружины l, а тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс будет равен

$$\frac{F_{упр}}{l} = m\omega^2.$$



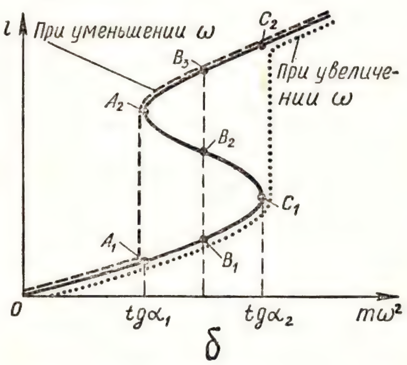


Рис. 240

Чтобы построить график зависимости l от $m\omega^2$, проведем из начала координат пучок прямых и отметим все точки пересечения прямых с графиком. Затем, зная значения l и соответствующие им значения $m\omega^2 = \operatorname{tg}\alpha$, будем отмечать их на графике зависимости l от $m\omega^2$. Из рисунка 240, *а* видно, что при углах $\alpha < \alpha_1$, т. е. при $m\omega^2 < \operatorname{tg}\alpha_1$, каждая из проведенных прямых пересекается с графиком $F_{упр}(l)$ только в одной точке. И каждому значению $m\omega^2$ соответствует одно значение l. При $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ прямая пересекается в трех точках (при $\alpha = \alpha_1$ и $\alpha = \alpha_2$ — в двух), т. е. одному и тому же значению $m\omega^2$ соответствуют три значения l. Отметим их все на графике.

При $\alpha > \alpha_2$, т. е. при $m\omega^2 < \operatorname{tg}\alpha_2$, каждая из прямых опять пересекается с графиком только в одной точке и каждому значению $m\omega^2$ соответствует лишь одно значение l. Соединив все нанесенные точки плавной кривой, мы получим график, показанный на рисунке 240, *б*.

При $m\omega^2 < \operatorname{tg}\alpha_1$ и при $m\omega^2 > \operatorname{tg}\alpha_2$ каждому значению угловой скорости соответствует одно значение l. Но при $\operatorname{tg}\alpha_1 < m\omega^2 < \operatorname{tg}\alpha_2$ имеется три разных значения l для каждого значения $m\omega^2$. На каком же расстоянии от оси вращения находится шарик?

Прежде всего ясно, что шарик не может находиться на таком расстоянии, которое соответствует точке B_2 графика (см. рис. 240, *а*). Действительно, предположим, что по случайной причине шарик слегка отклонился от этого положения равновесия, так что l увеличилась на Δx. Для того чтобы шарик вращался, находясь на расстоянии $l + \Delta x$ от оси, сила упругости должна возрасти. Как видно из рисунка, в рассматриваемом случае сила упругости уменьшается. Следовательно, эта сила не может сообщить шарику необходимое для его движения центростремительное ускорение и шарик будет продолжать двигаться

вдоль трубки к положению B_3. Таким образом, точка B_2 соответствует положению неустойчивого равновесия шарика. Аналогично можно показать, что точки B_1 и B_3 соответствуют положениям устойчивого равновесия шарика. Поэтому при $\operatorname{tg}\alpha_1 < m\omega^2 < \operatorname{tg}\alpha_2$ шарик может находиться в положениях, соответствующих участкам графика A_1C_1 и A_2C_2.

В каком же именно из своих устойчивых положений будет находиться шарик? Ответ на этот вопрос зависит от того, как изменяется угловая скорость вращения трубки. Если ω увеличивается, то шарик не может попасть в положения, соответствующие участку A_2C_2 графика, не пройдя положений, соответствующих участку A_1C_1, каждое из которых является устойчивым.

Следовательно, при увеличении угловой скорости ω изменение видят по графику, показанному на рисунке 263, *б* справа (в точке $m\omega^2 = \operatorname{tg}\alpha_2$ величина l изменяется скачком от значения, соответствующего точке C_1, до значения, соответствующего точке C_2).

При уменьшении же угловой скорости график зависимости l от $m\omega^2$ будет таким, как показано на том же рисунке слева. Конечно, следует иметь в виду, что если трубка вращается с такой угловой скоростью, что $\operatorname{tg}\alpha_1 < m\omega^2 < \operatorname{tg}\alpha_2$, то, сильно толкнув шарик, можно перевести его в положение, соответствующее «чужому» участку графика, по которому и будет в дальнейшем изменяться l при изменении ω.

212. Холодильная машина работает по циклу, обратному циклу работы тепловой машины: над рабочим телом — газомагентом — совершается определенная работа, а тепло передается от более холодного тела к более горячему. При этом горячему телу передается не только то количество теплоты, которое отбирается от холодного, но и тепло, эквивалентное произведенной работе. В домашнем холодильнике сжиженный газ-агент, испаряясь, забирает тепло от стенок испарительной камеры. Затем этот газ, снова сжижаясь в конденсаторе, передает тепло окружающему воздуху.

Если дверца холодильника открыта, то тепло отбирается испарителем от окружающего воздуха и передается конденсатором тому же воздуху в комнате. Воздух получает тепло, эквивалентное совершенной работе, и тепло, выделяющееся в подводящих проводах и в обмотке электродвигателя компрессора. Поэтому при открытой дверце холодильника температура в комнате будет повышаться до тех пор, пока количество теплоты, поступающее в комнату, не станет равным количеству теплоты, которое уходит из комнаты на улицу. Терморегулятор при этом работать не будет. Графиком изменения температуры в комнате является линия 1 на рисунке 241. Эта линия асимптотически приближается к прямой $T = T_1$.

В случае закрытого холодильника температура внутри холодильника (в холодильной камере) сначала будет понижаться, а в комнате темпера-

тура будет повышаться, причем несколько быстрее, чем когда холодильник открыт (теперь теплота отбирается не от воздуха в комнате, а лишь от того воздуха, который находится в ограниченном объеме холодильного шкафа, и отдается воздуху в комнате). Температура в комнате при этом может стать как выше T_1, так и ниже. Это зависит от интенсивности теплообмена между комнатой и наружным воздухом от того, при какой температуре внутри холодильника срабатывает терморегулятор (т. е. от времени непрерывной работы холодильника).

Когда температура в холодильнике достигнет определенного значения, терморегулятор отключит холодильник от сети и температура внутри холодильника будет постепенно повышаться за счет теплообмена через стенки холодильника. Затем холодильник опять включится и температура в камере будет понижаться. Линия *2* на рисунке 241 является графиком зависимости температуры внутри холодильника от времени.

В соответствии с колебаниями температуры в холодильной камере меняется и температура в комнате. Но так как в момент отключения холодильника от сети температура конденсатора выше температуры в комнате, то температура в комнате еще некоторое время повышается. Затем температура в комнате будет уменьшаться, пока холодильник вновь не включится, и т. д.

Одна из кривых зависимости температуры в комнате от времени показана на рисунке 241 (кривая 3). Конечно, в действительности колебания температуры в комнате при работе холодильника незначительны и заметить их практически невозможно.

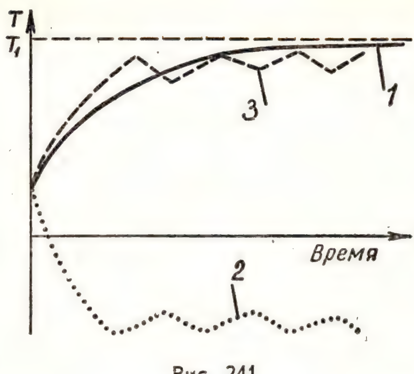


Рис. 241

Когда холодильник наполнен продуктами, увеличивается как время, в течение которого холодильник включен, так и время, в течение которого он выключен. В соответствии с этим меняется и период колебаний температуры в комнате.

213. Давление газа в сосуде равно

$$p_1 = n_1 kT_1 = 4n_1 kT,$$

где n_1 — концентрация молекул в сосуде (число молекул в единице объема) и k — постоянная Больцмана. Вне сосуда давление равно

$$p = n_2 kT,$$

где n_2 — концентрация молекул в окружающем пространстве. Следовательно,

$$p_1 = 4p\frac{n_1}{n_2}.$$

Таким образом, для того чтобы найти давление в сосуде,

достаточно определить отношение концентраций молекул газа в сосуде и в окружающем пространстве.

При равновесии число вылетающих из сосуда молекул газа равно числу молекул газа, влетающих в сосуд извне за то же самое время. Число молекул, которые вылетают из сосуда за время Δt, равно

$$Z_1 = \frac{1}{2} n_1 S \, |\overline{v_{1X}}| \Delta t,$$

где $|\overline{v_{1x}}|$ — среднее значение модуля проекции скорости молекулы на ось X, направленную по оси отверстия, и S — площадь отверстия. Число же молекул, которые влетают в сосуд за то же время, равно

$$Z_2 = \frac{1}{2} n_2 S \, |\overline{v_{2X}}| \Delta t.$$

Так как $Z_1 = Z_2$, то

$$n_1 \, |\overline{v_{1x}}| = n_2 \, |\overline{v_{2X}}|.$$

Но величина $|\overline{v_x}|$ пропорциональна тепловой скорости молекул газа:

$$|\overline{v_X}| \sim v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Следовательно,

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{|\overline{v_{2X}}|}{|\overline{v_{1X}}|} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \frac{1}{2}.$$

Используя это соотношение, находим давление газа в сосуде:

$$p_1 = 2p.$$

214. Шарики удаляются друг от друга под действием силы электрического отталкивания:

$$F = k\frac{q^2}{r^2},$$

где q — заряд каждого шарика, r — расстояние между шариками и

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

Эта сила и, следовательно, ускорения шариков меняются по модулю по мере изменения расстояния между шариками. Поэтому движение шариков не будет равноускоренным.

Разобьем перемещения шариков в первом и во втором случаях на одинаковое число участков, таких, чтобы относительные перемещения в обоих случаях были одинаковыми. Обозначим расстояние между шариками в начальный момент через $2x_0$, а в некоторый последующий момент времени — через $2x$. Величина $\xi = \frac{x}{x_0}$ есть относительное перемещение шариков.

Пусть ξ изменилось на величину $\Delta\xi$. Тогда перемещение каждого шарика в первом случае (когда $2x_0 = l$) равно

$$\Delta x_1 = \Delta\xi \cdot \frac{l}{2},$$

а во втором случае (когда $2x_0 = 3l$) —

$$\Delta x_2 = \Delta\xi \cdot \frac{3}{2} l.$$

Поэтому

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = 3.$$

Теперь сравним средние скорости шариков. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии. В начальный момент шарики обладают только потенциальной энергией электрического взаимодействия:

$$W_0 = k\frac{q^2}{2x_0}.$$

Когда же расстояние между шариками станет равным $2x$, их потенциальная энергия примет значение

$$W = k\frac{q^2}{2x},$$

а кинетическая энергия — значение

$$W_к = 2\frac{mv^2}{2},$$

где m — масса шарика. По закону сохранения энергии

$$k\frac{q^2}{2x_0} = k\frac{q^2}{2x} + mv^2.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{k\frac{q^2(\xi - 1)}{2x_0 m\xi}}.$$

Таким образом, при одном и том же значении относительного перемещения скорость шарика в первом случае больше, чем во втором, в

$$\sqrt{\frac{q^2}{ml}} : \sqrt{\frac{q^2}{3ml}} = \sqrt{3} \text{ раза.}$$

При изменении на величину $\Delta\xi$ средние скорости шариков будут отличаться тоже в $\sqrt{3}$ раз:

$$\frac{v_{ср.1}}{v_{ср.2}} = \sqrt{3}.$$

Промежутки времени, за которые шарики перемещаются на Δx_1 в первом случае и на Δx_2 во втором случае, равны соответственно

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{ср.1}},\ \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_{ср.2}}.$$

Отсюда

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}\frac{v_{ср.1}}{v_{ср.2}} = 3\sqrt{3}.$$

Следовательно, при любом изменении величины ξ время движения в первом случае больше времени движения во втором случае в $3\sqrt{3}$ раза. Когда расстояния между шариками удвоятся, полное время t_2 будет больше времени t_1 тоже в $3\sqrt{3}$ раза:

$$t_2 = 3\sqrt{3}t_1 = 3\sqrt{3}t.$$

215. Рассмотрим один из витков пружины, например виток ABC (рис. 242, *а*). При деформации пружины две половины этого витка поворачиваются, отклоняясь от горизонтальной плоскости на одинаковые углы α. Если деформация пружины мала, то малы и углы α. В сечении B на проволоку со стороны нижней части пружины действует сила $\vec{F}$ (растягивающая пружину). Момент этой силы равен

$$M = FR,$$

где R — радиус витков пружины. Благодаря моменту M проволока закручивается вокруг своей оси, а благодаря силе $\vec{F}$ она изгибается. Пренебрегая деформацией изгиба и считая коэффициент упругости при

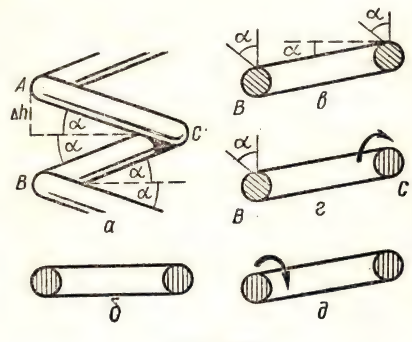


Рис. 242

изгибании бо́льшим, найдем, как связано удлинение пружины с углом φ, на который закручивается проволока. Очевидно, что сечение C при растяжении пружины не поворачивается (при растяжении пружины верхняя часть AC и нижняя часть CB витка поворачиваются на одинаковые углы в противоположные стороны). Не поворачиваются и сечения A и B (они только слегка отклоняются в плоскости, перпендикулярной к рисунку, в соответствии с изменением наклона витка).

Простой наклон половины витка BC на угол α вызовет поворот сечений B и C на угол α (рис. 242, *б*, *в*). Но сечения B и C должны остаться ориентированными так, как в недеформированной пружине. Поворот сечения C вызовет закручивание половины витка на угол α по часовой стрелке (рис. 242, *г*). На такой же угол закручивается проволока при повороте на угол α сечения B (рис. 242, *д*). Следовательно, половина витка поворачивается на угол 2α. Весь же виток закручивается на угол 4α, вся проволока — на угол

$$\varphi = 4n\alpha,$$

где n — число витков пружины.

Так как длина одного витка равна $2\pi R$, а длина проволоки l, то

$$n = \frac{l}{2\pi R}$$

и

$$\varphi = \frac{2l\alpha}{\pi R}.$$

Очевидно, что удлинение пружины на одном витке (см. рис. 242) равно

$$2\Delta h = 4R \sin \alpha,$$

или (так как угол α мал и $\sin \alpha \approx \alpha$)

$$2\Delta h \approx 4R\alpha.$$

Удлинение всей пружины (на n витках) равно

$$\Delta H = 4nR\alpha.$$

Обозначим коэффициент упругости пружины через μ. Тогда

$$F = \mu \cdot \Delta H.$$

С другой стороны,

$$F = \frac{M}{R}.$$

Следовательно,

$$\mu \cdot \Delta H = \frac{M}{R} = \frac{k\varphi}{R}.$$

Отсюда

$$\mu = \frac{k\varphi}{R \cdot \Delta H} = \frac{k \cdot 4n\alpha}{R \cdot 4nR\alpha} = \frac{k}{R^2}.$$

216. Прежде всего заметим, что так как ширина оконной рамы постоянна, то оптическая ось объектива горизонтальна. Линии, параллельные оптической оси объектива, на фотографии должны пересекаться «на бесконечности» в одной точке. Нетрудно заметить, что продолжения горизонтальных переплетов створок окна действительно пересекаются в одной точке (рис. 243). Если через эту точку провести горизонтальную плоскость, то в этой плоскости будет лежать и оптическая ось объектива. Следовательно, высота, на которой находится точка пересечения, равна высоте, на которой находится фотоаппарат. Эту высоту можно сравнить с размером ручки рамы, длину которой можно при-

нять равной 10 см. На фотографии ее длина 1 см. Так как на фотографии $AB = 4,5$ см, то в действительности $h \approx 45$ см.

Расстояние от объектива до окна много больше фокусного расстояния. Поэтому можно считать, что фотопленка находилась в фокальной плоскости объектива. Если l_0 — расстояние до окна, а H — высота детали окна, то

$$\frac{l_0}{H} = \frac{f}{h'},$$

где h' — размер изображения этой детали на негативе. Он в 10 раз меньше размера изображения той же детали окна на приведенной фотографии. На снимке $h = 5,5$ см. Следовательно, $h' = 0,45$ см и $H \approx \approx 55$ см. Поэтому

$$l_0 = f\frac{h}{h'} = \frac{55}{0,45} \cdot 4 \text{ см} = 370 \text{ см} = 3,7 \text{ м}.$$

Аналогично найдем расстояние до мостика. Для этого нужно знать размер какой-нибудь детали мостика, так как высоту перил можно принять равной 0,8 м. Размер их изображения на снимке $\approx 0,3$ см, а на негативе 0,03 см. Следовательно,

$$l = f\frac{0,8}{0,0003} \approx 107 \text{ м}.$$

217. В системе отсчета, в которой Земля первоначально покоилась, а автомобили двигались со скоростями v, согласно закону сохранения импульса имеем:

$$2mv = m(2v - u) + m(v - u) + Mu,$$

где M — масса Земли и u — приобретенная ею скорость.

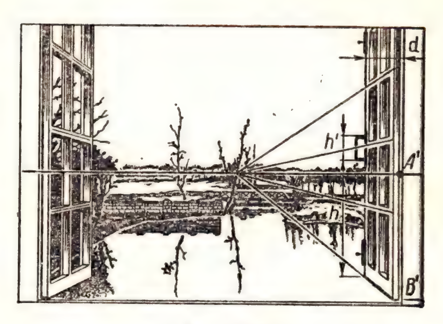


Рис. 243

Отсюда

$$u = -v\frac{m}{M - 2m}.$$

Так как $m \ll M$, то $|u| \ll \ll |v|$. Работа A, совершенная двигателем, равна изменению энергии системы:

$$A = \frac{m(2v-u)^2}{2} + \frac{m(v-u)^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} - 2\frac{mv^2}{2}. \quad (1)$$

Кинетическая энергия

$$\frac{Mu^2}{2} = \frac{mv^2}{2}\frac{mM}{(M-2m)^2} \approx \frac{m}{M}\frac{mv^2}{2},$$

приобретаемая Землей, много меньше изменения энергии машины, и этой величиной можно пренебречь. Можно также пренебречь скоростью u по сравнению со значением скорости v в выражении (1). Это соответствует тому, что мы считаем инерциальной и «неподвижной» систему отсчета, связанную с Землей. В результате получим:

$$A = \Delta E = \frac{3}{2}mv^2.$$

Теперь рассмотрим систему отсчета, движущуюся со скоростью одного из автомобилей. В ней начальный импульс си-

стемы равен $-Mv$. Согласно закону сохранения импульса

$$-Mv = mv + Mu,$$

где u — новая скорость Земли. Из этого равенства получаем:

$$u = -\frac{M+m}{M} v.$$

И снова работа A двигателя равна изменению кинетической энергии всей системы:

$$A = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2} - \frac{Mv^2}{2}.$$

Изменение кинетической энергии Земли, не учтенное в условии задачи, в этом случае вовсе не мало и равно

$$\frac{Mu^2}{2} - \frac{Mv^2}{2} = \frac{Mv^2}{2}\left(\frac{M+m}{M}\right)^2 - \frac{Mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2}\,\frac{m}{M} + mv^2 \approx mv^2.$$

Поэтому

$$A = \frac{mv^2}{2} + mv^2 = \frac{3}{2} mv^2,$$

как и в первом случае.

Неправильный ответ был получен из-за применения закона сохранения энергии к незамкнутой системе.

218. Если бы не было конденсатора B, то после замыкания ключа в контуре возникли бы электромагнитные колебания. Из закона сохранения энергии можно было бы сразу найти максимальный ток. Но при наличии конденсатора B сначала произойдет перераспределение заряда между конденсаторами и лишь затем в контуре установятся колебания. Действительно, участок цепи, состоящий из двух конденсаторов и соединительных проводов, тоже можно считать колебательным контуром. Но его индуктивность — индуктивность проводов — очень мала (по сравнению с L), поэтому собственная частота колебаний в этом контуре будет очень большой (намного больше собственной частоты колебаний в контуре, который образуют конденсаторы и катушка индуктивности). Конечно, этот контур обладает и активным сопротивлением, но оно мало по сравнению, например, с индуктивным сопротивлением. Поэтому в течение некоторого времени после замыкания ключа колебания в контуре можно считать незатухающими. В контуре, состоящем из конденсаторов и проводов, произойдет много колебаний тока за то время, пока ток в катушке еще можно будет считать равным нулю. Из-за сопротивления проводов колебания в этом контуре будут затухающими. Это приведет к быстрому установлению равновесия и перераспределению зарядов поровну между конденсаторами (емкости конденсаторов одинаковы). При этом часть энергии электрического поля заряженного конденсатора A перейдет во внутреннюю энергию.

Найдем, какая часть энергии остается в контуре после быстрого перераспределения заряда между конденсаторами. Первоначальный заряд конденсатора A был равен

$$Q = CU.$$

После перераспределения заряда между конденсаторами их заряды стали равны $\frac{Q}{2}$, а энергия —

$$W = \frac{Q^2}{8C} = \frac{CU^2}{8}.$$

Следовательно, полная энергия, которая останется в контуре, равна

$$\frac{CU^2}{8} + \frac{CU^2}{8} = \frac{CU^2}{4}.$$

Так как до замыкания ключа энергия в контуре была равна

$$W_0 = \frac{CU^2}{2},$$

то во внутреннюю перешла половина первоначальной энергии конденсатора *A*.

Теперь рассмотрим контур, состоящий из конденсаторов и катушки индуктивности. Ток в катушке будет максимальным, когда конденсаторы полностью разрядятся и их энергия перейдет в энергию магнитного поля в катушке. Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{CU^2}{4} = \frac{LI^2_{max}}{2}.$$

Отсюда

$$I_{max} = U\sqrt{\frac{C}{2L}}.$$

219. Вначале рассмотрим случай, когда пластинка падает вертикально вниз с постоянной скоростью $\vec{v}$. На электроны, падающие вместе с пластиной, со стороны магнитного поля действует сила Лоренца (рис. 244):

$$F = evB,$$

где *e* — заряд электрона. Под действием этой силы электроны будут смещаться к правой (по рисунку) стороне пластины. Перераспределение электронов внутри пластины приведет к возникновению электрического поля, направленного слева направо (см. рис. 12). Смещение электронов будет происходить до тех пор, пока сила Лоренца не уравновесится силой $\vec{F}_э$, с которой на электроны действует электрическое поле:

$$evB = eE.$$

Отсюда

$$E = vB.$$

Между плоскостями пластины возникнет разность потенциалов

$$U = Ed = Bvd.$$

Так как толщина пластины много меньше ее радиуса, то электрическое поле внутри пластины можно считать однородным (можно пренебречь краевыми эффектами). Таким образом, пластину можно считать плоским конденсатором, напряжение *U* между поверхностями которого равно

$$Ed = Bvd,$$

а заряд —

$$q = CU = \frac{\varepsilon_0 S}{d} Bvd = \varepsilon_0 SBv,$$

где $S = \pi R^2$ — площадь пластины.

Этот заряд зависит от скорости движения пластины. При движении пластины с некоторым ускорением ее скорость растет. При этом с течением времени будут меняться и заряды на сторонах пластины. Следовательно, при изменении скорости пластины в ней возникнет электрический ток

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \varepsilon_0 SB\frac{\Delta v}{\Delta t} = \varepsilon_0 SBa,$$

где $\vec{a}$ — ускорение пластины. Но на проводник с током в магнитном поле действует сила.

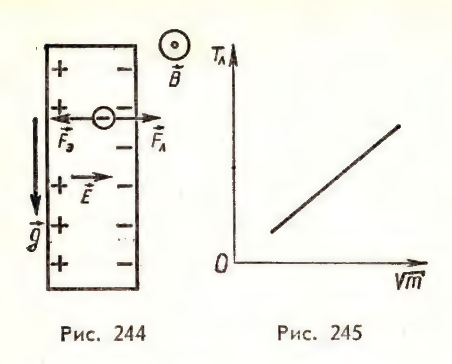


Рис. 244 Рис. 245

В нашем случае эта сила равна по модулю

$$F = BId$$

и направлена вертикально вверх. Итак, кроме силы тяжести на пластину при ее падении будет действовать со стороны магнитного поля еще сила Лоренца F. Поэтому уравнение движения пластины запишется так:

$$ma = mg - BId,$$

или

$$ma = mg - B^2 d\varepsilon_0\, a\pi R^2.$$

Отсюда

$$a = \frac{g}{1 + \frac{B^2 d\varepsilon_0 \pi R^2}{m}}.$$

220. В системе координат, движущейся вдоль желоба со скоростью, равной по модулю проекции скоростей шариков на образующую желоба, все шарики движутся в одной плоскости, которая перпендикулярна образующей желоба. Здесь шарики при малых «поперечных» скоростях совершают гармонические колебания, двигаясь по окружности. Так как период колебаний не зависит от амплитуды, то через половину периода шарики встретятся на образующей желоба, с которой они начали свое движение.

При большой амплитуде колебаний (больших «поперечных» скоростях) колебания не будут гармоническими: их период будет зависеть от амплитуды и встречаться шарики будут не одновременно.

221. Подвешивая грузы различной массы к пружине, можно измерить период колебания пружины с грузом для каждого случая:

$$T = \frac{t}{n},$$

где t — время, необходимое для совершения n колебаний.

Далее необходимо построить график зависимости периода колебаний груза на пружине от массы груза $T = f(m)$.

По виду кривой можно догадаться, что это парабола, симметричная относительно оси Om. Для подтверждения этой догадки следует построить график зависимости $T = f(\sqrt{m})$. Если этот график представляет собой прямую, проходящую через начало координат (рис. 245), то это означает, что

$$T \sim \sqrt{m}$$

При определенной массе груза его упругие колебания вдоль пружины переходят в маятниковые колебания груза, затем через определенное время маятниковые колебания снова переходят в продольные и т. д. Проведенные измерения показывают, что такая перекачка энергии наблюдается при следующем соотношении между периодами $T_м$ маятниковых колебаний и $T_п$ продольных упругих колебаний:

$$T_м = 2T_п.$$

Этот эффект возникновения маятниковых колебаний объясняется периодическим изменением длины маятника l из-за продольных колебаний груза (возникают так называемые параметрические колебания). Первоначальное отклонение груза от прямой, вдоль которой происходят продольные упругие колебания, происходит под действием случайных причин. Для интенсивного перехода продольных упругих колебаний в маятниковые, кроме соотношения $T_м = 2T_п$, должно также выполняться условие, согласно которому груз должен подниматься в тот момент, когда маятник проходит среднее положение, и опускаться, когда он находится в крайнем положении. Вследствие того, что сила натяжения в крайнем положении меньше, энергия, которая передается маятнику при его подъеме, будет больше энергии, которая отбирается у него при опускании. Постепенно энергия упругих колебаний будет переходить в энергию маятниковых колебаний груза. Затем возникает обратная перекачка энергии.

222. Прежде всего с помощью вольтметра нужно убедиться в том, что «ящик» не содержит источника ЭДС. Затем определяют имеющиеся разрывы в цепи. С помощью источника и миллиамперметра проверяют все пары выводов при различной полярности источника. При этом обнаруживают, что клемма *3* свободна (или же к ней подключен конденсатор малой емкости).

Показания амперметра при подключении источника тока к зажимам *2* и *4* (рис. 246) оказались зависящими от направления тока. Следовательно, на этом участке находится диод. Обозначим через I_{24} силу тока через диод в прямом направлении. Тогда по показаниям вольтметра, подключенного к клеммам *1* и *2*, можно определить сопротивление R_2, а по показаниям вольтметра, подключенного к клеммам *1* и *4*, — сопротивление R_3:

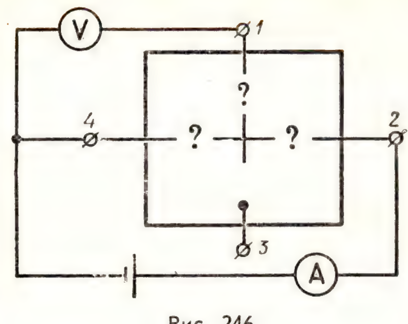


Рис. 246

$$R_2 = \frac{U_{12}}{I_{24}}, \quad R_3 = \frac{U_{14}}{I_{24}}.$$

Изменив полярность источника тока, подключенного к клеммам *4* и *2*, получаем показания вольтметров:

$$U_{14} = \mathcal{E}, \qquad U_{12} = 0.$$

Из этого следует, что диод подключен на участке *0—4*.

Сопротивление R_1 легко определить:

$$R_1 + R_2 = \frac{U_{21}}{I_{21}} = \frac{U_{12}}{I_{12}},$$

$$R_1 = \frac{U_{21}}{I_{21}} - R_2.$$

Результаты измерений позволяют определить схему «черного ящика» и параметры ее элементов (см. рис. 68, *б*).

Изменяя силу тока, проходящего через участок $0—4$, можно построить характеристику диода.

В ящике может быть система, схема которой представлена на рисунке 68, *а*; возможно, что на участке $0—4$ находится диод с прямым сопротивлением R_3, а резистора на этом участке нет (рис. 68, *б*). В любом случае сумма прямого сопротивления диода и сопротивления резистора R, если он есть, равна R_3.

При выполнении работы неизбежны погрешности в измерениях, вызванные наличием внутренних сопротивлений миллиамперметра и источника тока, а также тем, что сопротивление вольтметра имеет конечное значение. Чтобы источник не оказался закороченным через миллиамперметр (во избежание порчи прибора), следует с помощью источника тока и вольтметра проверить «черный ящик» на отсутствие в нем закороченных линий (при подключении к закороченным клеммам напряжение, показываемое вольтметром, приблизительно равно ЭДС источника).

223. Ответ на вопрос задачи кажется очень простым и тривиальным. Если, например, верхнюю половину линзы закрыть непрозрачной ширмой *Ш*, то уменьшится лишь освещенность изображения. Как видно из рисунка 247, *а*, действительное изображение точки *А* созда-

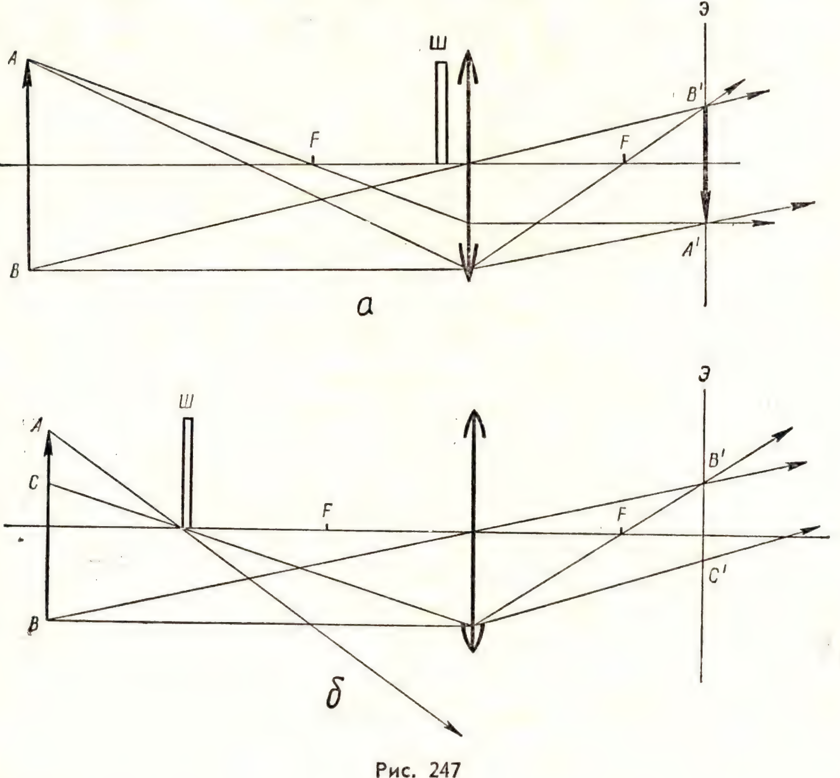


Рис. 247

дут на экране лучи, прошедшие через нижнюю половину линзы. Опыт подтверждает этот вывод, если предметом *AB* является самосветящееся тело, например нить лампы накаливания.

Но если ширму *Ш* передвинуть ближе к нити, то лучи от точки *A* не попадут на линзу и на экране получится изображение лишь части *BC* нити *AB* (рис. 247, *б*).

Если непосредственно глазом наблюдать действительное изображение нити (разумеется, с применением пленки — ослабителя света), то, как видно из рисунка 248, *а*, результат наблюдения зависит от точки наблюдения. Проведя из точки наблюдения прямые к краям линзы, можно определить видимую часть действительного изображения нити. Из точек в области *I* (например, из точки *C*) будет видно все изображение нити; из точек в областях *II* и *III* — только нижняя или верхняя части изображения; из точек в области *IV* — только средняя часть изображения, из точек в областях *V* — изображения нити вообще не будет видно.

Если закрыть, например, верхнюю половину линзы непрозрачной ширмой *Ш* (рис. 248, *б*), то при ее наблюдении даже из точки *C*, находящейся в области *I*, нижняя часть изображения исчезает.

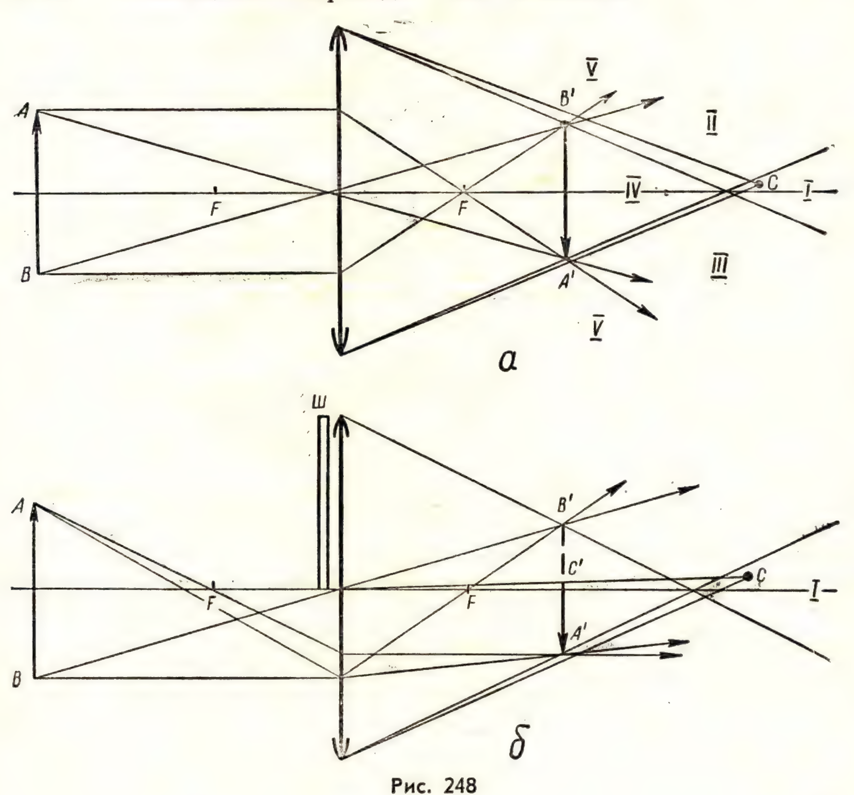


Рис. 248

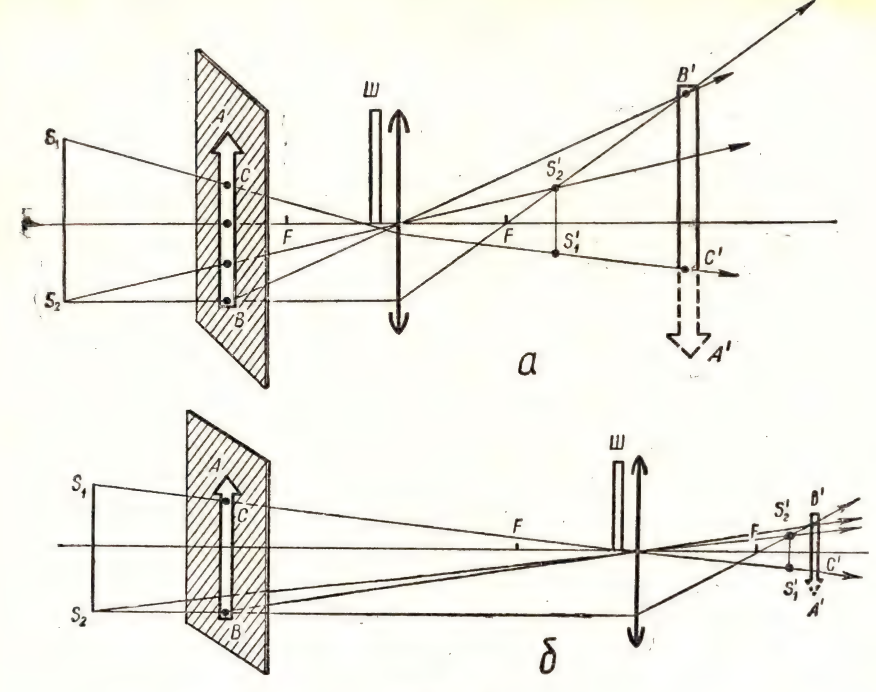


Рис. 249

Более сложные явления наблюдаются при получении действительного изображения стрелки, вырезанной в непрозрачной бумаге, через которую проходит свет от нити накаливания лампы. В этом случае при закрывании непрозрачной ширмой половины линзы часть действительного изображения «стрелки», полученного на экране, исчезает, что на первый взгляд кажется противоречащим первому опыту. Но следует учесть, что стрелка является не самосветящимся предметом, а лишь отверстием, пропускающим свет от нити S_1S_2 лампы накаливания.

Как видно из рисунка 249, *а*, на котором изображен ход лучей для случая, когда увеличение $\Gamma > 3$, перекрытие половины линзы ширмой приводит к уменьшению размеров изображения: вместо изображения $A'B'$ всей стрелки AB образуется изображение $C'B'$ части стрелки CB. Изображение нити при этом не изменяется, в чем легко убедиться, передвинув экран ближе к линзе.

На рисунке 249, *б* представлен ход лучей для случая $\Gamma < 1/3$. Из рисунка видно, что изображения стрелки и нити пространственно почти совпадают. В связи с этим при перекрытии половины линзы ширмой эффект уменьшения размеров изображения стрелки менее заметен.

224. Нарисуем графики зависимости скорости ракеты от времени при включении одного из двигателей (рис. 250). Из

графиков видно, что при последовательном включении двигателей скорость ракеты может меняться по графику OAC или OBC. Высота, на которую поднимется ракета к моменту окончания работы двигателей, численно равна площади фигуры под графиком зависимости скорости от времени. Из рисунка видно, что в первом случае (график OAC) эта площадь и, следовательно, высота подъема ракеты будет больше. Она равна

$$h_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + a_1 t_1 t_2.$$

При одновременном включении двигателей силы, а значит, и ускорения складываются. В этом случае графиком скорости будет ломаная ODE, а высота h будет равна

$$h = \frac{1}{2}(a_1+a_2) t_1^2 + (a_1+a_2)(t_2 - t_1) t_1 + \frac{1}{2} a_2 (t_2 - t_1)^2 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + (a_1 - a_2) t_1 t_2.$$

Очевидно, $h_1 > h$.

Нетрудно заметить, что при включении одного из двигателей при уже работающем другом площадь под графиком скорости будет тоже меньше h_1. Это следует из того, что если вначале включен второй двигатель, то график будет лежать между ломаными OAC и OBC, а если вначале включен первый, то — между ломаными ODE и OAC.

Следовательно, двигатели нужно включать поочередно, причем вначале должен быть включен двигатель, сообщающий ракете большее из ускорений.

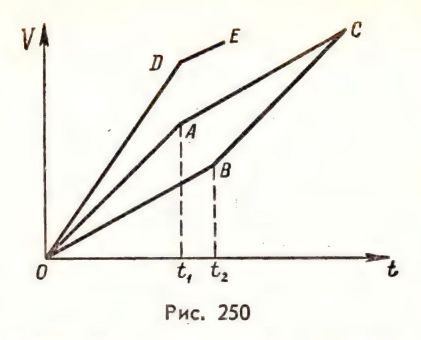


Рис. 250

225. Так как силы притяжения корабля к Земле и Луне по модулю равны друг другу, то центростремительное ускорение кораблю

$$a = \omega^2 R$$

должно сообщаться силой тяги двигателя. Следовательно, двигатель корабля работает.

Космонавту это же ускорение сообщается силой $\vec{N}$ реакции «пола». Согласно второму закону Ньютона эта сила равна по модулю

$$ma = m\omega^2 R,$$

где R — радиус орбиты. Так как вес космонавта — это сила, с которой космонавт действует на корабль, то по третьему закону Ньютона вес $\vec{P}$ космонавта равен $-\vec{N}$. Следовательно,

$$|\vec{P}| = m\omega^2 R = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R.$$

Радиус орбиты корабля R можно найти из условия равенства (по модулю) сил его притяжения к Земле и Луне:

$$G\frac{M_З M_К}{R^2} = G\frac{M_Л M_К}{(L-R)^2},$$

откуда

$$R = \frac{L\sqrt{M_З}}{\sqrt{M_З}+\sqrt{M_Л}} =$$

$$= \frac{60R_3\sqrt{81M_л}}{\sqrt{81M_л}+\sqrt{M_л}} = 54R_3.$$

Поэтому

$$|\vec{P}| = 54m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_3 \approx 1{,}8\text{Н}.$$

226. Обозначим через R_1 и R_2 сопротивления частей, на которые движок делит потенциометр (рис. 251). Напряжение U на нагрузке равно IR_0 (где I — сила тока в цепи и R_0 — сопротивление участка AB). Очевидно, что

$$R_0 = \frac{RR_2}{R+R_2}, \quad I = \frac{U_{вх}}{R_1+R_0}.$$

Так как $R_1 = R - R_2$, то

$$U = \frac{U_{вх}}{R_1+R_0} \quad \frac{RR_2}{R+R_2} =$$

$$= \frac{RR_2}{R^2 - R_2^2 + RR_2} U_{вх}.$$

Разделив в этой формуле числитель и знаменатель на R^2, получим:

$$U_0 = U_{вх}\frac{\alpha}{1-\alpha^2+\alpha},$$

где $\alpha = R_2/R$. Первоначально $R_2 = R/2$, т. е. $\alpha = 1/2$. Поэтому

$$U_1 = U_{вх}\frac{1/2}{(1-1/4+1/2)} = \frac{2}{5}U(\text{вх}).$$

При увеличении напряжения на входе цепи вдвое напряжение на нагрузке становится равным

$$U_2 = 2U_{вх} \; \frac{\alpha_2}{1-\alpha_2^2+\alpha_2},$$

где α_2 — новое значение отношения R_2/R.

Но по условию задачи $U_2 = U_1$, т. е.

$$\frac{2}{5}U_{вх} = 2U_{вх}\frac{\alpha_2}{1-\alpha_2^2+\alpha^2}.$$

Отсюда получаем следующее уравнение:

$$\alpha_2^2 + 4\alpha_2 - 1 = 0.$$

Решая его, найдем:

$$\alpha_2 = -2 \pm \sqrt{4+1} = -2 \pm \sqrt{5}.$$

Так как по физическому смыслу $\alpha_2 > 0$, то корень $-2-\sqrt{5}$ должен быть отброшен. Следовательно, $\alpha_2 = -2+\sqrt{5}$, и движок нужно передвинуть так, чтобы выполнялось соотношение

$$R_2 = (\sqrt{5}-2)R.$$

227. При движении Земли вокруг Солнца на Землю действует сила тяготения

$$F = G\frac{M_З M_С}{L^2},$$

где $M_З$ — масса Земли, $M_С$ — масса Солнца, L — радиус орбиты и T — период обращения Земли вокруг Солнца. Эта сила сообщает Земле центростремительное ускорение

$$a = \omega^2 L = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 L.$$

Согласно второму закону Ньютона

$$G\frac{M_З M_С}{L^2} = M_З\frac{4\pi^2}{T^2}L. \qquad (1)$$

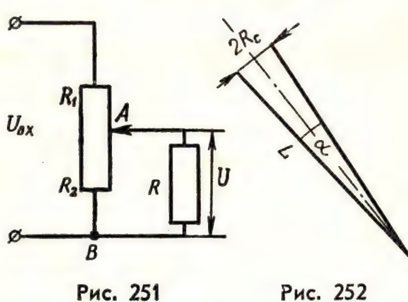


Рис. 251

Рис. 252

Но

$$G\frac{M_З}{R_З^2} = g.$$

Следовательно,

$$M_С g \frac{R_З^2}{L^2} = M_З \frac{4\pi^2}{T^2} L,$$

или

$$\frac{M_З}{M_С} = \frac{gR_З^2 T^2}{4\pi^2 L^3}. \qquad (2)$$

Так как

$$M_З = \frac{4}{3}\pi R_З^3 \rho_З \text{ и } M_С = \frac{4}{3}\pi R_С^3 \rho_С,$$

то из соотношения (2) следует, что

$$\frac{\rho_З}{\rho_С} = \frac{gT^2 R_С^3}{4\pi^2 L^3 R_З}.$$

Но так как по условию (рис. 252)

$$\frac{R_С}{L} = \frac{\alpha}{2},$$

то

$$\frac{\rho_З}{\rho_С} = \frac{g\alpha^3 T^2}{32\pi^2 R_З} \approx 4{,}4.$$

228. При равновесии вертолета сила тяжести уравновешивается силой $\vec{F}$, действующей на вертолет со стороны отбрасываемого лопастями воздуха:

$$\vec{F} = -m\vec{g}.$$

По третьему закону Ньютона сила $\vec{F}$ равна по модулю силе $\vec{F}_1$, действующей на воздух. Если лопастями винта в единицу времени (1 с) отбрасывается масса воздуха μ со скоростью $\vec{v}$, то

$$\vec{F}_1 = \mu\vec{v}$$

и, следовательно,

$$m\vec{g} = \mu\vec{v}.$$

Если плотность воздуха равна ρ, то

$$\mu = \rho S v = \rho\pi l^2 v,$$

где S — площадь сечения «отбрасываемого» воздушного потока. Поэтому

$$mg = \rho\pi l^2 v^2. \qquad (1)$$

Мощность же двигателя равна кинетической энергии, приобретаемой воздухом, который отбрасывается в единицу времени:

$$N = \frac{\mu v^2}{2} = \frac{mgv}{2}. \qquad (2)$$

Из равенства (1) следует, что

$$v = \sqrt{\frac{mg}{\rho\pi l^2}}.$$

Следовательно,

$$N = \frac{mg}{2l}\sqrt{\frac{mg}{\pi\rho}}.$$

Плотность ρ воздуха можно найти из уравнения газового состояния

$$\rho = \frac{pM}{RT},$$

где M — молярная масса. Поэтому

$$N = \frac{mg}{2l}\sqrt{\frac{mgRT}{\pi p M}}.$$

Принимая, что $T = 300$ К, $p = 10^5 Н/м^2$, $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, получим:

$$N \approx 1{,}5 \cdot 10^4 \text{ Вт} = 15 \text{ кВт}.$$

229. Согласно первому закону термодинамики сообщаемое газу количество теплоты Q равно сумме изменения внутренней энергии газа ΔU и совершаемой газом работы A:

$$Q_I = \Delta U_I + A_I, \quad Q_{II} = \Delta U_{II} + A_{II}.$$

Здесь индекс I относится к процессу $1 \to 3 \to 2$, а индекс II — к процессу $1 \to 4 \to 2$. Так как газ одноатомный, то для одного моля

$$U = \frac{3}{2} RT \quad \text{и} \quad \Delta U = \frac{3}{2} R \cdot \Delta T.$$

Следовательно,

$$\Delta U_I = \Delta U_{II} = \Delta U = \frac{3}{2} R \times (T_2 - T_1).$$

Разность температур $T_2 - T_1$ можно найти из уравнения Менделеева — Клапейрона, записанного для состояний 1 и 2:

$$p_0 V_0 = RT_1,$$
$$2p_0 \cdot 2V_0 = RT_2,$$
$$T_2 - T_1 = \frac{3p_0 V_0}{R}.$$

Поэтому

$$\Delta U = \frac{9}{2} p_0 V_0.$$

Теперь найдем значения работы газа A_I и A_{II}. В случае I работа совершается только при переходе $3 \to 2$. Поэтому $A_I = p \cdot \Delta V = 2p_0 (2V_0 - V_0) = 2p_0 V_0$.

В случае II работа совершается только при переходе $1 \to 4$ и, следовательно, $A_2 = p_0 (2V_0 - V_0) = p_0 V_0$. Таким образом,

$$Q_I = \Delta U + A_I = \frac{13}{2} p_0 V_0,$$

$$Q_{II} = \Delta U + A_{II} = \frac{11}{2} p_0 V_0,$$

$$\frac{Q_I}{Q_{II}} = \frac{13}{11}.$$

230. При изменении магнитного поля возникает вихревое электрическое поле, напряженность которого в каждой точке кольца направлена по касательной к кольцу. На заряды кольца в этом поле действуют силы, благодаря которым кольцо приходит в движение. Изменение кинетической энергии кольца за время Δt равно работе, совершаемой этими силами. Если скорость кольца равна ω, то за время Δt оно поворачивается на угол $\varphi = \omega \times \Delta t$. При таком повороте по контуру проходит заряд q, которым обладает участок длиной φR. Так как заряд единицы длины кольца равен $\frac{Q}{2\pi R}$, то

$$q = \frac{Q}{2\pi R} \varphi R = \frac{Q\varphi}{2\pi} = \frac{Q}{2\pi} \omega \cdot \Delta t.$$

Работа, совершаемая при повороте кольца, равна ЭДС индукции, возбуждаемой в контуре, ограниченном кольцом, и умноженной на заряд q:

$$A = |\mathscr{E}| q = \left|\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right| q = \left|\frac{\pi R^2 \cdot \Delta B}{\Delta t}\right| \frac{Q}{2\pi} \omega \cdot \Delta t = \frac{R^2 \omega Q \cdot \Delta B}{2}.$$

Кинетическая энергия кольца за это же время меняется на величину

$$\Delta W_к = \frac{m (v + \Delta v)^2}{2} - \frac{mv^2}{2} \approx mv \times \Delta v = m\omega R \cdot \Delta(\omega R) = m\omega R^2 \cdot \Delta\omega.$$

Приравнивая $\Delta W_к$ и A, получаем:

$$m\omega R^2 \cdot \Delta\omega = \frac{R^2 Q\omega \cdot \Delta B}{2},$$

или

$$\Delta\omega = \frac{Q \cdot \Delta B}{2m}.$$

Таким образом, изменение угловой скорости $\Delta\omega$ прямо

пропорционально изменению магнитной индукции ΔB. К тому моменту, когда индукция магнитного поля достигнет значения B_0, угловая скорость кольца станет равной

$$\omega = \frac{QB_0}{2m}.$$

231. Если сопротивление резистора велико, то сила тока, идущего по нему, мала и разность потенциалов между точками B и A (см. рис. 71) близка к $2\mathscr{E}$. При этом потенциал точки B выше потенциала точки C, который равен $\mathscr{E}$, если считать потенциал точки A равным нулю. Следовательно, диод закрыт и ток по ветви с диодом не течет. Тогда наличие ветви с диодом можно не принимать во внимание и рассматривать упрощенную схему, представленную на рисунке (рис. 253, *а*). В этой цепи течет ток

$$I = \frac{2\mathscr{E}}{2r + R}.$$

Поэтому напряжение на сопротивлении R равно

$$U_R = \frac{2\mathscr{E}R}{2r + R}.$$

По мере уменьшения сопротивления R резистора ток в цепи растет, увеличивается падение напряжения на внутренних сопротивлениях источников, а разность потенциалов между точками B и A уменьшается. Так будет происходить до тех пор, пока потенциал точки B не станет равным потенциалу точки C, т. е. пока диод остается закрытым. Диод откроется в тот момент, когда напряжение между точками B и C станет равным нулю; это

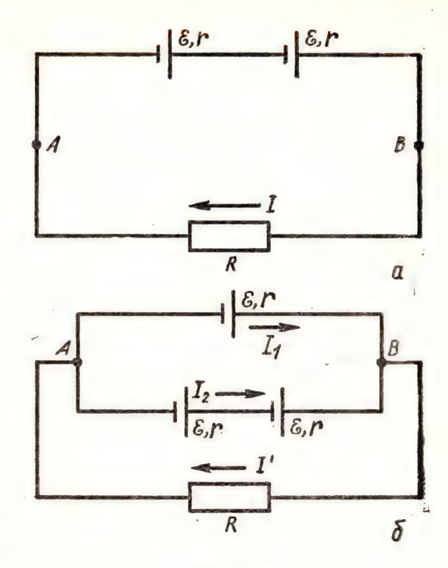


Рис. 253

произойдет, когда напряжение между точками B и A станет равным $\mathscr{E}$. В этот момент напряжение на резисторе R равно $\mathscr{E}$:

$$\frac{2\mathscr{E}R}{2r + R} = \mathscr{E}.$$

Отсюда

$$R = 2r.$$

Теперь найдем напряжение на резисторе R, когда его сопротивление $R < 2r$. В этом случае сопротивление диода равно нулю, и упрощенная схема принимает вид, показанный на рисунке 253, *б*.

В этом случае

$$U'_R = I'R = \mathscr{E} - I_1 r = 2\mathscr{E} - I_2 \cdot 2r, \qquad I' = I_1 + I_2.$$

Отсюда

$$I' = \frac{4\mathscr{E}}{2r + 3R}, \quad U'_R = \frac{4\mathscr{E}R}{2r + 3R}.$$

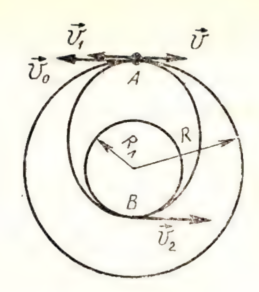


Рис. 254

Таким образом,

$$U_R = \frac{2\mathscr{E}R}{2r + R} \text{ при } R \geqslant 2r,$$

$$U_R = \frac{4\mathscr{E}R}{2r + 3R} \text{ при } R \leqslant 2r.$$

232. Вымпел, выброшенный из корабля, должен двигаться по эллиптической орбите, касающейся поверхности Луны (рис. 254). Большая ось этой орбиты равна $R + R_Л$ (где $R_Л$ — радиус Луны).

Сила тяготения между вымпелом и Луной аналогична силе взаимодействия двух точечных электрических зарядов противоположных знаков. Поэтому выражение для потенциальной энергии в точках A и B (апогее и перигее) можно записать по аналогии с энергией взаимодействия зарядов:

$$W_A = -G\frac{M_Л m}{R}, \; W_B = -G\frac{M_Л m}{R_Л},$$

где $M_Л$ — масса Луны и m — масса вымпела.

Согласно закону сохранения энергии

$$\frac{mv_1^2}{2} - G\frac{M_Л m}{R} = \frac{mv_2^2}{2} - G\frac{M_Л m}{R_Л},$$

где $\vec{v}_2$ — скорость вымпела в точке B и $\vec{v}_1$ — его скорость в точке A.

Сокращая приведенное равенство на m и учитывая, что

$$G\frac{M_Л}{R_Л^2} = g_Л,$$

получим:

$$\frac{v_1^2}{2} - g_Л\frac{R_Л^2}{R} = \frac{v_2^2}{2} - g_Л R_Л. \quad (1)$$

Из второго закона Кеплера можно получить еще одно соотношение между скоростями v_1 и v_2. Согласно этому закону радиус-вектор планеты описывает равные площади за одинаковые промежутки времени. Поэтому

$$\frac{v_1 \cdot \Delta t \cdot R}{2} = \frac{v_2 \cdot \Delta t \cdot R_Л}{2},$$

$$\text{или } v_1 R = v_2 R_Л. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2), учитывая, что $R = 2R_Л$, находим

$$v_1 = R_Л\sqrt{\frac{2g_Л R_Л}{R(R_Л + R)}} = \sqrt{\frac{g_Л R_Л}{3}}.$$

Для того чтобы определить скорость, с которой нужно выбросить вымпел относительно корабля, еще нужно найти скорость корабля на его круговой орбите. Поскольку корабль вращается по окружности и на него действует только сила тяготения, то

$$G\frac{M_Л m_1}{R^2} = \frac{m_1 v_0^2}{R},$$

где m_1 — масса корабля. Отсюда

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_Л}{R}} = \sqrt{\frac{g_Л R_Л}{2}}.$$

Очевидно, что $v_1 < v_0$. Следовательно,

$$v = v_0 - v_1 = \sqrt{g_л R_л}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \approx 200 \text{ м/с}.$$

С такой скоростью и нужно выбросить вымпел назад, чтобы он упал на противоположную сторону Луны.

Для нахождения времени падения вымпела воспользуемся третьим законом Кеплера, согласно которому квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит. Период T_0 обращения корабля (или вымпела) по круговой орбите радиуса R определяется так:

$$T_0 = \frac{2\pi R}{v_0} = 4\pi\sqrt{\frac{2R_л}{g_л}}.$$

Зная T_0, можно определить период T обращения вымпела по эллиптической орбите, касающейся поверхности Луны, из третьего закона Кеплера:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = \left(\frac{R + R_л}{2R_л}\right)^3,$$

откуда

$$T = T_0\left(\frac{R + R_л}{2R_л}\right)^{3/2} = \frac{3}{8}\sqrt{3}T_0 \approx 11{,}8 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 200 \text{ мин}.$$

233. При движении по параболической траектории космический корабль имеет в точке, наиболее приближенной к Луне, такую кинетическую энергию, которая позволяет ему улететь затем «бесконечно» далеко от Луны. На бесконечно большом расстоянии от Луны кинетическая энергия корабля равна нулю. Также можно принять равной нулю и потенциальную энергию корабля. Это означает, что на бесконечно большом расстоянии от Луны будет равна нулю полная механическая энергия корабля. Из закона сохранения энергии следует, что и в точке, наиболее близкой к Луне, полная механическая энергия корабля также должна быть равна нулю; следовательно[1],

$$\frac{mv_0^2}{2} - G\frac{M_л m}{R_л} = 0,$$

откуда

$$v = \sqrt{2G\frac{M_л}{R_л}}.$$

Так как

$$\frac{GM_л}{R_л^2} = g_л,$$

то

$$v_0 = \sqrt{g_л R_л} \approx 2{,}4 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

В процессе торможения скорость корабля должна уменьшиться до первой космической скорости v_1 движения по круговой орбите радиуса $R_л$. Так как при движении по круговой орбите радиуса $R_л$ центростремительное ускорение

$$a = \frac{v^2}{R_л}$$

кораблю сообщает сила тяготения

$$F = mg_л,$$

то

$$\frac{mv_1^2}{R_л} = g_л m,$$

---

[1] См. решение задачи 232.

откуда

$$v_1 = \sqrt{g_л R_л} \approx 1{,}7 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Следовательно,

$$\Delta v = v_0 - v_1 \approx 0{,}7 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Для оценки массы Δm сгоревшего топлива предположим, что время сгорания топлива очень мало и что продукты сгорания были выброшены одной порцией. По закону сохранения импульса

$$(m - \Delta m)\Delta v = \Delta m \cdot v,$$

откуда

$$\Delta m = \frac{\Delta v}{v + \Delta v} m \approx 0{,}15\ m.$$

234. Для того чтобы весь световой поток вышел через грань $A'B'$ второй призмы, он должен выйти из первой призмы через грань CD перпендикулярно грани DE, а попасть на грань CD параллельно грани BC (рис. 255). При этом, как видно из рисунка, $\beta = 30°$, а $\alpha = 60°$. Следовательно,

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \sqrt{3}.$$

235. При подключении к источнику конденсатор заряжается до напряжения U и его пластины приобретают заряды $+q$ и $-q$, равные по модулю

$$q = CU = \frac{\varepsilon_0 SU}{l_0}.$$

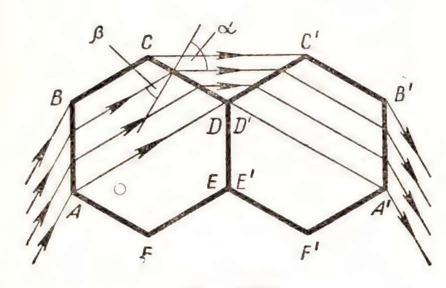


Рис. 255

Верхняя заряженная пластина конденсатора оказывается при этом в поле заряда нижней пластины, и на нее действует сила

$$\vec{F} = q\vec{E},$$

где $\vec{E}$ — напряженность поля заряда нижней пластины. Так как в плоском конденсаторе линейные размеры пластин много больше расстояния между пластинами, то можно считать, что это поле совпадает с полем бесконечной равномерно заряженной плоскости. Напряженность такого поля не зависит от расстояния до плоскости и равна по модулю

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{u}{2l_0},$$

где σ — плотность заряда.

Под действием силы $\vec{F}$ верхняя пластина придет в движение, растягивая пружину. Эта сила, как и сила тяжести, не зависит от положения пластины. Сила же упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины по модулю пропорциональна смещению. Поэтому пластина будет совершать гармонические колебания около положения равновесия, в котором

$$F + mg = F_{упр}, \qquad (1)$$

где m — масса пластины. Амплитуда колебаний пластины будет равна расстоянию h между ее первоначальным положением и положением равновесия. Следовательно, пластины не будут соприкасаться, если это расстояние h меньше половины первоначального расстояния l_0 между пластинами (при незаряженном конденсаторе).

Обозначим Δx_0 деформацию пружины в первоначальном по-

ложении. Ее деформация в новом положении равновесия равна $\Delta x_0 + h$. В этом положении сила упругости пружины по модулю равна

$$F_{упр} = k\,(\Delta x_0 + h).$$

Так как при отсутствии на пластинах конденсатора зарядов верхняя пластина находилась в равновесии, то

$$mg = k \cdot \Delta x_0.$$

Подставив выражения для $F_{упр}$ и mg в формулу (1), получим:

$$F + k \cdot \Delta x_0 = k\,(\Delta x_0 + h),$$

откуда

$$h = \frac{F}{k}.$$

Таким образом, пластины не коснутся, если

$$\frac{F}{k} < \frac{1}{2}\,l_0,$$

т. е. при

$$k > \frac{2F}{l_0} = \frac{2qE}{l_0} = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{l_0^3}.$$

236. Во время удара на мяч действуют сила реакции $\vec{N}$ со стороны стенки и сила атмосферного давления $\vec{F}_а$.

Согласно третьему закону Ньютона сила $\vec{N}$ равна по модулю силе давления $\vec{F}_д$ мяча на стенку. Так как упругость покрышки не учитывается, то

$$N = F_д = pS = p\pi r^2,$$

где $S = \pi r^2$ — площадь соприкосновения мяча со стенкой. Направлена сила $\vec{N}$ перпендикулярно к стенке, т. е. по горизонтали вправо (см. рис. 74).

Для того чтобы найти силу атмосферного давления, разобьем поверхность мяча на малые участки площадью ΔS_i. На каждый участок действует сила атмосферного давления $\vec{F}_i$ (рис. 256), направленная перпендикулярно к поверхности и равная по модулю

$$F_i = p_0 \cdot \Delta S_i,$$

где p_0 — атмосферное давление. Из соображений симметрии можно утверждать, что сумма проекций всех сил $\vec{F}_i$ на вертикальное направление равна нулю. Поэтому равнодействующая $\vec{F}_а = \Sigma \vec{F}_i$ направлена горизонтально и равна по модулю

$$F_а = \Sigma F_i \cos\alpha = p_0 \Sigma \Delta S_i \times \cos\alpha.$$

Но $\Delta S_i \cdot \cos\alpha$ — это площадь проекции i-го участка на вертикальную плоскость, а $\Sigma \Delta S_i \times \cos\alpha$ — сумма площадей таких проекций, равная площади проекции поверхности мяча:

$$\Sigma \Delta S_i \cdot \cos\alpha = \pi r^2.$$

Следовательно,

$$F_а = p_0\,\pi r^2.$$

Найдем теперь модуль равнодействующей $\vec{F}$ сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_а$:

$$|\vec{F}| = |\vec{N}| - |\vec{F}_0| = (p - p_0) \times \pi r^2 = (p - p_0)\pi\,[R^2 - (R - x)^2] = (p - p_0)\pi\,(2Rx - x^2).$$

Поскольку деформация x мяча мала по сравнению с его радиусом, то величиной x^2 можно пренебречь по сравнению с величиной $2Rx$. Поэтому

$$|\vec{F}| \approx 2\pi Rx\,(p - p_0).$$

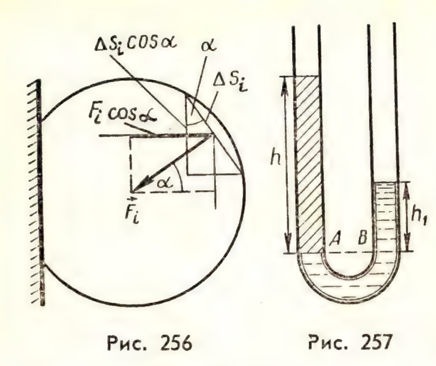


Рис. 256 Рис. 257

Так как сила $\vec{F}$ направлена противоположно деформации, можно записать:

$$F = -kx,$$

где $k = 2\pi R (p - p_0)$. Таким образом, модуль силы $\vec{F}$ пропорционален деформации x. Под действием такой силы тело совершает колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m — масса тела.

Очевидно, что время τ соударения мяча со стенкой равно половине периода колебаний:

$$\tau = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \approx 8 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

237. Плотность масла и раствора медного купороса можно определить следующим образом. В сообщающиеся сосуды сначала наливают масло и воду (рис. 257). По закону Паскаля давления в точках A и B равны:

$$p_A = p_B.$$

Выражая давления p_A и p_B через плотности жидкостей ρ_1 и ρ_2 и высоты их h_1 и h_2, получим:

$$p_A = \rho_1 g h_1,$$
$$p_B = \rho_2 g h_2.$$

Поэтому

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2,$$

откуда

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 h_1}{h_2}.$$

Описанный способ выполнения работы пригоден только для несмешивающихся жидкостей. Сравнивать таким образом плотности воды и медного купороса нельзя. Для определения плотности раствора медного купороса в сообщающиеся сосуды наливают масло и раствор медного купороса.

Другой способ измерения плотности жидкостей может быть основан на рассмотрении условия равновесия тела, имеющего ось вращения. Таким телом может быть линейка, положенная на карандаш. На линейку следует поставить пустой стаканчик с одной стороны, а с другой стороны — такой же стаканчик с известным количеством воды m_1 (рис. 258).

Применив правило моментов сил, получим:

$$mgl_1 = (m + m_1) gl_2,$$

откуда

$$m = \frac{m_1 l_2}{l_1 - l_2},$$

где m — масса стаканчика, l_1 и l_2 — плечи сил тяжести стаканчиков.

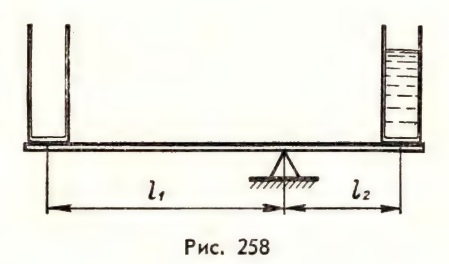


Рис. 258

Далее уравновешивают стаканчики с равными объемами V воды и масла и снова применяют правило моментов сил:

$$(m + \rho_1 V) g l_1' = (m + \rho_2 V) g l_2',$$

откуда

$$\rho_2 = \frac{m(l_1' - l_2') + \rho_1 V}{V l_2'}.$$

Измерения массы стаканчика можно не производить, если уравновесить стаканчики с жидкостями на равноплечем рычаге. Для этого в стаканчики следует наливать различные количества жидкостей, определяемые высотами h_1 и h_2. Применив правило моментов сил:

$$\rho_1 S h_1 g = \rho_2 S h_2 g,$$

получим:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 h_1}{h_2}.$$

Точность можно повысить, если сначала определить плотность медного купороса по отношению к плотности воды, а затем — плотность масла по отношению к плотности медного купороса.

238. С помощью катапульты запускают брусок по горизонтальной поверхности доски и определяют максимальную дальность $s_м$ (из серии 10—15 запусков) движения бруска (рис. 259). По второму закону Ньютона

$$\mu m g = m a,$$

или

$$a = \mu g,$$

откуда

$$v_м = \sqrt{2 a s_м} = \sqrt{2 \mu g s_м}.$$

Коэффициент трения μ легко определить из отдельного опыта по тангенсу угла наклона α_0, при котором начинается равномерное соскальзывание бруска с доски:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha_0.$$

В ряде установок при максимальном отклонении катапульты брусок перемещался на расстояние большее, чем длина доски. В этом случае для измерения максимальной скорости бруска надо запускать брусок вверх по наклонной плоскости с углом наклона α. Измеряя путь $s_м$, пройденный бруском вверх по наклонной плоскости, можно определить скорость бруска $v_м$. Так как

$$mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = ma,$$

то

$$v_м = \sqrt{2 a s_м} = \sqrt{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) s_м}.$$

239. Для точного измерения сопротивления резистора необходимо определить внутреннее сопротивление вольтметра. Сначала измеряют ЭДС источника тока, подключив вольтметр к его зажимам (по условию задачи внутреннее сопротивление источника тока много меньше сопротивления вольтметра). Затем составляют электрическую цепь по схеме, приведенной на рисунке 260. При-

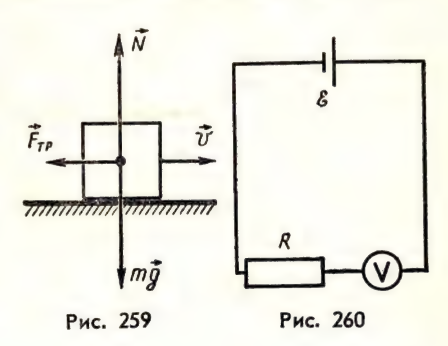


Рис. 259 Рис. 260

менив закон Ома к этой цепи, получим:

$$U = IR_в = \frac{\mathscr{E} R_в}{R + R_в},$$

откуда

$$R_в = \frac{UR}{\mathscr{E} - U}.$$

Зная внутреннее сопротивление $R_в$ вольтметра, можно определить сопротивление R_x резистора, составив цепь по схеме, приведенной на рисунке 261, *а* или на рисунке 261, *б*.

В первом случае можно записать:

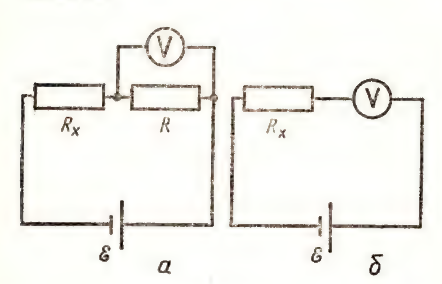


Рис. 261

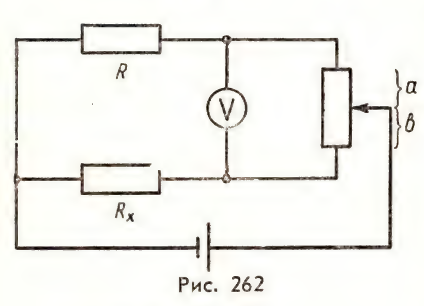


Рис. 262

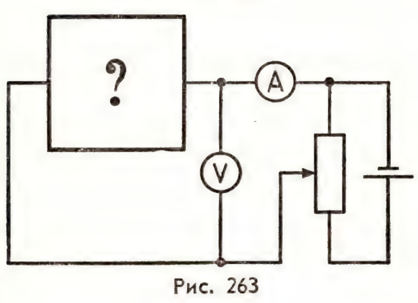


Рис. 263

$$\frac{U_1}{\mathscr{E} - U_1} = \frac{\frac{R_в R}{R + R_в}}{R_x},$$

откуда

$$R_x = \frac{(\mathscr{E} - U_1) RR_в}{U_1 (R + R_в)}.$$

Во втором случае применение закона Ома приводит к выражению

$$U_2 = IR_в = \frac{\mathscr{E} R_в}{R_x + R_в},$$

откуда

$$R_x = \frac{R_в (\mathscr{E} - U_2)}{U_2}.$$

Пользуясь предусмотренным в оборудовании реостатом, можно для решения задачи применить мостиковую схему (рис. 262). Если выполняется соотношение

$$\frac{R}{R_x} = \frac{R_а}{R_в},$$

вольтметр при замыкании цепи не дает никаких показаний. Отсюда

$$R_x = \frac{R_в}{R_а} R = \frac{b}{a} R,$$

где a и b — линейные размеры частей реостата до скользящего контакта.

240. Проверка «черного ящика» начинается с обнаружения в нем ЭДС с помощью вольтметра. Убедившись, что ЭДС не обнаруживается, составляют цепь по схеме, приведенной на рисунке 263, и исследуют зависимость силы тока, протекающего через элементы ящика, от напряжения при различной полярности подключения источника тока. По результатам измерений строят вольт-амперную характеристику ящика

(рис. 264). Анализируя вид вольт-амперной характеристики, можно сделать вывод, что в ящике находятся диод и резистор, соединенные последовательно, или диод с прямым сопротивлением $R = 20$ Ом.

Нелинейный участок в конце характеристики свидетельствует о росте сопротивления при больших токах. Это возможно, если резистор обладает сильно выраженной температурной зависимостью или если температура резистора резко повышается при увеличении силы тока, т. е. если резистор — это лампа накаливания.

Точность измерения силы тока и напряжения можно повысить, если учитывать внутреннее сопротивление приборов, которые могут быть определены в дополнительных опытах.

241. Сначала определяют фокусные расстояния всех трех линз. Фокусные расстояния F_1 и F_2 двух собирающих линз определяют, получая на экране изображение горящей свечи и применяя формулу линзы. Для выполнения данной работы фокусные расстояния двух собирательных линз должны быть различными ($F_1 > F_2$).

Для определения фокусного расстояния F_3 рассеивающей линзы поступают следующим образом. Сначала получают на экране действительное изображение S' свечи S с помощью собирательной линзы. Затем между линзой и экраном помещают рассеивающую линзу. Отодвигая экран, добиваются, чтобы на нем снова образовалось резкое изображение S'' пламени свечи (рис. 265). Пользуясь обратимостью хода лу-

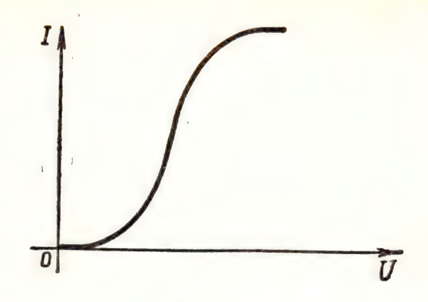


Рис. 264

Рис. 265

чей, можно считать, что точка S' является мнимым изображением точки S''; это изображение образуется в результате преломления лучей в рассеивающей линзе. Измерив расстояния d и f, определите F_3:

$$\frac{1}{F_3} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f},$$

откуда

$$F_3 = \frac{fd}{f - d}.$$

С помощью данных трех линз можно собрать модели трубы Кеплера (рис. 266), трубы Галилея (рис. 267) и микроскопа (рис. 268). В случае трубы Кеплера фокальные плоскости обеих линз совпадают. Объективом служит длиннофокусная линза, а окуляром — короткофокусная. Увеличение такой трубы определяется формулой

$$\Gamma = \frac{F_1}{F_2},$$

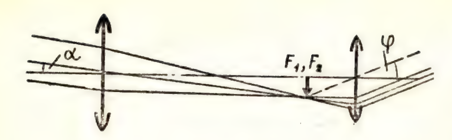


Рис. 266

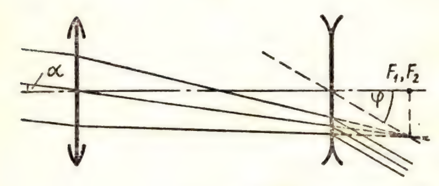


Рис. 267

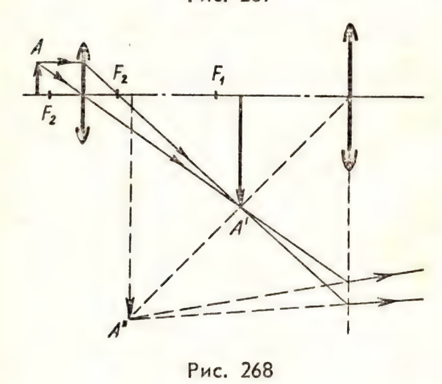


Рис. 268

где F_1 — фокусное расстояние объектива, F_2 — фокусное расстояние окуляра. Экспериментально увеличение можно определить, рассматривая линейку: одним глазом — непосредственно, а другим глазом — изображение линейки, полученной с помощью трубы. Отношение линейного размера изображения к размеру предмета и есть увеличение трубы.

Для трубы Галилея используют одну собирающую линзу (объектив) и одну рассеивающую линзу (окуляр) (рис. 267). Увеличение этой трубы определяется формулой

$$\Gamma = -\frac{F_1}{F_3},$$

где F_1 — фокусное расстояние объектива, F_3 — фокусное расстояние окуляра. Расстояние l между линзами в трубе Галилея также равно сумме абсолютных величин фокусных расстояний обеих линз ($l = F_1 + F_3$).

Экспериментально увеличение трубы Галилея определяется тем же способом, что и увеличение трубы Кеплера.

Микроскоп составляется из двух собирающих линз (см. рис. 268). При этом линза с меньшим фокусным расстоянием (F_2) служит объективом. Расстояние между линзами l больше суммы $F_1 + F_2$; оно подбирается опытным путем по максимуму резкости. Увеличение микроскопа определяется по формуле

$$\Gamma \approx \frac{\delta (l - F_1)}{F_1 F_2},$$

где δ — расстояние наилучшего видения.

242. Для определения разрешающей способности α глаза надо измерить расстояние l, с которого еще можно различить два соседних штриха линейки с ценой деления δ, а затем вычислить соответствующий минимальный угол зрения φ по формуле

$$\varphi = \frac{\delta}{l}\ 3420'.$$

При диафрагмировании глаза, т. е. рассматривании штрихов линейки через экран с отверстием, расстояние l уменьшается, т. е. увеличивается угол φ, причем тем значительней, чем диаметр d отверстия меньше. При $d > 2$ мм разрешающая способность не изменяется. Это

объясняется тем, что диаметр зрачка примерно равен 2 мм. Уменьшение разрешающей способности глаза при диафрагмировании глаза связано с дифракцией света на отверстии, вследствие которой разрешающая способность падает до значения

$$\varphi = k\frac{\lambda}{d},$$

где λ — длина волны, d — диаметр отверстия, k — коэффициент, зависящий от формы отверстия. Для круглых отверстий $k = 1{,}22$. Результаты вычислений по этой формуле хорошо согласуются с экспериментально полученным графиком зависимости разрешающей способности от диаметра отверстия, который представлен на рисунке 269.

243. Начертим графики зависимости координат поездов от времени. За начало отсчета выберем точку, в которой началось торможение пассажирского поезда, а за направление оси координат примем направление скоростей поездов. Момент начала торможения выбираем за начало отсчета времени. В такой системе отсчета координаты поездов в момент времени t выражаются так:

$$x_{пас} = v_1 t + \frac{at^2}{2},\ x_{тов} = v_2 t + s_0,$$

где $v_1 = 108$ км/ч $= 30$ м/с, $v_2 = 32{,}4$ км/ч $= 9$ м/с.

Из графиков (рис. 270) видно, что в моменты времени t' и t'' координаты обоих поездов равны между собой. Это означает, что в момент $t = t'$ произойдет столкновение поездов. Из условия $x_{пас} = x_{тов}$ находим значения $t' = 15$ с, $t'' = 20$ с. В момент столкновения координата поездов равна

$$x_{пас} = x_{тов} = 315 \text{ м}.$$

244. Обозначим через L длину вращающегося кольца ($L = 2\pi R$). Рассмотрим небольшой участок кольца длиной ΔL и массой

$$\Delta m = \frac{m}{L}\Delta L.$$

На выделенный участок с двух сторон действуют силы $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ направленные по касательным к кольцу и одинаковые по модулю ($T_1 = T_2$). Их равнодействующая $\vec{F}$ направлена по радиусу к центру кольца

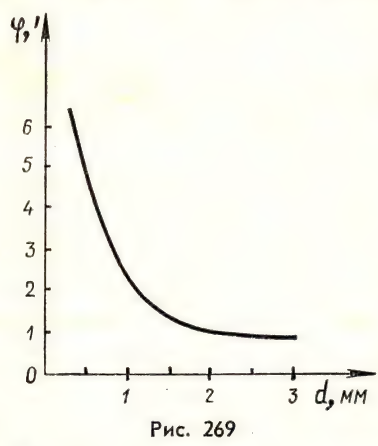


Рис. 269

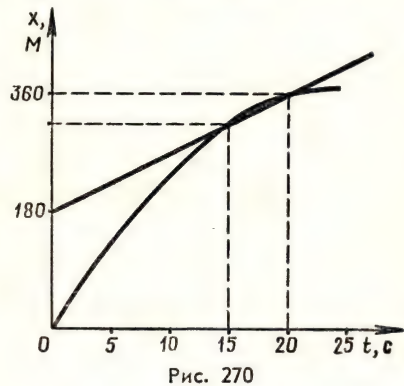


Рис. 270

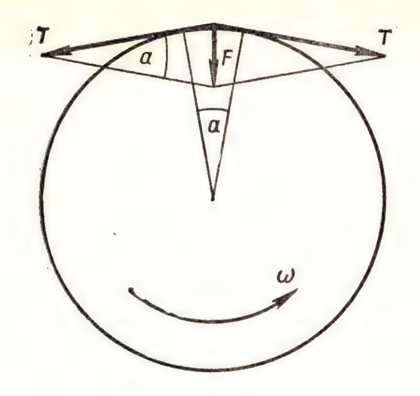


Рис. 271

(рис. 271) и сообщает рассматриваемому участку центростремительное ускорение

$$a = \omega^2 R.$$

Из рисунка 271 видно, что

$$F = 2T \sin(\alpha/2).$$

Запишем уравнение движения выделенного участка:

$$F = \omega^2 R \cdot \Delta m,$$

или

$$2T \sin\frac{\alpha}{2} = \omega^2 R \frac{m \cdot \Delta L}{L}. \quad (1)$$

Поскольку

$$T = k(L - l), \quad L = 2\pi R$$

и при малых углах

$$\sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta L}{2R},$$

то из равенства (1) получаем:

$$k(2\pi R - l)\frac{\Delta L}{2R} = \frac{\omega^2 m}{2\pi}\Delta L.$$

Отсюда

$$R = \frac{2\pi k l}{4\pi^2 k - \omega^2 m}.$$

Из этой формулы следует, что при

$$\omega = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$$

кольцо должно неограниченно растягиваться, пока выполняется закон Гука ($T \sim \Delta l$). Но закон Гука нарушится, конечно, уже при небольших Δl. Практически при такой скорости вращения кольцо разрушится.

245. Согласно показаниям вольтметра и амперметра $A1$ сопротивление всей цепи равно

$$R = \frac{U}{I} = 2 \text{ Ом}.$$

Так как амперметр $A2$ идеальный (его сопротивление считается равным нулю), то точки a и b при расчете сопротивлений (рис. 272) можно считать соединенными друг с другом накоротко. Примем, что резистор $R1$ имеет сопротивление $R_1 = 1$ Ом. Тогда простым перебором убеждаемся в том, что $R_2 = 4$ Ом, а для сопротивлений резисторов $R3$ и $R4$ возможны два варианта: или $R_3 = 2$ Ом и $R_4 = 3$ Ом, или $R_3 = 3$ Ом и $R_4 = 2$ Ом.

Алгебраическая сумма токов в точке разветвления a равна нулю:

$$I_1 - I_3 - I_5 = 0. \quad (1)$$

Следовательно, чтобы определить силу тока I_5, текущего

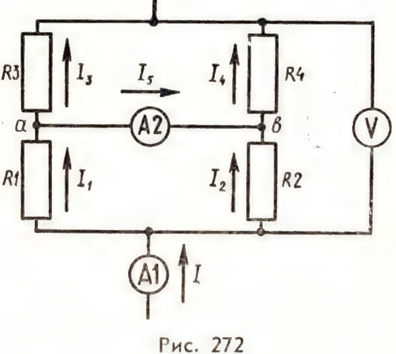


Рис. 272

через амперметр $A2$, достаточно знать токи I_1 и I_3.

Токи I_1 и I_2, текущие по резисторам $R1$ и $R2$, обратно пропорциональны значениям сопротивлений этих резисторов:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = 4.$$

Но

$$I_1 + I_2 = I = 5\text{А}.$$

Остюда

$$I_1 = 4\text{А}.$$

Аналогично можно записать:

$$\frac{I_3}{I_4} = \frac{R_4}{R_3}, \quad I_3 + I_4 = I.$$

Если

$R_3 = 2$ Ом и $R_4 = 3$ Ом, то

$$\frac{I_3}{I_4} = \frac{3}{2} \text{ и } I_3 + I_4 = I = 5\text{А},$$

откуда

$$I_3 = 3\text{А}.$$

Тогда из равенства (1) находим:

$$I_5 = I_1 - I_3 = 1\text{А}.$$

Если же $R_3 = 3$ Ом и $R_4 = 2$ Ом, то

$$I_3 = 2 \text{ А и } I_5 = 2\text{А}.$$

Таким образом, возможны два значения для силы тока, текущего через амперметр $A2$.

246. Разделим бокал на плоские горизонтальные пояски высотой h (рис. 273). Площадь S пояска равна

$$S = 2\pi r l = 2\pi R \sin\alpha \; \frac{h}{\sin\alpha} = 2\pi R h.$$

Если ρ — масса участка пояска, площадь поверхности которого равна единице, то масса m всего пояска определяется формулой

$$m = 2\pi R h \rho.$$

Как видно из этой формулы, площадь пояска не зависит от его радиуса. Это означает, что масса бокала равномерно распределена по его высоте. Следовательно, центр тяжести находится на середине высоты, т. е. на высоте R от основания бокала.

247. Найдем напряженность электростатического поля в точке, находящейся на расстоянии x от середины запирающего слоя (рис. 274). Для этого разобьем весь слой на очень тонкие участки толщиной Δl. Два таких участка, расположенных симметрично относительно середины слоя, образуют плоский конденсатор с плотностью заряда

$$\Delta\sigma = \rho_0 \cdot \Delta l.$$

Напряженность электрического поля, созданного зарядами этих слоев, в пространстве между ними равна:

$$\Delta E = \frac{\Delta\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\rho_0 \cdot \Delta l}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Вне этих слоев напряженность поля равна нулю.

Согласно принципу суперпозиции, напряженность поля $\vec{E}$ в точке A, отстоящей от середины слоя на расстоянии x, равна сумме напряженностей

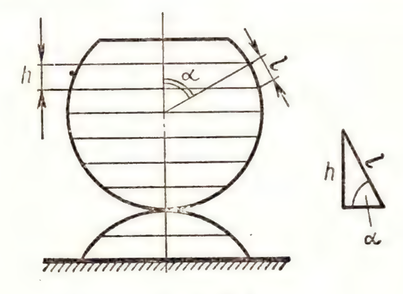


Рис. 273

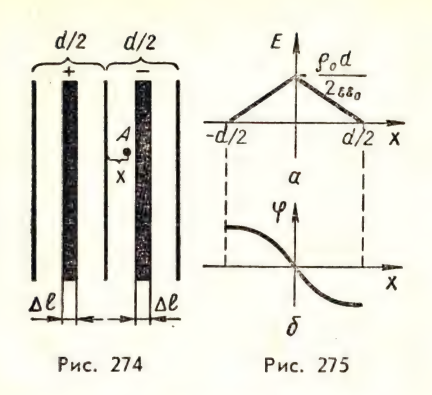


Рис. 274 Рис. 275

полей всех таких конденсаторов. Так как в создании электрического поля в точке A участвуют только те конденсаторы, обкладки которых находятся на расстоянии, большем $|x|$, от середины слоя, то

$$E = \Sigma \frac{\rho_0 \cdot \Delta l}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \varepsilon} \Sigma \Delta l = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \varepsilon}\left(\frac{d}{2} - x\right).$$

Аналогично для точек с координатами $0 \geqslant x \geqslant -\frac{d}{2}$ имеем:

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \varepsilon}\left(\frac{d}{2} + x\right).$$

График напряженности электрического поля в запирающем слое приведен на рисунке 275, *а*.

Теперь найдем, как меняется вдоль оси x потенциал поля. Примем, что потенциал равен нулю в точках с координатой $x = 0$, т. е. в середине слоя. Тогда потенциал точки A равен работе, совершаемой электрическим полем при перемещении единицы положительного заряда из этой точки к середине слоя. Сила, действующая на заряд при таком перемещении, направлена противоположно перемещению, поэтому работа и, следовательно, потенциал поля в точке A отрицательны. Определяя абсолютную величину потенциала φ_A графически как площадь фигуры под графиком $E(x)$, находим:

$$\varphi_A = \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0 \varepsilon} x^2 - \frac{\rho_0 d}{2\varepsilon_0 \varepsilon} x \text{ при } x > 0,$$

$$\varphi_A = \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0 \varepsilon} x^2 + \frac{\rho_0 d}{2\varepsilon_0 \varepsilon} x \text{ при } x < 0.$$

График изменения потенциала показан на рисунке 275, *б*.

248. Из уравнения реакции горения водорода

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O$$

видно, что при сгорании 1 кмоль водорода (2 кг) образуется 1 кмоль водяного пара (18 кг). Следовательно, секундный расход водяного пара из сопла ракеты равен $\mu = 216$ кг водяных паров.

Согласно третьему закону Ньютона сила тяги двигателя равна по модулю силе $\vec{F}$, действующей на вылетающий из сопла ракеты пар. А так как пар за время τ приобретает импульс $\mu\tau\vec{u}$, то

$$F = \frac{\mu \cdot \Delta t \cdot u}{\Delta t} = \mu u \approx 9 \cdot 10^5 \text{ Н}.$$

249. Число молекул в мономолекулярном слое площадью S приблизительно равно

$$Z_0 = \frac{S}{d^2}.$$

За время же Δt на стенку попадает

$$Z = \frac{1}{2} n |\overline{v_x}| S \cdot \Delta t$$

молекул (где n — концентрация молекул и $\overline{|v_x|}$ — среднее значение модуля проекции скорости молекул на ось, перпендикулярную стенке). Полагая, что

$$3\overline{|v_x|}^2 \approx \bar{v}^2 = \frac{3RT}{M},$$

получим:

$$\overline{|v_x|} = \sqrt{\frac{RT}{M}}.$$

Концентрацию молекул можно найти из основного уравнения молекулярно-кинетической теории

$$p = nkT.$$

Таким образом,

$$Z = \frac{1}{2}\frac{p}{kT}\sqrt{\frac{RT}{M}}.$$

На катоде образуется мономолекулярный слой, когда Z станет равным Z_0, т. е. за промежуток времени Δt, который может быть найден из уравнения

$$\frac{1}{2}\frac{p}{kT}\sqrt{\frac{RT}{M}}S\cdot\Delta t = \frac{S}{d^2}.$$

Решая это уравнение относительно Δt и подставляя значения величин, получаем:

$$\Delta t = \frac{2}{pd^2}\sqrt{\frac{MkT}{N_A}} \approx 3\cdot 10^{-2}\text{ с.}$$

250. Ртутный U-образный манометр (рис. 276) измеряет избыточное давление Δp, т. е. показывает, на сколько давление p в левом колене манометра больше атмосферного давления p_0. Ограничение на диапазон значений измеряемого избыточного давления накладывается длиной трубок манометра. Нельзя измерить избыточное давление больше такого, при котором ртуть доходит до края правого (по рисунку) колена. Предельное значение измеряемого избыточного давления для используемого манометра равно 10^5 Па.

При последовательном соединении двух манометров (рис. 277) избыточное давление Δp_1 в левом колене манометра *1* будет больше ρgH, так как давление p_2 в левом колене манометра *2* больше атмосферного на величину ρgh:

$$p_2 = p_0 + \rho gh. \qquad (1)$$

Поэтому

$$\Delta p_1 = \rho g(H + h). \qquad (2)$$

Сжатый воздух в левом колене манометра *2* занимает объем

$$V = S\frac{H+h}{2},$$

где S — площадь сечения трубок. Первоначально этот воздух занимал объем

$$V = S\frac{H}{2}$$

в правом колене манометра *1* и такой же объем в левом колене манометра *2* и давление этого воздуха было равно атмосферному (p_0). Полагая сжатие воздуха изотермическим, можно применить закон Бой-

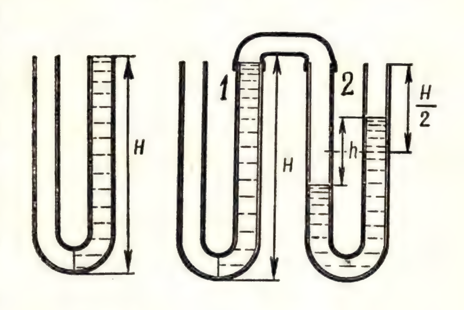


Рис. 276 Рис. 277

ля — Мариотта:

$$\frac{p_2}{p_0}=\frac{SH}{\frac{1}{2}S(H+h)},$$

откуда

$$p_2=2p_0\frac{H}{H+h}.$$

Умножив числитель и знаменатель в правой части этого равенства на ρg, получаем:

$$p_2=2p_0\frac{\rho gH}{\rho gH+\rho gh}=$$

$$=2\frac{p_0^2}{p_0+\rho gh}=\frac{2p_0^2}{p_2},\qquad (3)$$

откуда

$$p_2=\sqrt{2p_0}.$$

Так как

$$p_1=p_0+p_2,$$

то

$$\Delta p_1=p_2\approx\sqrt{2}\cdot 10^5\ \text{Па}.$$

251. Обозначим через D оптическую силу линзы. Когда человек поворачивается лицом к птице, он видит ее мнимое изображение. По формуле линзы

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{f_3}=D.\qquad (1)$$

Одно из изображений птицы, которое видно, когда человек стоит спиной к ней, получается из-за отражения на обращенной к человеку поверхности очков, а второе — при отражении от второй поверхности. При этом лучи должны пройти сквозь линзу, отразиться от зеркальной поверхности, а затем еще раз пройти линзу. Это означает, что второе изображение создано оптической системой «линза — зеркало — линза». Оптическая сила этой системы равна

$$D'=D+\frac{2}{R}+D=2D+\frac{2}{R},$$

где R — радиус задней поверхности очков.

Предположим, что изображение, получающееся в результате отражения от передней поверхности линзы, находится на расстоянии 5 м. Тогда эта поверхность должна быть плоской, так как $d=5$ м.

Для второго изображения в этом случае имеем:

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{f_2}=D'=2D+\frac{2}{R}.\ (2)$$

Учитывая (1), получаем:

$$\frac{2}{R}=\frac{2}{f_3}-\frac{1}{d}-\frac{1}{f_2}.$$

Так как для линзы

$$D=(n-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{r}\right)$$

(где R и $r=\infty$ — радиусы поверхностей линзы), то

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{f_3}=(n-1)\left(\frac{1}{f_3}-\frac{1}{2d}-\frac{1}{2f_2}\right).$$

Подставляя сюда значения R_2, f_3 и d, находим:

$$n=1{,}5.$$

Если предположить, что после отражения от передней поверхности линзы изображение оказывается на расстоянии $\frac{5}{7}$ м, и провести соответствующие вычисления, то придем к нелепому результату: $n=0{,}75$.

252. Ответ на первый взгляд очевиден: так как звезда находится очень далеко, то от нее на линзу попадает слишком мало энергии, которой недостаточно для зажигания бумаги. Но при этом следовало бы также учесть, что размер изображения звезды тоже очень мал, из-за чего энергия, приходящаяся на единицу площа-

ди изображения, могла бы оказаться значительной и может быть достаточной для зажигания бумаги.

Обозначим через I энергию, излучаемую звездой в единицу телесного угла (яркость звезды), через L расстояние до звезды и через $d_л$ диаметр линзы. Освещенность поверхности линзы выражается формулой

$$E_0 = \frac{I}{L^2}.$$

Поэтому для светового потока, попадающего на поверхность линзы, можно записать:

$$\Phi = E_0 \frac{\pi d_л^2}{4} = \frac{\pi d_л^2}{4L^2} I.$$

Изображение звезды получается в фокальной плоскости линзы (рис. 278). Если обозначить через α угловой диаметр звезды, то диаметр d изображения звезды будет равен αF (где F — фокусное расстояние линзы).

Так как $\alpha = \frac{D}{L}$ (где D — диаметр звезды), то

$$d = \alpha F = \frac{D}{L} F,$$

а площадь изображения звезды выражается так:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi D^2 F^2}{4L^2}.$$

Поэтому для освещенности изображения звезды получаем:

$$E = \frac{\Phi}{S} = \frac{\pi d_л^2 I \cdot 4L^2}{4L^2 \pi D^2 F^2} = \frac{I d_л^2}{D^2 F^2}.$$

Отсюда видно, что освещенность изображения звезды не зависит от расстояния до звезды! Если бы все звезды имели одинаковый диаметр и одинаковую силу света, то освещенность их изображений была бы одинакова. (Именно поэтому уличные фонари в длинной цепочке всегда кажутся одинаково яркими.) И так как имеются звезды, которые, имея диаметр, меньший диаметра Солнца, излучают энергии больше, чем Солнце, то, казалось бы, что свет от таких звезд, сконцентрированный в изображении, должен зажигать бумагу. Однако опыт этого не подтверждает.

В приведенных выше рассуждениях предполагалось, что диаметр изображения звезды определится геометрией прямолинейного хода лучей. В действительности же это изображение дифракционное (рис. 279). Поэтому угловой размер звезды равен $\lambda/d_л$, а диаметр изображения

$$d' = \frac{\lambda}{d_л} F,$$

где λ — длина волны. Этот диаметр много больше «геометрического» ($d = \frac{D}{L} F$):

$$\frac{d'}{d} = \frac{\lambda L}{d_л D} \gg 1.$$

Именно поэтому освещенность изображения очень мала. Так, при $d_л = 2$ см получаем

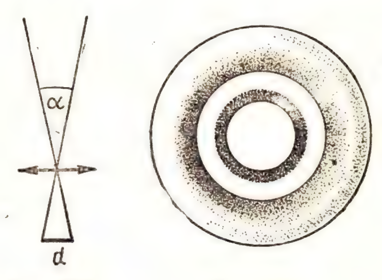


Рис. 278 Рис. 279

для углового размера светила значение $\frac{\lambda}{d_л} = 2,25 \cdot 10^{-5}$.

Угловой диаметр Солнца равен $4,7 \cdot 10^{-3}$ рад. При «удалении» Солнца до ближайшей звезды ($L \approx 4 \cdot 10^{13}$ км) его угловой размер, определяемый геометрией прямолинейного хода лучей, должен был бы стать равным $1,75 \cdot 10^{-8}$ рад. Это значит, что при указанном расстоянии до светила диаметр изображения оказывается больше его «геометрического» размера в

$$\frac{d'}{d} = \frac{2,25 \cdot 10^{-5}}{1,75 \cdot 10^{-8}} \approx 1,3 \cdot 10^3 \text{ раз.}$$

Площадь изображения будет в $(1,3 \cdot 10^3)^2 \approx 1,7 \cdot 10^6$ раз больше. Следовательно, освещенность изображения звезды таких же параметров, как и Солнце, в $1,7 \cdot 10^6$ раз меньше, чем освещенность изображения Солнца.

253. При запуске станции энергетически выгодно использовать имеющуюся орбитальную скорость спутника и сообщить станции скорости $\vec{u}$ в том же направлении, в каком двигался спутник. Сам спутник при этом должен приобрести противоположно направленную скорость $\vec{v}$. Согласно закону сохранения импульса

$$mu - M_1 v = M v_0,$$

где M — первоначальная масса спутника, m — масса станции, $M_1 = M - m$ — масса «остатка» и v_0 — скорость спутника на круговой орбите. Отсюда

$$mv - (M - m) u = M v_0 \text{ и}$$

$$\frac{m}{M} = \frac{v_0 + u}{u + v}. \qquad (1)$$

Найдем v_0, v и u.

Так как при движении спутника по круговой орбите радиуса $2R$ центростремительное ускорение

$$a = \frac{v_0^2}{2R}$$

ему сообщает сила тяготения

$$F = G\frac{MM_з}{(2R)^2}$$

(где $M_з$ — масса Земли), то

$$\frac{Mv_0^2}{2R} = G\frac{MM_з}{(2R)^2}, \qquad (2)$$

откуда

$$v_0 = \sqrt{G\frac{M_з}{2R}}.$$

Полная механическая энергия запускаемой станции в момент старта должна быть равна нулю (см. задачу 233):

$$\frac{mu^2}{2} - G\frac{M_з m}{2R} = 0.$$

Отсюда

$$u = \sqrt{G\frac{M_з}{R}}. \qquad (3)$$

По закону сохранения энергии

$$\frac{M_1 v^2}{2} - G\frac{M_з M_1}{2R} = \frac{M_1 (v')^2}{2} - G\frac{M_з M_1}{R}, \qquad (4)$$

где v' — скорость «остатка» в перигее (рис. 280). С другой стороны, по третьему закону Кеплера

$$2Rv = Rv'. \qquad (5)$$

Из (4) и (5) найдем:

$$v = \sqrt{G\frac{M_з}{3R}}.$$

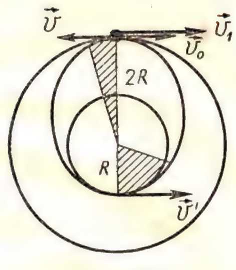


Рис. 280

Подставляя полученные выражения для v_0, v и u в (1), получим:

$$\frac{m}{M} \approx 0{,}8.$$

254. Система представляет собой колебательный контур, сила тока в котором меняется по гармоническому закону:

$$I = I_0 \sin \omega t, \qquad (1)$$

где ω — частота колебаний и I_0 — амплитуда тока.

Так как конденсаторы включены последовательно, то их общая емкость равна $\frac{C}{2}$. Поэтому

$$\omega = \left(\frac{2}{LC}\right)^{1/2}. \qquad (2)$$

Для того чтобы найти I_0, воспользуемся законом сохранения энергии. Если q_1 — заряд первого конденсатора, то заряд второго конденсатора равен $q_2 = q_0 - q_1$ и согласно закону сохранения энергии

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI^2}{2} + \frac{q_1^2}{2C} + \frac{(q_0 - q_1)^2}{2C},$$

где I — сила тока в цепи. Отсюда

$$I^2 = \frac{2}{LC} q_1 (q_0 - q_1). \qquad (3)$$

Из теоремы «о среднем» следует, что это выражение максимально при $q_1 = q_0 - q_1 = \frac{q_0}{2}$. Поэтому для амплитуды силы тока в цепи получаем:

$$I_0 = q_0 \sqrt{\frac{1}{2LC}}. \qquad (4)$$

Следовательно,

$$I = q_0 \sqrt{\frac{1}{2LC}} \sin\left(\sqrt{\frac{2}{LC}} t\right). \qquad (5)$$

Подставляя это выражение в (3), имеем:

$$q_1 = \frac{q_0}{2}(1 + \cos \omega t). \qquad (6)$$

Заряд второго конденсатора выражается так:

$$q_2 = q_0 - q_1 = \frac{q_0}{2}(1 - \cos \omega t).$$

Механическая аналогия системы показана на рисунке 281. В начальный момент одна из пружин не деформирована, в состоянии равновесия обе пружины деформированы одинаково.

255. При исследовании «черного ящика» надо сначала проверить, нет ли в нем источника ЭДС, разрывов цепи, короткого замыкания, нелинейных элементов. После этого составляют цепь по схеме, приведенной на рисунке 282, и определяют





Рис. 281

сопротивление между всеми четырьмя выводами «черного ящика». При измерениях были получены следующие значения сопротивлений:

$$R_{АБ} = R_{БВ} = R_{ВГ} =$$
$$= R_{АГ} = 11{,}5 \text{ Ом},$$
$$R_{АВ} = R_{БГ} = 15 \text{ Ом}.$$

По результатам этих измерений можно сделать предположение, что в ящике выполнены соединения по схеме, приведенной на рисунке 283, *а*, а резисторы имеют сопротивления по 15 Ом.

Действительно, если

$$\frac{R \cdot 3R}{4R} = 11{,}5 \text{ Ом}$$

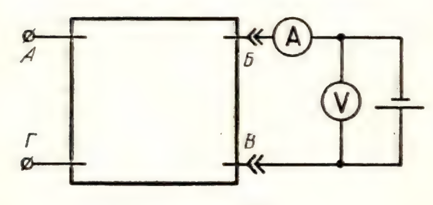


Рис. 282

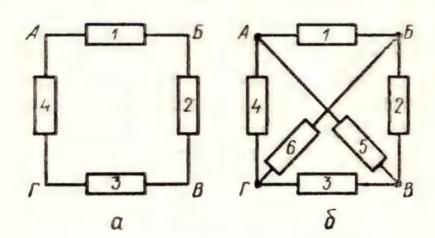


Рис. 283

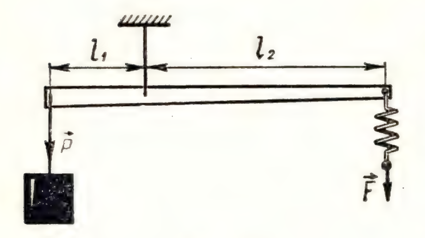


Рис. 284

и

$$\frac{2R \cdot 2R}{4R} = 15 \text{ Ом},$$

то в обоих случаях $R = 15$ Ом.

Можно провести контрольные опыты. Если замкнуть клеммы *А — В*, то на клеммах *Б — Г* сопротивление не должно измениться. Если замкнуть клеммы *А — Б*, то на участке *А — Г* сопротивление должно быть равно

$$R_{АГ} = \frac{R \cdot 2R}{3R} = \frac{2}{3}R = 10 \text{ Ом}.$$

Опыты подтверждают эти выводы.

В принципе можно было также предположить, что соединения в ящике выполнены по схеме, приведенной на рисунке 283, *б*. Однако контрольными опытами такое предположение не подтверждается. Опыты показывают, что резисторов R_5 и R_6 нет. При замыкании клемм *А — В* сопротивление на участке *Г — В* оказывается таким же, как и при замыкании клемм *А — Б — В*: оба раза $R_{гв} = \frac{R}{2}$. Такой результат соответствует схеме, приведенной на рисунке 283, *а*. В схеме же, показанной на рисунке 283, *б*, $R_{гв} \neq R'_{гв}$. Следовательно, резистора между клеммами *Б — Г* нет. Аналогичным образом можно исключить наличие резистора между клеммами *А — В*.

256. Неоднородный стержень уравновешивают на веревочной петле, т. е. подвешивают в его центре тяжести (рис. 284). Затем к короткому плечу рычага подвешивают груз неизвестной массы, а к длинному

плечу прикрепляют динамометр, с помощью которого добиваются горизонтального положения рычага.

По правилу моментов

$$Pl_1 = Fl_2,$$

откуда

$$P = \frac{Fl_2}{l_1},$$

где P — вес груза, F — показания динамометра, l_1 и l_2 — плечи рычага, изготовленного из подвешенного на нити стержня.

257. Из стеклянных и резиновых трубок и воронки изготавливают длинную U-образную трубку. Наливают в нее воды и измеряют длину воздушного столба l_1 (рис. 285, *а*). Закрыв верхнее отверстие одного колена, опускают второе колено вниз. Измерив новое значение l_2 длины воздушного столба и разность уровней h воды в коленах, можно к запертому в левом колене объему воздуха применить закон Бойля — Мариотта:

$$p_A l_1 S = (P_A - \rho g h) l_2 S.$$

Отсюда находим атмосферное давление P_A:

$$p_A = \frac{\rho g h l_2}{l_2 - l_1}.$$

Для повышения точности получаемого результата следует увеличить перепад уровней жидкости h и разность объемов воздуха в трубке.

258. Так как разрядка конденсатора происходит по экспоненциальному закону

$$U = U_0 e^{-\frac{\tau}{RC}},$$

то, измерив время, за которое напряжение конденсатора уменьшается в $e = 2{,}718$ раз, можно емкость конденсатора определить по формуле

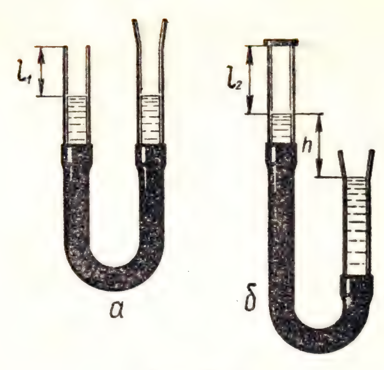


Рис. 285

$$C = \frac{\tau}{R},$$

где R сопротивление в цепи разрядки конденсатора. Наиболее удобно проводить такое измерение, если разрядка конденсатора происходит через высокоомный вольтметр, который при этом показывает изменение напряжения на конденсаторе. В этом случае

$$C = \frac{\tau}{R_в}, \qquad (1)$$

где $R_в$ — внутреннее сопротивление вольтметра, которое определяется в отдельном опыте. С этой целью составляют цепь по схеме, приведеннсй на рисунке 286. На этой схеме R — резистор с известным сопротивлением. Произведя отсчет U_1 показания вольтметра, можно записать

$$U_1 = \frac{\mathcal{E} R_в}{R + R_в},$$

откуда

$$R_в = \frac{U_1 R}{\mathcal{E} - U_1}.$$

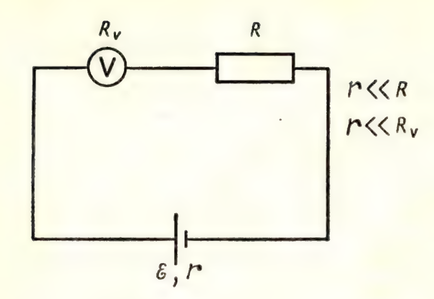


Рис. 286

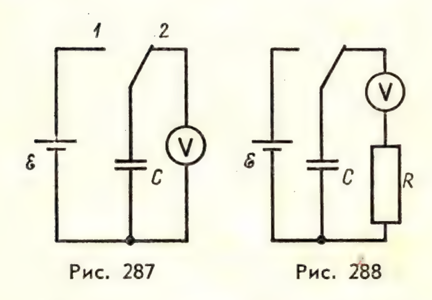


Рис. 287 Рис. 288

Для определения емкости конденсатора следует составить цепь по схеме, приведенной на рисунке 287. Зарядив конденсатор до значения V_0, переводят ключ в положение *2* и фиксируют время, в течение которого напряжение уменьшится в *e* раз, после чего находят искомую емкость конденсатора по формуле (1).

Если время τ оказывается малым, то последовательно с вольтметром следует включить резистор с большим сопротивлением *R* (рис. 288). В этом случае емкость конденсатора определяется по формуле

$$C = \frac{\tau}{R_в + R}.$$

При слишком малой емкости конденсатора значение сопротивления $R_в + R$ цепи разрядки приближается к значению сопротивления утечки конденсатора, из-за чего точность определения емкости сильно снижается.

259. Убедившись, что в ящике нет источников ЭДС, промеряют сопротивления между всеми тремя парами контактов при прямом и обратном подключении источника тока. Эти измерения позволяют установить, что в ящике есть диод, включенный, как показано на рисунке 80, *а* или 80 *б*, возможно так же, что в ящике имеются два диода, включенные «навстречу» друг другу (рис. 80, *в*, *г*).

В схемах, приведенных на рисунках 80, *а*, *б*, может и не быть резистора, если диоды имеют достаточно большое сопротивление в прямом направлении.

Два встречных диода трудно при таких измерениях отличить от транзистора. Чтобы убедиться в том, что в ящике мы не имеем дело с транзистором, необходимо собрать цепи сначала по схеме, изображенной на рисунке 289, *а*, а затем по схеме, показанной на рисунке 289, *б*. Если во втором случае не наблюдается усиления тока, то в схеме не транзистор, а два «встречных» диода.

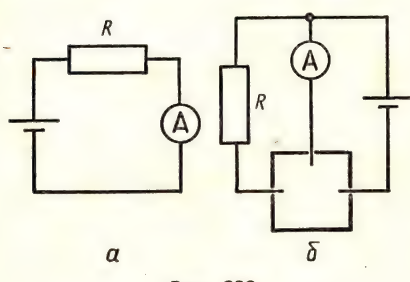


Рис. 289

260. Для определения показателя преломления жидкости можно жидкость в стакане рассматривать как цилиндрическую линзу и получить с ее помощью на экране изображение нити лампочки.

Для упрощения расчетов и повышения точности измерений необходимо добиться, чтобы лампочка и экран были расположены симметрично относительно стакана с водой. Ход лучей представлен на рисунке 290. Используя геометрические соотношения

$$d\gamma = R\beta, \quad \alpha = \gamma + \beta$$

и закон преломления для приосевых лучей

$$\frac{\alpha}{\beta} = n,$$

получим:

$$\beta n = \frac{R\beta}{d} + \beta,$$

откуда

$$n = 1 + \frac{R}{d}.$$

Смещением лучей при их прохождении через тонкие стенки сосуда пренебрегаем. Таким образом, для определения показателя преломления достаточно добиться, чтобы расстояния d и f были одинаковыми. Измерив d и радиус стакана R, находят показатель преломления n.

261. Обозначим через σ предельное механическое напряжение, которое выдерживает материал троса и через S — площадь сечения троса. Тогда максимальная нагрузка, которую выдерживает трос, равна

$$P_{max} = \sigma S.$$

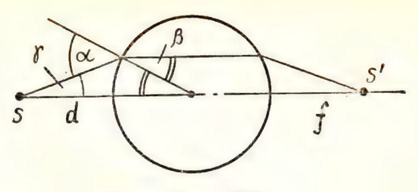


Рис. 290

Если масса одной плиты m, то по условию

$$\sigma S \geqslant 10 \ mg.$$

При увеличении линейных размеров в $k = 12$ раз площадь S увеличивается в $k^2 = 144$ раза, а масса одной плиты, как и объем, увеличивается в $k^3 = 1728$ раз. Число плит, которое кран способен поднять, меньше числа плит, которые поднимает модель, в

$$\frac{k^3}{k^2} = k = 12 \text{ раз.}$$

Значит, трос крана не удержит и одной плиты.

262. Скорость конца стрелки часов относительно Земли равна векторной сумме скорости $\vec{v}$ льдины и скорости $\vec{u}$ конца стрелки часов относительно льдины. Так как направление вектора $\vec{u}$ может быть произвольным, то концы его лежат на окружности радиуса u с центром в конце вектора $\vec{v}$ (рис. 291).

Скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ льдин взаимно перпендикулярны и равны по модулю. Очевидно, что вектор $\vec{v}_1 + \vec{u}_1$ может быть равен вектору $\vec{v}_2 + \vec{u}_2$ (где $u_1 = u_2 = u$), только если концы векторов $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ находятся в одной точке (рис. 292). Однако в случае, показанном на рисунке

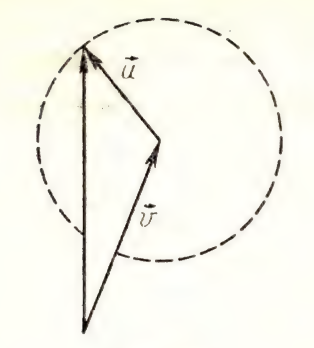


Рис. 291

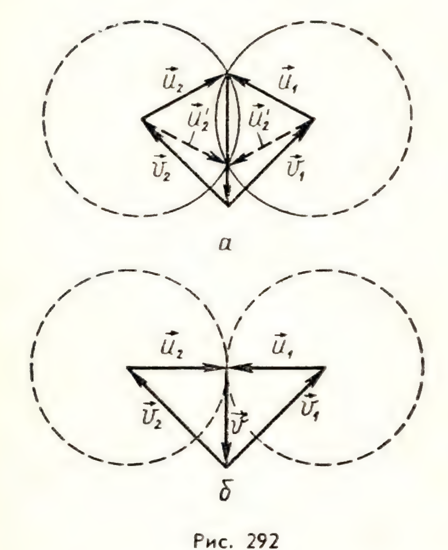


Рис. 292

292, *а*, имеются две возможных точки для концов векторов u_1 и u_2; обе эти точки лежат на пересечениях окружностей возможных концов этих векторов. Для того чтобы была лишь одна такая точка (положение часов единственно), окружности концов векторов $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ должны касаться (рис. 292, *б*). Как видно из рисунка, это возможно, если скорости льдин $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ таковы, что

$$v_1 = v_2 = u\sqrt{2}.$$

Так как

$$u = \omega l$$

$\left(\text{где } \omega = \frac{2\pi}{60}\ c^{-1}\right.$ — угловая скорость стрелки и $l = 10^{-2}$ м — ее длина$\Big)$, то

$$v_1 = v_2 \approx 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с}.$$

За сутки льдины проходят расстояние

$$L = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с} \cdot 24 \cdot 3600\ \text{с} \approx \approx 130\ \text{м}.$$

263. Возможная схема цепи, находящейся внутри коробки, показана на рисунке 293. Если направление тока при переключении батарейки не изменяется, то

$$\frac{U + U_1}{R} = 1\ \text{А},$$

$$\frac{U - U_1}{R} = 0{,}5\ \text{А}.$$

Отсюда $U = 4{,}5$ В и $R = 6$ Ом.

Если же направление тока при переключении батарейки изменяется, то

$$\frac{U + U_1}{R} = 1\ \text{А},$$

$$\frac{U_1 - U}{R} = 0{,}5\ \text{А}.$$

Отсюда $U = 0{,}5$ В и $R = 2$ Ом.

264. Прежде всего найдем ускорение, с которым движется кубик. Как известно, разность расстояний l_1 и l_2, проходимых телом за последовательные равные промежутки времени τ, равна

$$l_2 - l_1 = a\tau^2,$$

где $\vec{a}$ — ускорение, с которым движется тело. Определив по рисунку 82 с помощью мерной линейки и заданного масштаба

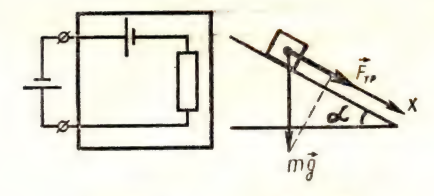


Рис. 293 Рис. 294

величину $l_2 - l_1$, найдем:

$$a = \frac{l_2 - l_1}{\tau^2} \approx \frac{0{,}07}{(0{,}1с)^2} = 7 \text{ м/с}^2.$$

Направлено это ускорение вниз вдоль наклонной плоскости.

Уравнение движения кубика вдоль оси x (рис. 294) имеет следующий вид:

$$ma = mg \sin\alpha + F_{тр.\,x}, \qquad (1)$$

где $F_{тр.\,x}$ — проекция силы трения на ось X.

Модуль силы трения равен μN (где μ — коэффициент трения). Так как

$$N = mg \cos\alpha,$$

то

$$F_{тр} = \mu mg \cos\alpha.$$

Для того чтобы найти $F_{тр.\,x}$, нужно выяснить, куда направлена сила трения. Заметим, что если бы сила трения была равна нулю, то из уравнения (1) следовало бы, что

$$a' = g \sin\alpha.$$

Так как $\sin\alpha = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{3}{5}$, то

$$a' \approx 6 \text{ м/с}^2.$$

Но так как в действительности в рассматриваемом случае $a = 7$ м/с², то можно сделать вывод, что $F_{тр.} \neq 0$. Значит, $F_{тр.\,x} > 0$ и кубик движется вверх. Поэтому уравнение движения кубика запишется так:

$$ma = mg \sin\alpha + \mu mg \cos\alpha,$$

или

$$a = g \sin\alpha + \mu g \cos\alpha,$$

где

$$\cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}.$$

Отсюда

$$\mu \approx 0{,}13.$$

265. Обозначив через r сопротивление каждого из вольтметров, можно по схеме (рис. 295) записать:

$$U_3 = rI_3, \quad U_2 = rI_2, \quad U_1 = rI_1.$$

С другой стороны,

$$U_2 = U_3 + I_3 R = U_3 + U_3\frac{R}{r}, \qquad (1)$$

$$U_1 = U_2 + (I_2 + I_3)R = U_2 + (U_2 + U_3)\frac{R}{r}. \qquad (2)$$

Исключая из этой системы уравнений $\frac{R}{r}$, получаем:

$$U_2^2 + U_2U_3 - U_1U_3 - U_3^2 = 0.$$

Отсюда

$$U_2 = -\frac{1}{2}U_3 + \sqrt{\frac{U_3}{4}(5U_3 + 4U_1)} \approx 8{,}6 \text{ В}.$$

266. В цикле $АБВА$ газ получает тепло на участках $АБ$ и $БВ$ и отдает его на участке ВА. Следовательно,

$$\eta_1 = \frac{A}{Q_{АБ} + Q_{БВ}},$$

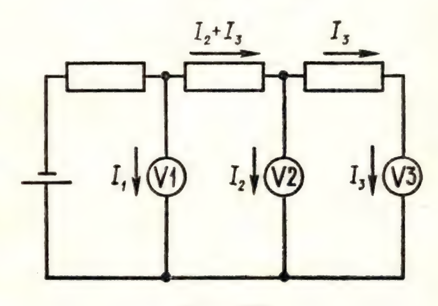


Рис. 295

где A — работа, совершенная газом за цикл.

Так как эта работа численно равна площади фигуры, ограниченной графиком цикла, то, как видно из рисунка, совершенная газом работа в обоих случаях одинакова. Но в цикле $АВГА$ газ получает тепло только на участке $АВ$. Поэтому

$$\eta_2 = \frac{A}{Q_{АВ}}.$$

Следовательно,

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{Q_{АВ}}{Q_{АБ} + Q_{БВ}}. \qquad (1)$$

Так как процесс $АБ$ изохорический, то

$$Q_{АБ} = \Delta U_{АБ} = \frac{3}{2}R\,(T_Б - T_А).$$

Но

$$T_А = \frac{p_0 V_0}{R} \text{ и } T_В = \frac{2p_0 V_0}{R}.$$

Следовательно,

$$Q_{АБ} = \frac{3}{2}(2p_0 V_0 - p_0 V_0) = \frac{3}{2}p_0 V_0. \qquad (2)$$

Далее,

$$Q_{БВ} = \Delta U_{БВ} + A_{БВ} = \frac{3}{2}R\,(T_В - T_Б) + 2p_0\,(3V_0 - V_0) = 10p_0 V_0. \qquad (3)$$

И, наконец,

$$Q_{АВ} = \Delta U_{АВ} + A_{АВ} = \frac{3}{2}R\,(T_В - T_А) + \frac{3}{2}p_0\,(3V_0 - V_0) = 10{,}5p_0 V_0. \qquad (4)$$

Подставляя найденные выражения для $Q_{АВ}$, $Q_{АБ}$ и $Q_{БВ}$ в (1), получим:

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{21}{23}.$$

267. Так как модуль E напряженности электрического поля у поверхности сферы радиуса R, на которой находится заряд Q, определяется формулой

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2},$$

а потенциал φ — формулой

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

то

$$\varphi = ER.$$

Если E не должно превышать 30 кВ/см, то φ не может превышать

$$\varphi_{max} = E_{max}R = 4{,}5 \cdot 10^6 \ В.$$

Не должна превышать значения 30 кВ/см и напряженность поля у поверхности ленты. Так как для ленты

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

(где σ — поверхностная плотность заряда), то

$$\sigma_{max} = 2\varepsilon_0 E_{max}.$$

Сила тока, равная заряду, переносимому лентой в единицу времени, определится так:

$$I_{max} = \frac{\sigma_{max} d(v\Delta t)}{\Delta} = 2\varepsilon_0 E_{max}\, dv \approx 10^{-3} \ А.$$

268. Обозначим n_1 и n_2 число молекул соответственно $^{235}UF_6$ и $^{238}UF_6$ в единице объема газа UF_6. Число N_1 молекул $^{235}UF_6$, которые за время t проходят через отверстие с площадью S, равно

$$N_1 = \overline{|v_{x_1}|}\, Stn_1,$$

а число N_2 молекул $^{238}UF_6$, проходящих за время t через от-

верстие площадью S —

$$N_2 = \overline{|v_{X_2}|} S t n_2,$$

где $\overline{|v_{X_1}|}$ и $\overline{|v_{X_2}|}$ — средние значения модулей проекций скоростей молекул ^{235}UF и $^{238}UF_6$ на ось X, направленную перпендикулярно отверстию.

Для отношения N_1/N_2 имеем:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\overline{|v_{X_1}|} n_1}{\overline{|v_{X_2}|} n_2}.$$

Очевидно, что

$$\frac{\overline{|v_{X_1}|}}{\overline{|v_{X_2}|}} = \frac{v_1}{v_2},$$

где v_1 и v_2 — средние квадратичные скорости движения молекул газов. Так как

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

(где m — масса молекулы), то

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{n_1}{n_2} \sqrt{\frac{m_2}{m_1}},$$

где m_1 и m_2 — массы молекул $^{235}UF_6$ и $^{238}UF_6$ соответственно. Подставляя значения величин, получаем:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{7}{1000} \sqrt{\frac{352}{349}} = \frac{7{,}03}{1000}.$$

269. Пусть m_1' — масса первого шара, $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_1'$ — его скорости соответственно до и после столкновения, m_2 — масса второго шара, а $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_2'$ — скорости второго шара до и после столкновения. По закону сохранения импульса

$$m_1 \cdot \Delta\vec{v}_1 + m_2 \cdot \Delta\vec{v}_2 = 0, \quad \text{или}$$

$$m_1 \cdot \Delta\vec{v}_1 = -m_2 \cdot \Delta\vec{v}_2, \quad (1)$$

где $\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_1' - \vec{v}_1$ — изменение скорости первого шара и $\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_2' - \vec{v}_2$ — изменение скорости второго шара при столкновении. Из равенства (1) получаем:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}. \quad (2)$$

Итак, для того чтобы найти отношение $\frac{m_1}{m_2}$ масс шаров, нужно построить векторы $\Delta\vec{v}_1$ и $\Delta\vec{v}_2$ и затем взять обратное отношение $\frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}$ их модулей.

Скорости шаров равны отношениям перемещений шаров между последовательными вспышками лампы к промежутку времени τ между вспышками. Так как значения τ для обоих шаров как до, так и после столкновения одинаковы, то в масштабе $1 : \frac{1}{\tau}$ векторы, изображающие скорости шаров, просто равны векторам перемещений шаров за время между последовательными вспышками лампы. Этим можно воспользоваться для нахождения векторов $\Delta\vec{v}_1$ и $\Delta\vec{v}_2$.

На рисунке 87 задано движение одного из шаров до столкновения. Для того чтобы построить вектор $\Delta\vec{v}_1$, необходимо также знать, как двигался этот шар после столкновения — по ветви II, III или IV? Для того чтобы выяснить это, надо перебрать все возможные варианты (их всего три). При правильном выборе траекторий движения шаров векторы $\Delta\vec{v}_1$ и $\Delta\vec{v}_2$ согласно равенству (1) должны быть направлены в противоположные стороны.

Заметим, что вектор $\Delta\vec{v}$ не меняется при «обращении» движения шара: если бы до столкновения шар *1* двигался по ветви *I*, а после столкновения — по ветви *II*, то вектор $\Delta\vec{v}$ был бы таким же, как и в том случае, когда до столкновения шарик движется по ветви *II*, а после столкновения — по ветви *I*.

Предположим, что к шарику *1* относятся ветви *I* и *II*, а к шарику *2* — ветви *III* и *IV*. Построив для этого случая векторы изменений скоростей шариков (рис. 296, *а*), можно убедиться в том, что они направлены не по одной прямой (на рисунке 296 векторы $\vec{v}_i$ построены для удобства в масштабе $1 : \frac{1}{3\tau}$).

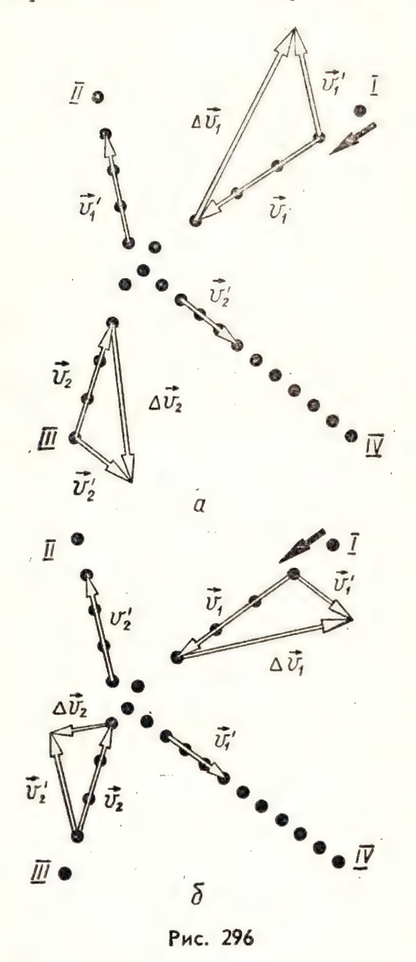


Рис. 296

Следовательно, сделанное предположение не верно. Проверяя так же другие возможные варианты, убеждаемся, что к шару *1* относятся ветви *I* и *IV*, а к шару *2* — ветви *II* и *III* (рис. 296, *б*). Измерив длины векторов, изображающих $\Delta\vec{v}_1$ и $\Delta\vec{v}_2$, получаем:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1} = \frac{1}{3}.$$

Выясним теперь, в каком направлении двигался до столкновения второй шар. Обозначим через τ_1 время между моментом столкновения шаров и последней вспышкой лампы до столкновения. Ясно, что отношение перемещения шара за это время к перемещению шарика за время τ между вспышками равно отношению τ_1 / τ. Измерив указанные перемещения первого шара, находим, что

$$\frac{\tau_1}{\tau} = \frac{11}{19}.$$

Таким же это отношение должно быть и для второго шара. Непосредственным измерением убеждаемся, что этому условию удовлетворяет ветвь *III*. Следовательно, шарик *2* до столкновения двигался по ветви *III*.

270. Сила тока, текущего по цепи при разомкнутом ключе, равна

$$I_1 = \frac{U}{2R} = 1{,}5\ \text{А}.$$

При этом вольтметр показывает напряжение на резисторе $R3$

$$U_1 = I_1 R = 150 \text{ В}.$$

После замыкания ключа (рис. 297) в катушке возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая изменению тока, текущего по катушке. Поэтому в первый момент после замыкания ключа сила тока в катушке равна $I_1 = 1{,}5$ А. Вольтметр в этот момент показывает напряжение на резисторе R_2

$$U_2 = I_2 R.$$

Из равенств

$$I_0 = I_1 + I_2,$$
$$U = I_0 R + I_2 R$$

находим:

$$I_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{U}{R} - I_1\right) = 0{,}75 \text{ А}.$$

В первый момент после замыкания ключа вольтметр покажет напряжение

$$U_2 = I_2 R = 75 \text{ В},$$

а после установления силы тока в цепи — напряжение

$$U_2' = U - I_0' R = U - \frac{U}{R + \frac{R}{2}} R = \frac{1}{3} U = 100 \text{ В}.$$

Итак, сразу после замыкания ключа показание вольтметра скачком падает со 150 В до 75 В, а затем постепенно нарастает до 100 В (рис. 298).

271. На спутник Луны, движущийся по круговой орбите радиуса R, действует со стороны Луны сила притяжения, равная

$$G\frac{M_{Л} m}{R^2} = m g_{Л} \frac{r_{Л}^2}{R^2},$$

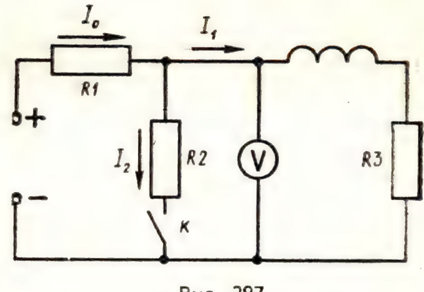


Рис. 297

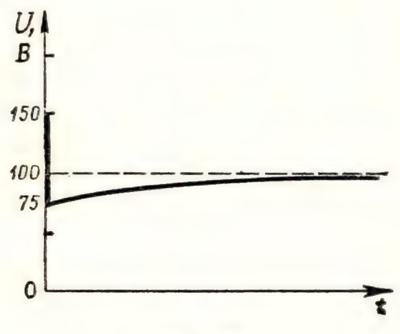


Рис. 298

где $g_{Л} = G\frac{M_{Л}}{r_{Л}^2}$ — ускорение свободного падения у поверхности Луны, $M_{Л}$ — масса Луны, $r_{Л}$ — ее радиус и m — его масса. Эта сила сообщает спутнику центростремительное ускорение

$$\omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2},$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — угловая скорость вращения спутника, T — период его обращения по орбите. Согласно второму закону Ньютона

$$m g_{Л} \left(\frac{r_{Л}}{R}\right)^2 = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

Отсюда

$$T = 2\pi \frac{R}{r_{Л}} \sqrt{\frac{R}{g_{Л}}}.$$

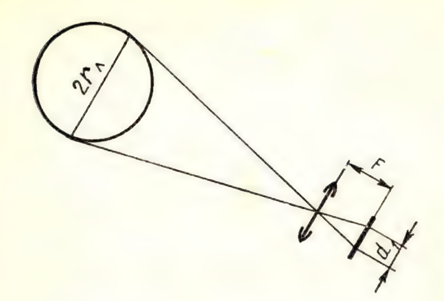


Рис. 299

Входящие в эту формулу неизвестные величины R и $r_л$ можно найти, воспользовавшись данными о фотографиях Луны с Земли и со спутника. Если учесть, что Луна находится от Земли на расстоянии, много большем ее диаметра, и что при фотографировании с Земли изображение Луны получается в фокальной плоскости объектива (рис. 299), можно записать:

$$\frac{d_1}{2r_л} = \frac{F}{L},$$

откуда

$$r_л = \frac{d_1 L}{2F},$$

где d_1 — диаметр изображения, L — расстояние от Земли до Луны, F — фокусное расстояние линзы.

При фотографировании со спутника (рис. 300) на пленке получается изображение части поверхности Луны, ограниченной касательными OA и OB. Из подобия треугольников OMN и OCB имеем:

$$\frac{|BC|}{|MN|} = \frac{R}{|ON|},$$

или

$$\frac{2r_л}{d_2} = \frac{R}{a},$$

где

$$a = \sqrt{F^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}.$$

Отсюда

$$R = \frac{2r_л}{d_2} = \frac{d_1 L}{d_2 F} a.$$

Подставив найденные выражения для $r_л$ и R в формулу для периода T, получим:

$$T = 4\pi \frac{a}{d_2} \sqrt{\frac{d_1 L}{g_л d_2 F} a} \approx$$

$$\approx 6{,}23 \cdot 10^4 \text{ с}.$$

272. При равновесии число частиц в полости должно оставаться постоянным. Это означает, что число частиц, которые за время Δt попадают в полость, должно быть равно числу частиц, вылетающих за это время из полости. Используя формулу для числа частиц, попадающих в газе на площадку площадью S, можно число частиц N, попадающих в полость, выразить так:

$$N = N_1 + N_2 = \frac{1}{2} n_1 S \overline{|v_{X_1}|} \times$$

$$\times \Delta t + \frac{1}{2} n_2 S \overline{|v_{X_2}|} \Delta t,$$

где n_1 и n_2 — значения концентрации частиц, соответственно в левом и правом объемах, $\overline{|v_{X_1}|}$, $\overline{|v_{X_2}|}$ — соответственно средние значения модулей проекций скоростей частиц в этих объемах на ось X, перпендикулярную отверстиям.

Число же частиц N_0, которые за это же время вылетают из полости через отверстия общей площадью $2S$, равно

$$N_0 = 2 \cdot \frac{1}{2} n S \overline{|v_X|} \Delta t,$$

где n — концентрация частиц в полости, $\overline{|v_X|}$ — среднее значение модуля проекции частиц на ось X. Приравнивая N и N_0, получим:

$$n_1\overline{|v_{X_1}|} + n_2\overline{|v_{X_2}|} = 2n\overline{|v_X|},$$

где $\overline{|v_{X_1}|}$, $\overline{|v_{X_2}|}$ и $\overline{|v_X|}$ пропорциональны средним квадратичным скоростям $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ и $\bar{v}$ частиц. Поэтому можно записать:

$$n_1\bar{v}_1 + n_2\bar{v}_2 = 2n\bar{v}.$$

Среднеквадратичная скорость частиц определяется формулой

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

где m — масса молекулы и T — температура газа, k — постоянная Больцмана.

Концентрацию же частиц можно найти из формулы $p = nkT$ для давления p газа:

$$n = \frac{p}{kT}.$$

Используя эти выражения для v и n, получим:

$$p_1T_1^{-\frac{1}{2}} + p_2T_2^{-\frac{1}{2}} = 2p_nT_n^{-\frac{1}{2}}.$$

Так как $p_1 = p_2 = p$, $T_1 = T$ и $T_2 = 2T$, то

$$pT^{-\frac{1}{2}} + p\,(2T)^{-\frac{1}{2}} = 2p_nT_n^{-\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

Не меняется в полости и полная энергия частиц. Это означает, что энергия, приносимая N частицами, влетающими в полость, уносится N_0 частицами, вылетающими из полости. Но средняя энергия, приходящаяся на одну частицу, равна $\frac{3}{2}kT$. Следовательно, частицы, попадающие за время Δt в полость, приносят энергию

$$E = \frac{1}{2}n_1S\overline{|v_{X_1}|}\cdot\Delta t\cdot\frac{3}{2}kT_1 + \frac{1}{2}n_2S\overline{|v_{X_2}|}\cdot\Delta t\cdot\frac{3}{2}kT_2,$$

а частицы, улетающие из полости, уносят за это время энергию

$$E_0 = \frac{1}{2}nS\overline{|v_X|}\cdot\Delta t\cdot\frac{3}{2}kTn.$$

Приравнивая E и E_0, получим:

$$pT^{\frac{1}{2}} + p\,(2T)^{\frac{1}{2}} = 2p_nT_n^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

Решая уравнения (1) и (2) совместно, найдем:

$$T_n = \sqrt{2}T,\ p_n = \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt[4]{2}}\,p.$$

273. На протон, движущийся со скоростью $\vec{v}$ в плоскости рисунка в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, перпендикулярном плоскости рисунка (см. рис. 90), действует сила Лоренца

$$F_л = evB.$$

Эта сила сообщает протону центростремительное ускорение

$$a = \frac{v^2}{R},$$

где R — радиус кривизны траектории. По второму закону

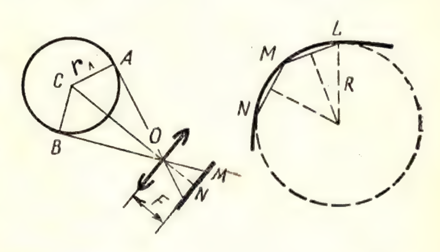


Рис. 300 Рис. 301

Ньютона

$$evB = \frac{v^2}{R} m_p,$$

откуда

$$v = \frac{eBR}{m_p}.$$

Кинетическая энергия протона, следовательно, равна

$$W_к = \frac{m_p v^2}{2} = \frac{(eBR)^2}{2m}.$$

Радиус кривизны R траектории можно определить следующим образом.

Выделим вблизи точки M (рис. 301) траектории две точки: L и N. Проведем хорды LM и NM и восставим в их серединах перпендикуляры.

Точка пересечения перпендикуляров совпадает с центром окружности, дугой которой является участок LN траектории.

Определив радиусы кривизны траектории протона, вычисляют его кинетическую энергию W_k:

$$W_k = 0{,}1 \text{ МэВ}.$$

Уменьшение радиуса кривизны траектории свидетельствует об уменьшении скорости протона (энергия протона расходуется на ионизацию среды, в которой он движется).

Для реакции деления ядра X можно записать следующее уравнение:

$${}^{M}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \rightarrow 2{}^{4}_{2}He + 2{}^{1}_{1}H + k\,{}^{1}_{0}n.$$

Из закона сохранения заряда следует, что $Z = 6$. Следовательно, X представляет собой ядро углерода ${}^{12}_{6}C$ (в камере, очевидно, находился стабильный изотоп, поэтому $M = 12$). Из закона сохранения массы находим k:

$$k = 12 + 1 - 8 - 2 = 3.$$

Окончательно реакция запишется так:

$${}^{12}_{6}C + {}^{1}_{0}n \rightarrow 2{}^{4}_{2}He + 2{}^{1}_{1}H + 3{}^{1}_{0}n.$$

274. 1. Если через лампу и резистор r течет ток I, то напряжение U на лампочке равно

$$U = \mathscr{E} - Ir. \qquad (1)$$

График U (I) этой зависимости (рис. 302) называется нагрузочной прямой. Точка пересечения нагрузочной прямой с вольт-амперной характеристикой лампы определяет значения U и I:

$I = 0{,}24$ А, $\qquad U = 1{,}6$ В.

2. Для того чтобы разность потенциалов между точками A и B была равна нулю, напряжение на нижней части реостата должно быть равно напряжению U на лампочке. Это условие будет выполнено, если

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{U}{\mathscr{E} - U},$$

или

$$\frac{R}{R - R_1} = \frac{U}{\mathscr{E} - U}, \qquad (2)$$

где R_1 и R_2 — сопротивления нижней (по схеме) и верхней частей потенциометра ($R_1 + R_2 = R$). Отсюда

$$R_1 = R\frac{U}{\mathscr{E}} = 16 \text{ Ом}, \quad R_2 = 24 \text{ Ом}.$$

3. При изменении ЭДС источника меняется напряжение на всех элементах схемы. Для того чтобы ΔU_{AB} было минимальным, изменение напряжения на лампочке должно быть равно изменению напряжения на нижней (по схеме) части реостата.

Сопротивление лампочки зависит от напряжения на ней. При небольших изменениях напряжения вблизи «рабочей точки» лампочки можно считать, что $\Delta I \sim \Delta U$. Это соответствует замене самой вольт-амперной характеристики вблизи рабочей точки касательной к ней.

Следовательно, вблизи рабочей точки лампочка ведет себя как резистор с сопротивлением

$$r_л = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \operatorname{ctg}\beta, \qquad (3)$$

где β — угол наклона касательной.

Величину $r_л$ называют дифференциальным сопротивлением. Оно определяет не соотношение между напряжением и током на лампочке, а отношение их изменений.

Проведя касательную (см. рис. 302), найдем, что в рассматриваемом случае

$$r_л = 12{,}5 \text{ Ом}.$$

Так как напряжение на лампочке определяется формулой (1), то

$$\Delta U = \Delta\mathscr{E} - \Delta I \cdot r.$$

Но

$$\Delta I = \frac{\Delta U}{r_л}.$$

Следовательно,

$$\Delta U = \Delta\mathscr{E} - \frac{\Delta U \cdot r}{r_л}.$$

Отсюда

$$\Delta U = \Delta\mathscr{E}\frac{r_л}{r + r_л}. \qquad (4)$$

Из соотношения (2) следует, что напряжение на нижней части реостата равно

$$U_1 = \mathscr{E}\frac{R_1}{R}.$$

Поэтому

$$\Delta U_1 = \Delta\mathscr{E}\frac{R_1}{R}. \qquad (5)$$

Приравняв ΔU_1 и ΔU, получим:

$$\frac{r_л}{r + r_л} = \frac{R_1}{R},$$

откуда

$$R_1 = 18 \text{ Ом}.$$

При этом $U_{AB} \approx 0{,}6$ В, и при изменении ЭДС $\mathscr{E}$ на величину, лежащую в пределах $-1 \text{ В} < \Delta\mathscr{E} < 1$ В, значение U_{AB} меняется менее, чем на 0,03 В. Рассмотренное устройство может служить стабилизатором небольших напряжений.

275. Для определения плотности металла $\rho_м$ необходимо знать его массу $m_м$ и объем $V_м$:

$$\rho_м = \frac{m_м}{V_м}.$$

Массу металла легко определить по разности масс двух заданных кусков:

$$m_м = M_2 - M_1.$$

Объем металла равен разности объемов двух кусков пластилина:

$$V_м = V_2 - V_1.$$

Объемы V_1 и V_2 находят, определив на опыте вес P_1 и P_2

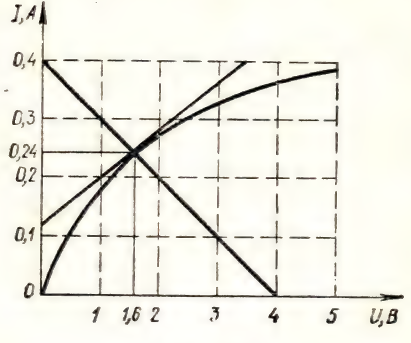


Рис. 302

каждого из кусков в воде:

$$V_1 = \frac{M_1 g - P_1}{\rho_0 g}, \quad V_2 = \frac{M_2 g - P_2}{\rho_0 g},$$

где ρ_0 — плотность воды. Для плотности металла получаем:

$$\rho_{м} = \frac{(M_2 - M_1)\rho_0 g}{(M_2 - M_1) g - (P_2 - P_1)}.$$

276. Внутри коробочки находится механическое устройство, схема которого показана на рисунке 93, *б*. Оно состоит из рейки, к которой прикреплены жесткие тяги и пружина. Точка 0 делит длину рейки в отношении 1 : 2. Исследование устройства сводится к тому, что при фиксированном положении одной из тяг измеряют смещения остальных. Так, если при фиксированном положении тяги B сместить на некоторое расстояние x конец D, то тяга C оказывается неподвижной, а конец B смещается на $\frac{3}{2}x$. Если фиксировать положение концов A и B, то можно установить, что связь D жесткая, а в связи C имеется пружина. Измеряя силу F_0 растяжения пружины динамометром и смещение x_0 конца C, находим жесткость этой пружины:

$$k = \frac{F_0}{x_0}; \quad k = 100 \text{ Н/м}.$$

«Черный ящик», предложенный ученикам 9 класса, содержал устройство, схема которого представлена на рисунке 93, *а*.

277. Считая, что при откачивании воздуха из-под стеклянного колпака объемом V_0, который нетрудно измерить геометрическим путем, температура воздуха не изменяется, можно на основании закона Бойля — Мариотта записать:

$$p_0 V_0 = p_1 (V_0 + \Delta V),$$
$$p_1 V_0 = p_2 (V_0 + \Delta V),$$

где p_0 — атмосферное давление, p_1 — давление под колпаком после первого цикла работы насоса, p_2 — давление под колпаком после второго цикла работы насоса. Исключая из этих равенств p_1 и решая систему относительно p_2, получаем:

$$p_2 = \frac{p_1 V_0}{V_0 + \Delta V} = p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + \Delta V}\right)^2.$$

Для повышения точности измерений нужно число n циклов работы насоса увеличить, но не очень сильно, так как в противном случае ошибка возрастает в связи с негерметичностью пространства под колпаком. Давление под колпаком после n-го цикла равно

$$p_n = p_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + \Delta V}\right)^n. \qquad (1)$$

Измерив давление газа под колпаком после n и m циклов, получаем два уравнения, можно найти оба неизвестных: атмосферное давление p_0 и объем воздуха ΔV, удаляемого насосом за один цикл.

В предоставленном оборудовании вакуумная тарелка с колпаком имела ртутный манометр, который измерял давление p_n под колпаком. Кроме того, в распоряжении учащихся был стрелочный манометр, который показывал разность давлений:

$$\Delta p = p_0 - p_n.$$

Таким образом, атмосферное давление равно сумме пока-

заний двух манометров:

$$p_0 = p_{\text{п}} + \Delta p.$$

Из равенства (1), зная p_0, находим ΔV:

$$\lg\left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right) = \frac{1}{n} \lg \frac{p_0}{p_n}.$$

278. Наиболее точный метод выполнения работы заключался в следующем. Собиралась установка, с помощью которой на экране получалось сфокусированное линзой изображение лампы. Затем при том же расстоянии между лампой и линзой устанавливалась за линзой кювета длиной l с жидкостью. Это привело к удалению изображения лампы вследствие двухкратного преломления света в кювете, которую можно рассматривать как параллельную пластину. Перемещая экран на расстояние X, можно снова добиться резкого изображения лампы на экране (рис. 303). Смещение x изображения зависит от показателя преломления n воды в кювете (толщиной стеклянных стенок кюветы пренебрегаем) и от длины l кюветы. Действительно, как видно из рисунка 304,

$$|OA| \operatorname{tg} \beta = |OC| \operatorname{tg} \alpha.$$

Но

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Поэтому

$$|OC| = \frac{l}{n}.$$

Так как

$$x = l - |OC| = l\frac{n-1}{n},$$

то

$$n = \frac{l}{l-x}.$$

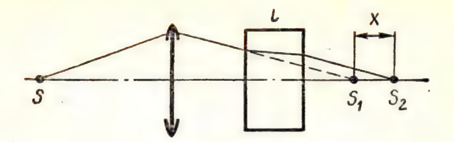


Рис. 303

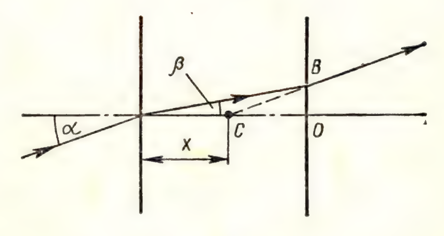


Рис. 304

279. С помощью имеющегося оборудования можно было определить следующие параметры жидкости: плотность, удельное сопротивление, поверхностное натяжение.

Плотность жидкости ρ находят по формуле

$$\rho = \frac{F_{\text{А}}}{gV},$$

где $F_{\text{А}}$ — архимедова сила, действующая на груз объемом V. Архимедова сила измеряется по разности показаний динамометра p_1 и p_2, соответствующих нахождению груза, подвешенного к нему, в воздухе и в воде:

$$F_{\text{А}} = P_1 - P_2.$$

Объем тела определяется с помощью измерительного цилиндра.

Поверхностное натяжение σ находят по формуле

$$\sigma = \frac{F}{2l},$$

где F — сила, с которой следует поднимать спираль длиной l.

изготовленной из проволоки. Спираль позволяет увеличить длину проволоки, а следовательно, и силу F.

Силу, необходимую для отрыва проволочной спирали от поверхности жидкости, можно определить с помощью резинового жгута, предварительно отградуированного по показаниям динамометра.

Для определения удельного сопротивления жидкости ρ собирается установка по рисунку 305. Сопротивление жидкости между электродами определяется по показаниям амперметра и вольтметра:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Так как

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

то

$$\rho = \frac{RS}{l} = \frac{US}{Il},$$

где l — расстояние между электродами, S — площадь погруженной части пластины.

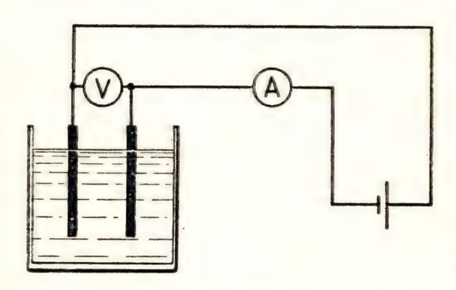


Рис. 305

280. Построив нагрузочную прямую (см. задачу 274), найдем напряжение на лампочке и силу тока, идущего через нее (рис. 306): $U = 5,4$ В, $I = 1,1$ А. Поэтому

$$P = UI \approx 6 \text{ Вт}.$$

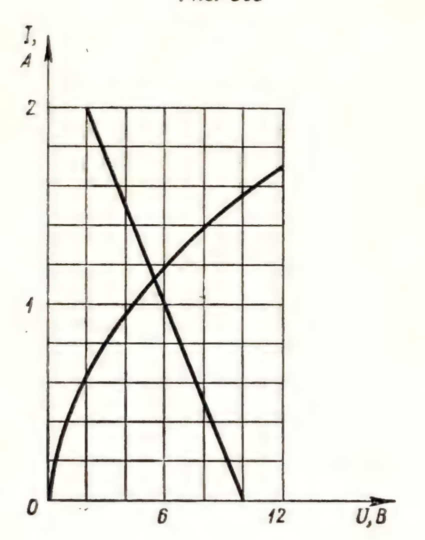


Рис. 306

281. Если массы осколков равны m_1 и m_2, то расстояния r_1 и r_2 от осколков до центра масс в любые моменты времени должны быть такими, чтобы

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Центр же масс системы движется так, как двигалась бы частица с массой $M = m_1 + m_2$ под действием сил, приложенных к телам системы. В рассматриваемом случае центр масс системы продолжает двигаться по той же параболе, по которой он двигался до разрыва снаряда.

Нетрудно найти последовательные положения центра масс. Из рисунка 307 видно, что точка a — вершина параболы. Это означает, что предыдущая и последующая точки нахождения снаряда (b и b') лежат на одной горизонтали. Следовательно, центр масс си-

стемы после разрыва снаряда лежит на тех же горизонтальных прямых, что и точки c, d, e, f, g, причем расположены они симметрично этим точкам относительно вертикали, проходящей через точку a.

Проведем теперь прямую AB. Она проходит через положение e' центра масс и делится точкой e' в отношении 1 : 2. Следовательно,

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}.$$

Для того чтобы найти положение второго осколка, проводят прямые через последовательные точки, в которых находился первый осколок и соответствующие положения центра масс. Затем откладывают от центра масс на этих прямых отрезки, равные половине соответствующих расстояний между первым осколком и центром масс (см. рис. 307).

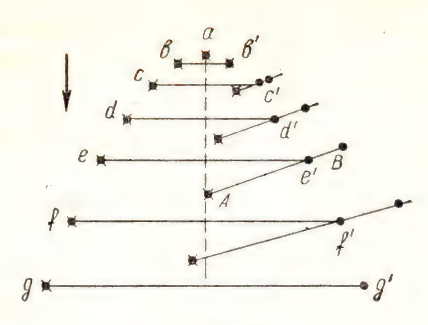


Рис. 307

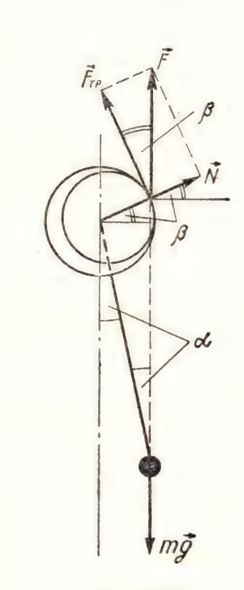


Рис. 308

282. Вода начинает вытекать, когда ее сила давления на дно кастрюли уравновешивает силу тяжести:

$$mg = p\,(S_1 - S_2).$$

Так как

$$p = \rho g\,(H - h),$$

то

$$H - h = \frac{m}{\rho\,(S_1 - S_2)},$$

или

$$H = h + \frac{m}{\rho\,(S_1 - S_2)}.$$

283. При равновесии маятника сумма моментов всех действующих на него сил относительно точки касания втулки маятника с осью должна быть равна нулю. Так как, кроме сил трения ($F_{тр}$) и нормальной реакции оси ($\vec{N}$), моменты которых равны нулю, на маятник действует лишь сила тяжести, то ясно, что точка касания должна лежать на одной вертикали с грузом (рис. 308). Радиус, проведенный в точку касания, составляет при этом с горизонталью угол β, удовлетворяющий условию

$$R \cos\beta = l \sin\alpha, \qquad (1)$$

где α — угол, который маятник составляет с вертикалью.

С другой стороны,

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{N}{F_{\text{тр}}} = \frac{1}{\mu}.$$

Поэтому

$$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\beta}} = \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}. \quad (2)$$

Из равенства (1) и (2) находим $\sin\alpha$:

$$\sin\alpha = \frac{R}{l}\cos\beta = \frac{R}{l}\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}.$$

284. Гейзер начинает выбрасывать воду, когда давление насыщенного пара в пузырьках, образующихся у основания канала, станет равным сумме атмосферного давления p_a и гидростатического давления столба воды высотой $h = 90$ м:

$$p = p_a + \rho gh \approx 9{,}8 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

Из графика (рис. 99) видно, что такое значение давление насыщенных паров принимает при температуре $t_1 = 180$ °С. Такой же будет и температура воды в резервуаре.

Гейзер прекращает работу, когда давление паров станет равным атмосферному. Температура паров и воды в резервуаре при этом будет равна $t_2 = 100$ °С. Энергия, выделяющаяся при остывании воды в резервуаре на $\Delta t = t_1 - t_2 = 80$ °С, идет на испарение части воды; образующийся пар выбрасывается наружу. Обозначим через m массу испаряющейся воды и через M — массу воды в резервуаре гейзера ($M \gg m$). По закону сохранения энергии

$$cM \cdot \Delta t = \lambda m,$$

откуда

$$\frac{m}{M} = \frac{c \cdot \Delta t}{\lambda} \approx 0{,}15.$$

При извержении гейзер теряет около 15% воды.

285. Вертолет (или модель) удерживается в воздухе благодаря силе реакции, возникающей, когда винт отбрасывает воздушную струю. На вертолет со стороны отбрасываемой струи согласно третьему закону Ньютона действует сила, равная по модулю силе, действующей на струю. Обозначим через ρ плотность воздуха, через S площадь струи и через $\vec{v}$ ее скорость. За время Δt винтом «отбрасывается» вниз объем воздуха $V = Sv \cdot \Delta t$ с массой $m = \rho Sv \cdot \Delta t$. Изменение импульса этого воздуха равно

$$\Delta p = mv = \rho Sv^2 \cdot \Delta t.$$

Согласно II закону Ньютона на отбрасываемый воздух действует сила

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \rho Sv^2. \quad (1)$$

Эта сила уравновешивает силу тяжести, действующую на вертолет:

$$\rho Sv^2 = Mg,$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{Mg}{\rho S}}.$$

Мощность же двигателя равна энергии, сообщаемой воздуху за 1 *с*:

$$N = \frac{mv^2}{2 \cdot \Delta t} = \frac{\rho Sv^3}{2}, \quad (2)$$

или

$$N = \frac{1}{2}Mg\sqrt{\frac{Mg}{\rho S}}. \quad (3)$$

Так как масса M вертолета пропорциональна его объему, т. е. кубу линейных размеров (L^3), а площадь отбрасываемой струи — квадрату линейных размеров (L^2), то из формулы (3) следует, что

$$N \sim L^{7/2}.$$

Это означает, что отношение мощностей двигателей вертолета и модели должно быть равно отношению их линейных размеров в степени 7/2:

$$\frac{N}{N_{\text{мод}}} = \left(\frac{L}{L_{\text{мод}}}\right)^{7/2} = 10^{7/2}.$$

Отсюда

$$N = N_{\text{мод}} \cdot 10^{7/2} \approx 96 \text{ кВт}.$$

286. При зарядке конденсатора до напряжения $u = \mathcal{E}$ по цепи проходит заряд $q = C\mathcal{E}$. Источник тока (сторонние силы в источнике) совершает работу

$$A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2.$$

Энергия, запасаемая в электростатическом поле конденсатора

$$W_{\text{к}} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2},$$

равна лишь половине этой работы. Вторая половина идет на нагревание резистора R и самого источника. Энергия W_1, выделяющаяся в резисторе, и энергия W_2, обусловливающая нагрев источника, выражаются так:

$$W_1 = I^2R \cdot \Delta t \quad \text{и} \quad W_2 = I^2r \cdot \Delta t.$$

Следовательно,

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{R}{r} \quad \text{и} \quad W_1 + W_2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Отсюда найдем, что при зарядке конденсатора в резисторе R выделяется энергия

$$W_1 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}\,\frac{R}{R+r}.$$

При разрядке конденсатора в резисторе выделится дополнительно энергия

$$W_{\text{к}} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}.$$

Следовательно, за период колебаний переключателя всего в резисторе выделяется энергии

$$W = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}\left(1 + \frac{R}{R+r}\right).$$

Мощность электрического тока в резисторе равна

$$N = f\frac{C\mathcal{E}^2}{2}\left(1 + \frac{R}{R+r}\right) \approx 11 \text{ Вт},$$

где f — число переключений в 1 с.

КПД цепи равен

$$\eta = \frac{fW}{fA} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{R}{R+r}\right) \approx$$
$$\approx 0{,}545.$$

При непосредственном подключении резистора R к источнику по цепи будет идти ток

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}.$$

При этом мощность источника будет равна

$$N_{\text{ист}} = I\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r},$$

а мощность электрического тока в резисторе —

$$I^2R = \frac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2}.$$

КПД при этом будет равен

$$\eta' = \frac{R}{R+r} \approx 0{,}09,$$

т. е. значительно меньше, чем в первом случае.

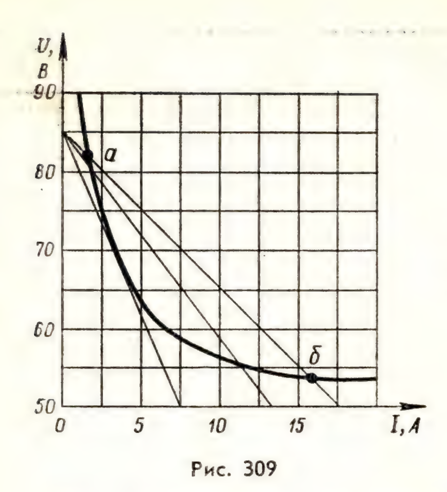


Рис. 309

287. Напряжение U на «дуге» при включении ее последовательно с балластным резистором сопротивлением R определяется формулой

$$U = U_0 - IR, \qquad (1)$$

где I — сила тока в цепи.

Это уравнение можно решать графически, сопоставляя вычерченные на одной координатной плоскости вольт-амперную характеристику дуги $U = U(I)$ и нагрузочную прямую $U = U_0 - IR$ (рис. 309). Точки a и $б$ пересечения нагрузочной прямой с вольт-амперной характеристикой дуги[1] $U(I)$ определяют возможные значения силы тока и напряжения на дуге. Если у нагрузочной прямой нет общей точки с вольт-амперной характеристикой дуги, то горение дуги невозможно. Следовательно, максимально возможному сопротивлению R соответствует касательная к графику $U(I)$, чем и определяется максимальное значение сопротивления резистора:

$$R = \frac{\Delta U}{\Delta I} = 5 \text{ Ом}.$$

[1] Точка a соответствует неустойчивому, а точка $б$ — устойчивому горению дуги.

288. Обозначим через T_1 температуру чая и через T_2 температуру в комнате. Сталкиваясь с теплой стенкой, молекулы воздуха в колбе приобретают кинетическую энергию[2]:

$$E_1 = \frac{3}{2} kT_1.$$

После же столкновения с холодной стенкой кинетическая энергия молекул становится равной

$$E_2 = \frac{3}{2} kT_2.$$

Таким образом, молекулой переносится энергия

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{3}{2} k (T_1 - T_2).$$

Число столкновений молекул со стенками площадью S за время Δt равно

$$Z = \frac{1}{2} n \overline{|v_X|} S \Delta t, \qquad (1)$$

где n — концентрация молекул и $\overline{|v_X|}$ — среднее значение модуля проекции скорости молекул на ось X, перпендикулярную стенке. Для оценки можно принять, что

$$3 \overline{|v_X|}^2 = v^2,$$

или

$$\overline{|v_X|} = \frac{1}{\sqrt{3}} v.$$

Среднеквадратичная скорость v определяется формулой

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

[2] Конечно, следовало бы учитывать все степени свободы молекулы, но для оценки это не существенно.

где M — молярная масса газа и T — средняя температура в колбе. Так как значения T_1 и T_2 близки ($T_1 = 363$ К, $T_2 = 300$ К), то можно принять:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2).$$

Из основного уравнения кинетической теории газов

$$p = nkT$$

выражаем концентрацию молекул:

$$n = \frac{p}{kT}.$$

Теперь можно формулу (1) переписать в следующем виде:

$$Z = \frac{1}{2}\frac{p}{kT}\sqrt{\frac{kT}{M}}S \cdot \Delta t. \qquad (1^1)$$

Это означает, что за время Δt переносится энергия

$$W = Z \cdot \Delta E = \frac{3}{2}p\frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \times \sqrt{\frac{R(T_1 + T_2)}{2M}}S \cdot \Delta t. \qquad (2)$$

Для того чтобы 1 кг чая в термосе остыл от температуры $T_1 = 363$ К до температуры $T_1' = 243$ К, должна быть перенесена энергия

$$W = mc(T_1 - T_1').$$

Подставляя это выражение для W в формулу (2), найдем необходимое для остывания чая время Δt:

$$\Delta t = \frac{2mc(T_1 - T_1')(T_1 + T_2)}{3p(T_1 - T_2)S} \times \sqrt{\frac{2M}{R(T_1 + T_2)}} \approx 1{,}7 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 5 \text{ ч}.$$

289. Напряжение U_0 на входе системы равно сумме напряжения U на дуге и напряжения U_1 на резисторе. Так как

$$U_1 = IR,$$

где I — ток в цепи и R — сопротивление резистора, то

$$U_0(I) = U(I) + IR.$$

Напряжение U на дуге убывает при увеличении I и при больших токах стремится к постоянному значению c. Это означает, что при больших токах зависимость $U_0(I)$ должна стать линейной:

$$U_0 = IR + c,$$

причем тангенс угла наклона графика $U = U(I)$ равен R:

$$\frac{\Delta U_0}{\Delta I} = R.$$

Из рисунка 310 видно, что при $I > 15$ А график $U_0(I)$ представляет собой практически прямую. Из рисунка находим:

$$R = \frac{25}{17{,}5} \text{ Ом} \approx 1{,}4 \text{ Ом}.$$

Для того чтобы построить вольт-амперную характеристику дуги $U(I)$, надо, как показано на рисунке 310, из значений $U_0(I)$ вычитать соответствующие значения

$$U_R = IR.$$

Далее задача решается так же, как задача 287. Для макси-

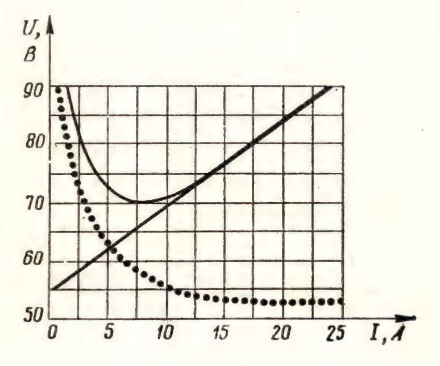


Рис. 310

мального значения сопротивления резистора находим:

$$R_{max} \approx 5 \text{ Ом}.$$

290. Хотя конденсатор заряжается от источника $Б_1$, ЭДС которого $\mathscr{E}_1$, напряжение на конденсаторе из-за наличия катушки индуктивности может быть и больше $\mathscr{E}_1$. Это связано с тем, что, когда напряжение на конденсаторе равно $\mathscr{E}_1$ и ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_c$ в катушке равна нулю (так как $\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_c = \mathscr{E}_1$), сила тока в катушке максимальна и в катушке запасена энергия

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Действительно, так как

$$\mathscr{E}_L = -L\frac{dI}{dt},$$

то

$$\frac{dI}{dt} = 0,$$

и, следовательно, сила тока в катушке максимальна. В дальнейшем сила тока в катушке уменьшается и в ней возбуждается ЭДС самоиндукции, направленная так же, как $\mathscr{E}_1$. Вследствие этого конденсатор продолжает заряжаться, пока не будет израсходована энергия, запасенная ранее в катушке.

Если бы диод и источник $Б_2$ отсутствовали, то конденсатор зарядился бы до напряжения, которое можно найти следующим образом. Работа источника

$$A = q\mathscr{E}_1$$

равна сумме энергий, запасенных в катушке $W_{кат}$ и конденсаторе:

$$q\mathscr{E}_1 = \frac{CU^2}{2} + W_{кат}.$$

Напряжение на конденсаторе максимально при $W_{кат} = 0$. При этом

$$q = CU_{max}.$$

Поэтому

$$CU_{max}\mathscr{E}_1 = \frac{CU_{max}^2}{2},$$

откуда

$$U_{max} = 2\mathscr{E}_1.$$

Если $\mathscr{E}_2 < 2\mathscr{E}_1$, то диод «откроется», когда напряжение на конденсаторе станет равным $\mathscr{E}_2$; при этом ток пойдет через диод и источник $Б_2$. Конденсатор при этом перестанет заряжаться и напряжение на нем будет оставаться равным $\mathscr{E}_2$. Ток прекратится, когда станет равной нулю энергия, запасенная в катушке.

Обозначим через q_1 заряд, прошедший к этому времени через источник $Б_1$, и через q_2 заряд, прошедший через источник $Б_2$. Тогда из закона сохранения энергии следует, что

$$q_1\mathscr{E}_1 = \frac{C\mathscr{E}_2^2}{2} + q_2\mathscr{E}_2. \qquad (1)$$

Так как разность $q_1 - q_2$ равна заряду конденсатора $q = CU$, то

$$q_1 = CU + q_2.$$

Подставив это выражение для q_1 в уравнение (1), получим:

$$C\mathscr{E}_2\mathscr{E}_1 + q_2\mathscr{E}_1 = \frac{C\mathscr{E}_2^2}{2} + q_2\mathscr{E}_2,$$

откуда

$$q_2 = \frac{C\mathscr{E}_2}{2}\,\frac{2\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1}.$$

291. Эта задача решается так же, как задача 216. Если принять, что размер лица 22 см, ширина ладони примерно 9 см

расстояние от лица до ладоней вытянутых рук 50 см и что точка, получившаяся на фотографии резко, находится посередине между лицом и ладонями, то можно найти:

1) $F \approx 9$ см, 2) $x \approx 50$ см, 3) $l \approx 40$ см,

4) объектив фотоаппарата задиафрагмирован до $d = 2{,}2$ мм. Относительное отверстие объектива (отношение диаметра отверстия к фокусному расстоянию) равно 1/40.

292. Метод сравнения плотности разных жидкостей основан на зависимости архимедовой силы F от плотности жидкости. Если в две жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2 последовательно погрузить одно и то же твердое тело объемом V, то на него будут действовать архимедовы силы

$$F_1 = \rho_1 V g, \qquad F_2 = \rho_2 V g.$$

Отсюда

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{F_1}{F_2}. \qquad (1)$$

Уравновесив грузы на рычаге, устанавливаем, что массы грузов одинаковы (плечи рычага оказываются одинаковыми). Если один из грузов погрузить в жидкость (рис. 311, *а*, *б*), то для равновесия рычага необходимо будет подобрать определенное соотношение плеч. При погружении в первую жидкость (рис. 311, *а*) условие равновесия рычага запишется так:

$$(mg - F_1)l = mgl_1, \qquad (2)$$

где l и l_1 — плечи сил $m\vec{g} + \vec{F}_1$ и $m\vec{g}$. При погружении того же груза в другую жидкость (рис. 311, *б*) равновесие

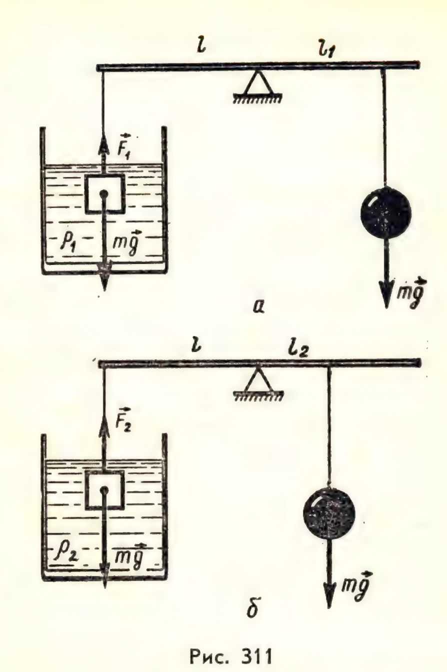


Рис. 311

рычага может быть восстановлено изменением плеча одной из сил:

$$(mg - F_2)l = mgl_2, \qquad (3)$$

где l и l_2 — плечи сил $m\vec{g} + \vec{F}_2$ и $m\vec{g}$.

Из выражений (2) и (3) получим:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l - l_1}{l - l_2},$$

откуда

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{l - l_1}{l - l_2}. \qquad (4)$$

293. С помощью листов белой и копировальной бумаги фиксируется место падения шара после его скатывания по свободному лотку и измеряется дальность полета s шара (рис. 312, *а*). Отсюда следует, что скорость шара к моменту нача-

ла его свободного полета определяется по формуле

$$v = \frac{s}{t},$$

где t — время падения шара.

Поставив на горизонтальный участок лотка второй шар (равной или меньшей массы), измеряют дальности полета s_1 и s_2 обоих шаров после их столкновения (рис. 312, *б*). Скорости шаров после столкновения равны

$$v_1 = \frac{s_1}{t}, \quad v_2 = \frac{s_2}{t}.$$

Так как время падения шаров во всех опытах одинаково, то для проверки закона сохранения импульса достаточно проверить выполнение соотношения

$$m_1 s = m_1 s_1 + m_2 s_2, \qquad (1)$$

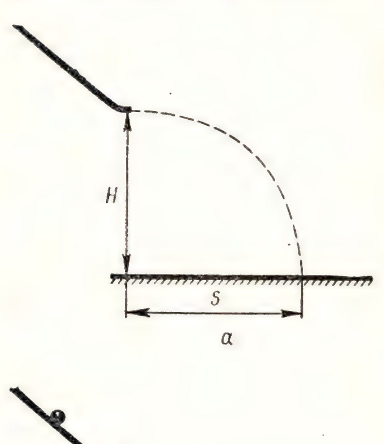
где m_1 и m_2 — массы сталкивающихся шаров.

Для того чтобы сделать вывод о выполнимости или невыполнимости закона сохранения импульса в этом эксперименте, необходимо оценить погрешности измерений расстояний s, s_1 и s_2 (массы шаров измерялись с гораздо большей точностью). Следует иметь в виду, что в опыте не учитывается вращение шаров, возникающее при их скатывании по лотку. При столкновении шаров одинаковой массы движущийся шар должен остановиться в результате полной передачи импульса второму шару. Однако из-за вращения он после столкновения движется по горизонтальному участку лотка. При использовании гладких стальных шаров закон сохранения импульса в пределах погрешностей измерений выполняется, так как такие шары в значительной степени не скатываются, а соскальзывают с лотка.

294. Основные замечания к этой задаче в основном те же, что и к задаче 293. Проверка закона сохранения энергии сводится к проверке выполнения равенства

$$m_1 s^2 = m_1 s_1^2 + m_2 s_2^2.$$

В зависимости от материала шара и качества его обработки шар проходит различные пути в режиме скольжения и качения. Чем больше проскальзывание шара при его движении по лотку, тем лучше выполняются законы сохранения импульса и энергии в этом опыте. Наи-



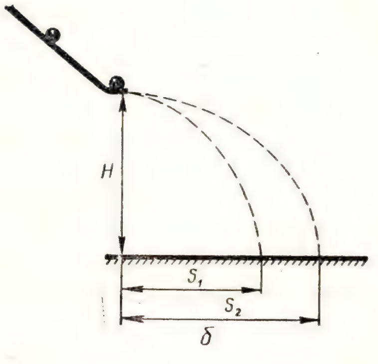


Рис. 312

большее проскальзывание получается у стального шарика, наименьшее — у алюминиевого. В этом легко было убедиться, отпуская с одной и той же высоты стальной, пластмассовый и алюминиевый шары: стальной шар при этом летит существенно дальше других.

295. Произведенные с помощью омметра измерения дали следующие значения сопротивлений:

$R_{12} = 2$ кОм, $R_{21} = 30$ кОм,
$R_{13} = 8$ кОм, $R_{31} = 45$ кОм,
$R_{23} = 8{,}5$ кОм, $R_{32} = 15$ кОм.

При измерении сопротивления диода (такого же, как и в коробочке) в прямом направлении (при прежнем режиме омметра) получено значение 2 кОм, а в обратном направлении омметр показывает ∞.

Из полученных данных следует, что при условии одинаковости резисторов устройство в «черном ящике» имеет электрическую схему, изображенную на рисунке 106. Сопротивления резисторов, исходя из результатов опыта, легко определить:

$$R = \frac{R_{21}}{2} \approx \frac{R_{31}}{3} = R_{32} \approx 15 \text{ кОм}.$$

Так как диод — нелинейный элемент, то его сопротивление существенно изменяется в различных режимах. Следовательно, измерять сопротивление диода в прямом направлении следовало, подключая его последовательно к различным клеммам «черного ящика»; при этом определяется сопротивление диода в том режиме, при котором производится измерение.

296. Чтобы определить емкость конденсатора C_1, подключают звуковой генератор к клеммам *1* и *2* и измеряют напряжение на выходе генератора и силу тока в цепи конденсатора C_1. Зная частоту изменения тока ν, можно определить емкость конденсатора C_1:

$$I = \frac{U}{X_L} = 2\pi\nu C_1 U, \; C_1 = \frac{I}{2\pi\nu U}.$$

Эти измерения нужно проводить при низких частотах, так как при высоких частотах генератор закорачивается малым емкостным сопротивлением конденсатора C_1 и происходит уменьшение выходного напряжения генератора.

Подключив генератор к клеммам *2* и *3* и авометр в качестве амперметра, определяют, при какой частоте ν_1 сила тока минимальна.
Очевидно, что

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{LC_2}.$$

Замыкая клеммы *1* и *3*, получают электрическую схему, изображенную на рисунке 313. Определив для этой схемы частоту ν_2 изменения тока, при которой сила тока минимальна, можно записать:

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{L(C_1 + C_2)}.$$

Из полученных двух уравнений находим L и C_2. При такой методике амперметр служит лишь индикатором для обнаружения минимума тока; прямые измерения силы тока и напряжения не проводятся, что существенно уменьшает погрешности опыта. Кроме того, обе

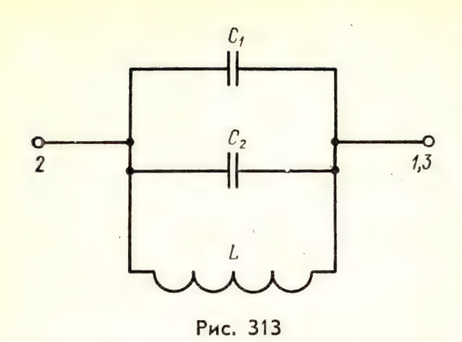


Рис. 313

частоты измеряются при малых токах, вследствие чего напряжение на выходе генератора практически не изменяется. Индуктивность катушки (провода, намотанного на ферритовое кольцо) при данной методике также не изменяется.

Активное сопротивление катушки измеряют с помощью омметра, подключив его к клеммам *2* и *3* (см. рис. 313).

297. Если смотреть в отверстия *1*, *2*, *3*, то при закрывании отверстий 4, 5, 6 не обнаруживают каких-либо изменений. Это говорит о наличии в ящике некоей преграды для световых лучей. Ввиду того что при наблюдении через одно из отверстий видны остальные два, можно сделать вывод, что этой преградой является зеркало. Чтобы определить вид зеркала и его характеристики, необходимо наблюдать ход лучей, отражающихся от него. Для этого с помощью булавок отмечают направления, из которых через одно отверстие были видны два других отверстия. Пересечение соответствующих направлений (пунктирных линий на рисунке 314) дает положение трех точек зеркала с одной стороны и трех точек зеркала с другой.

После этого определяют направления, по которым видны отверстия, через которые производится наблюдение. С этой целью булавка ставится таким образом, чтобы изображение булавки, сама булавка, отверстие и глаз находились на одной прямой. Это возможно, если луч проходит через оптический центр зеркала. Сделав подобные построения из других двух отверстий, находим оптический центр зеркала в месте пересечения построенных прямых. Из рисунка 314 видно, что в одном случае эти прямые сходятся (вогнутое зеркало), а в другом расходятся (выпуклое зеркало). Измерив расстояния от полученных точек 0 и

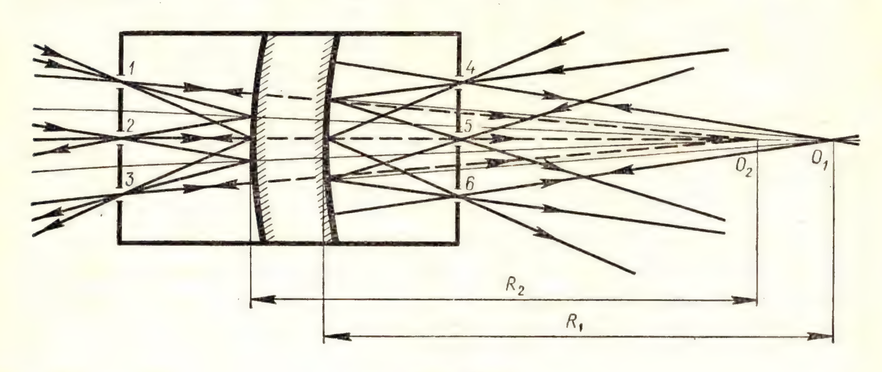


Рис. 314

0′ до зеркала, определяем искомые значения радиусов кривизны зеркальных поверхностей.

298. Клуб дыма, выпущенный паровозом в точке A, за время t будет снесен ветром в точку C. При этом

$$\overrightarrow{AC} = \vec{u}t,$$

где $\vec{u}$ — скорость ветра (рис. 315). Поезд же спустя время t окажется в точке B. Перемещение поезда равно

$$\overrightarrow{AB} = \vec{v}t,$$

где $\vec{v}$ — скорость поезда. Очевидно, что направление шлейфа дыма идет вдоль вектора

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB},$$

или, что то же, вдоль вектора

$$\vec{u} - \vec{v}.$$

Для того чтобы убедиться в этом, достаточно показать, что клуб дыма, выпущенный паровозом в произвольной точке D на отрезке AB, к тому моменту, когда поезд окажется в точке B, будет снесен ветром на линию BC. Так как

$$\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|KD|}{|DB|} = \frac{u}{v}$$

и $AC \parallel KD$, то треугольники ABC и DBK подобны. Следовательно, углы ABC и DBK конгруэнтны, а точка K лежит на линии BC.

Теперь нетрудно найти скорость ветра. Нарисуем в произвольном масштабе вектор $\vec{v}_1$. Затем из начала 0 вектора $\vec{v}_1$ проведем в том же масштабе вектор $\vec{v}_2$. Из концов векторов $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ проведем прямые, параллельные соответствующим шлейфам дыма (рис. 316). Точку M пересечения этих прямых соединим с точкой O. В выбранном масштабе $\overrightarrow{OM}$ и представляет собой вектор скорости ветра. Действительно, вектор $\overrightarrow{OM} - \vec{v}_1$ идет вдоль шлейфа дыма от первого паровоза, а вектор $\overrightarrow{OM} - \vec{v}_2$ — вдоль шлейфа дыма второго паровоза. Измерив с помощью линейки длину вектора $\overrightarrow{OM}$, найдем модуль скорости ветра. Он равен 35 км/ч.

299. Обозначим через $\vec{v}_0$ скорость наблюдателя относительно земли и через $\vec{v}_1$ скорость тела в тот момент, когда оно впервые пересекло траекторию наблюдателя. В системе отсчета, движущейся равномерно со скоростью $\vec{v}_0$ относительно земли, наблюдатель неподвижен, а тело в момент первого пересечения траектории

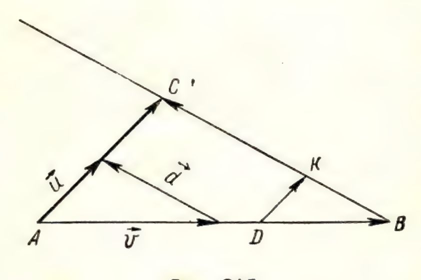


Рис. 315

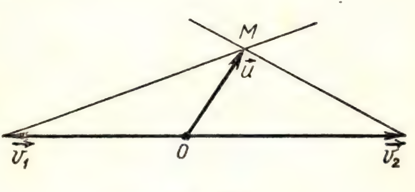


Рис. 316

наблюдателя имеет скорость

$$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_0.$$

Так как эта система отсчета движется относительно земли равномерно, то тело в ней движется с тем же постоянным ускорением $\vec{g}$, что и в системе отсчета, неподвижной относительно земли. Следовательно, в этой движущейся системе отсчета тело движется по параболе. Но по условию задачи тело пересекает траекторию движения наблюдателя дважды на одном и том же расстоянии от наблюдателя, причем оба раза впереди него. Это означает, что в движущейся системе отсчета тело пересекает прямую, по которой движется наблюдатель, в одной и той же точке. Это возможно, если в движущейся системе отсчета тело движется по вертикальной прямой (вектор $\vec{v}$ вертикален).

Запишем уравнение движения тела в движущейся системе отсчета:

$$y = y_0 + vt - \frac{gt^2}{2}.$$

При $t = 0$ тело пересекает траекторию наблюдателя первый раз, а при $t = \tau$ — вторично. Следовательно, при $t = 0$ и $t = \tau$ значения координат тела совпадают:

$$y_0 = y_0 + v\tau - \frac{g\tau^2}{2}.$$

Отсюда

$$v = \frac{g\tau}{2}.$$

Поэтому уравнение движения тела можно записать в следующем виде:

$$y = y_0 + \frac{g\tau}{2}t - \frac{gt^2}{2}.$$

Теперь найдем отношение путей, проходимых телом за последовательные равные промежутки времени τ. При $t = n\tau$

$$y_n = y_0 + n\frac{g\tau^2}{2} - n^2\frac{g\tau^2}{2}.$$

Поэтому

$$\Delta y_n = y_{n+1} - y_n = ng\tau^2,$$

или

$$\Delta y_0 = 0, \quad \Delta y_1 = g\tau^2, \quad \Delta y_2 = 2g\tau^2, \quad \ldots, \quad \Delta y_n = ng\tau^2.$$

Отсюда находим отношение путей, проходимых телом после второго пересечения траектории наблюдателя за последовательные промежутки времени τ:

$$\Delta y_1 : \Delta y_2 : \Delta y_3 \ldots = 1 : 2 : 3 \ldots .$$

300. В результате переливаний воды из первого сосуда во второй и из второго в первый значения массы воды в сосудах остались прежними, а температура воды в первом сосуде понизилась на $\Delta t_1 = 1$ °С. Это равноценно отдаче водой, находящейся в первом сосуде, количества теплоты

$$Q_1 = c_в m_1 \cdot \Delta t_1.$$

Согласно закону сохранения энергии это количество теплоты было передано воде во втором сосуде. Следовательно,

$$c_в m_2 \cdot \Delta t_2 = Q_1 = c_в m_1 \cdot \Delta t_1,$$

где Δt_2 — изменение температуры воды во втором сосуде, $m_1 = 5$ кг — масса воды в первом сосуде и $m_2 = 1$ кг — масса воды во втором сосуде. Из этого уравнения найдем:

$$\Delta t_2 = \frac{m_1}{m_2}\Delta t_1 = 5\Delta t_1 = 5 °С.$$

Таким образом, после переливания во второй сосуд массы Δm воды из первого (с темпе-

ратурой $t_1 = 60$ °C) температура воды во втором сосуде стала равной $t_2' = 25$ °C. Согласно уравнению теплового баланса $\Delta m c_в (t_1 - t_2') = m_2 c_в (t_2' - t_2)$. Отсюда

$$\Delta m = m_2 \frac{t_2' - t_2}{t_1 - t_2'} = \frac{1}{7} \text{ кг}.$$

301. Напряжение U_1 между точками b и a (рис. 317) определяется формулой

$$U = I_2 r,$$

где r — внутреннее сопротивление амперметра. В то же время

$$U_1 = Ir + I_3 r.$$

Поэтому

$$Ir + I_3 r = I_2 r.$$

Это означает, что

$$I_3 = I_2 - I_1 = 1 \text{ А}.$$

Через амперметр A_4 течет ток

$$I_4 = I_2 + I_3 = 4A,$$

а через резистор — ток

$$I = I_1 - I_3 = 1A.$$

Напряжение между точками c и d равно IR. В то же время оно равно $I_3 r + I_4 r$. Следовательно,

$$IR = (I_3 + I_4) r.$$

Отсюда

$$\frac{r}{R} = \frac{I}{I_3 + I_4} = \frac{1}{5}.$$

302. Прежде всего найдем скорость ветра, как показано в решении задачи 298. Затем из конца M вектора $\vec{u}$ скорости ветра (см. рис. 316) проведем прямую, параллельную шлейфу дыма, идущего от третьего паровоза. Пересечение этой прямой с прямой, по которой движется паровоз, определяет скорость $\vec{v}_3$ третьего паровоза (рис. 318). Зная масштаб, в котором построены все векторы скоростей, нетрудно найти модуль вектора $\vec{v}_3$. Он равен 20 км/ч.

303. В тот момент, когда нить натянется, шар с массой $2m$ будет иметь скорость $\vec{v}$. По закону сохранения энергии

$$\frac{2mv_0^2}{2} - \frac{2mv^2}{2} = 2mgl.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gl}.$$

В момент натяжения нити шары взаимодействуют между собой через нить. Полагая, что время этого взаимодействия очень мало, можно применить законы сохранения импульса и

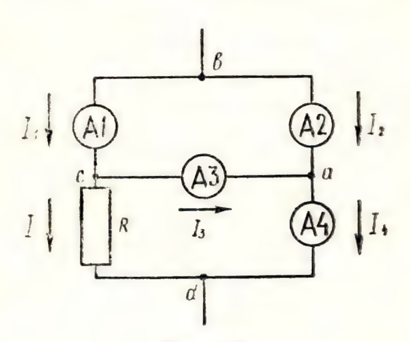


Рис. 317

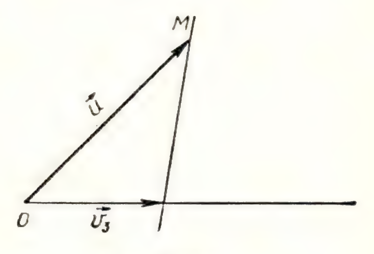


Рис. 318

энергии:

$$2mv = 2mu_1 + mu_2,$$

где u_1 и u_2 — скорости соответственно первого и второго тела после взаимодействия.

$$\frac{2mv^2}{2} = \frac{2mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}.$$

Из этой системы уравнений находим:

$$u_1 = \frac{1}{3}v, \ u_2 = \frac{4}{3}v.$$

После кратковременного натяжения нити шары движутся с постоянным ускорением $\vec{g}$. Запишем уравнения их движения в проекции на вертикальную ось Y:

$$y_1 = l + u_1 t - \frac{gt^2}{2} \text{ — для 1-го шара,}$$

$$y_2 = u_2 t - \frac{gt^2}{2} \text{ — для 2-го шара.}$$

В момент t_1 столкновения шаров имеет место равенство $y_1 = y_2$, или

$$l + u_1 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = u_2 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}.$$

Отсюда найдем время t_1 движения шаров от момента натяжения нити до встречи:

$$t_1 = \frac{l}{u_2 - u_1} = \frac{l}{v} = \frac{l}{\sqrt{v_0^2 - 2gl}}.$$

304. Будем считать, что сосуд заполняется быстро, так что можно пренебречь теплообменом с окружающей средой. При этом условии изменение внутренней энергии газа, заполняющего сосуд, равно работе сил внешнего атмосферного давления. Так как сосуд вначале откачан и атмосферное давление «заталкивает» газ в сосуд, то эта работа определяется формулой

$$A = p_0 V_0,$$

где V_0 — объем сосуда и p_0 — внешнее атмосферное давление. Изменение же внутренней энергии газа равно

$$\Delta U = \nu \frac{3}{2} R (T_1 - T_0),$$

где ν — число молей газа в сосуде. Так как вне сосуда газ занимал такой же объем V_0, то согласно уравнению газового состояния

$$\nu = \frac{p_0 V_0}{RT_0}.$$

Следовательно,

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{p_0 V_0}{RT_0} R (T_1 - T_0) = p_0 V_0.$$

Из этого уравнения находим:

$$T_1 = T_0 + \frac{2}{3} T_0 = \frac{5}{3} T_0.$$

305. Обозначим через q количество теплоты, отдаваемое плитой в 1 с. Тогда за короткий промежуток времени $\Delta\tau$ плита отдает количество теплоты

$$Q = q \cdot \Delta\tau,$$

которое расходуется на нагрев кастрюли и жидкости и на теплоотдачу в окружающую среду. При малом значении $\Delta\tau$ температура кастрюли и жидкости меняется на небольшую величину Δt и можно считать, что теплоотдача Q_1 пропорциональна разности температур кастрюли (t) и окружающей среды (t_0), а также времени $\Delta\tau$:

$$Q_1 = \alpha (t - t_0) \cdot \Delta\tau,$$

где α — коэффициент пропорциональности, который определяется условиями нагревания и размерами кастрюли.

Запишем уравнение теплового баланса для случая, когда в кастрюле находится вода:

$$q \cdot \Delta\tau = c_в m_в \cdot \Delta t + c \cdot \Delta t + \alpha (t - t_0) \cdot \Delta\tau, \quad (1)$$

где $c_в = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) — удельная теплоемкость воды и $m_в = 0{,}5$ кг — масса воды.

В том случае, когда на плите находится кастрюля со спиртом при той же «начальной» температуре t, за то же время $\Delta\tau$ нагревания температура кастрюли и спирта меняется на некоторую величину Δt_1 и уравнение теплового баланса принимает вид

$$q\Delta\tau = c_c m_c \cdot \Delta t_1 + c \cdot \Delta t_1 + \alpha (t - t_0) \cdot \Delta\tau, \quad (2)$$

где c_c — удельная теплоемкость спирта и $m_c = 0{,}7$ кг — масса спирта. Приравнивая правые части равенств (1) и (2) и разделив их на $\Delta\tau$, получим:

$$c_в m_в \frac{\Delta t}{\Delta\tau} + c\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = c_c m_c \frac{\Delta t_1}{\Delta\tau} + c\frac{\Delta t_1}{\Delta\tau}. \quad (3)$$

Отсюда

$$c_c = \frac{\Delta t/\Delta\tau}{\Delta t_1/\Delta\tau} \cdot \frac{c_в m_в + c}{m_c} - \frac{c}{m_c}. \quad (4)$$

Отношение $\Delta t / \Delta\tau$ при $\Delta\tau \to 0$ стремится к значению тангенса угла наклона $\operatorname{tg}\varphi_1$ касательной к графику зависимости температуры содержимого кастрюли от времени в точке, соответствующей температуре t. Определив по графику значения $\operatorname{tg}\varphi_1$ и $\operatorname{tg}\varphi_2$ (рис. 319) и подставив их вместо отношений $\Delta t / \Delta\tau$ и $\Delta t_1 / \Delta\tau$ в (4), получим:

$$c_c \approx 2{,}4 \cdot 10^3 \text{ Дж/ (кг·К)}.$$

Теперь найдем удельную теплоту парообразования спирта.

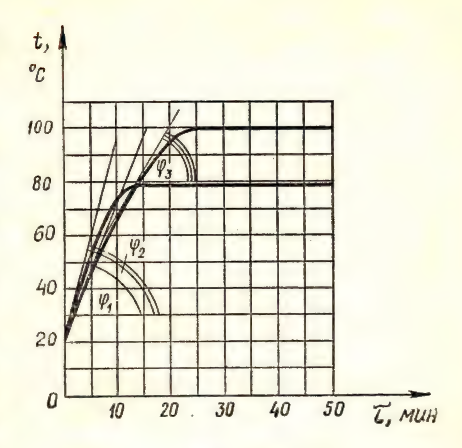


Рис. 319

Согласно закону сохранения энергии

$$q \cdot \Delta\tau_1 = \Delta m \cdot \lambda + \alpha (t_к - t_0) \times \Delta\tau_1, \quad (5)$$

где Δm — масса испарившегося спирта, λ — удельная теплота парообразования спирта, $t_к = 78°$ С — температура кипения спирта (она определяется по графику). Из уравнения (5) имеем:

$$\lambda = \frac{q - \alpha (t_к - t_0)}{\Delta m/\Delta\tau_1},$$

где скорость испарения спирта равна

$$\frac{\Delta m}{\Delta\tau_1} = \frac{0{,}35 \text{ кг}}{45 \text{ мин}} = 0{,}012 \text{ кг/мин}.$$

Из равенства (1), подставив в него значение $t = t_к$ и учтя, что отношение $\frac{\Delta t}{\Delta\tau}$ стремится к тангенсу наклона касательной к графику функции $t(\tau)$ для кастрюли с водой в точке $t = 78$ °С, находим теплоотдачу:

$$\alpha (t_к - t_0) = q - (c_в m_в + c) \operatorname{tg}\varphi_3.$$

Учтя это, можно найденное выражение для удельной теп-

лоты парообразования спирта записать так:

$$\lambda = \frac{c_в m_в + c}{\Delta m / \Delta \tau_1} \operatorname{tg} \varphi_3.$$

Подставив в эту формулу значения всех известных величин и найденное из графика значение $\operatorname{tg} \varphi_3$, получим:

$$\lambda \approx 900 \text{ кДж/кг}.$$

306. Если вначале оба вещества в сосуде находятся в газообразном состоянии, то давление в сосуде равно сумме парциальных давлений газов:

$$p = p_1 + p_2,$$

где

$$p_1 = \nu_1 \frac{RT}{V_0}, \; p_2 = \nu_2 \frac{RT}{V_0}.$$

Подставив значения величин ($\nu_1 = \nu_2 = 0{,}05$ моль, $V_0 = 10^{-2}$ м^3 и $T = 313$ К), найдем:

$$p_1 = p_2 = 1{,}3 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Таким образом, $p_1 > p_{н1}$ и $p_2 < p_{н2}$. Следовательно, второе вещество находится в газообразном состоянии и его парциальное давление вначале равно p_2; первое же вещество частично сконденсировано и его парциальное давление равно $p_{н1}$. Давление же в сосуде вначале равно

$$p_0 = p_{н1} + p_2 \approx 2 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

При сжатии газов давление первого газа будет оставаться неизменным и равным $p_{н1}$. Давление же второго газа при изотермическом сжатии будет расти до тех пор, пока не станет равным $p_{н2}$. Это произойдет при объеме сосуда V_1, удовлетворяющем уравнению Менделеева — Клапейрона:

$$p_{н2} V_1 = \nu_2 RT,$$

т. е. при

$$V_1 = \frac{\nu_2 RT}{p_{н2}} \approx 7{,}6 \text{ л}.$$

Следовательно, давление в сосуде изотермически увеличивается при уменьшении объема сосуда до 7,6 л. В дальнейшем давление в сосуде остается постоянным, равным

$$p' = p_{н1} + p_{н2} = 2{,}4 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

График зависимости $p(V)$ приведен на рисунке 320.

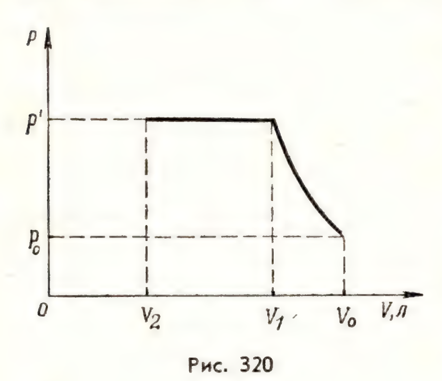


Рис. 320

Найдем массу жидкости, когда объем сосуда равен

$$V_2 = \frac{1}{3} V_0 = 3\frac{1}{3} \text{ л}.$$

Так как объемы жидкостей малы по сравнению с объемами газов, то числа молей веществ, находящихся в газообразном состоянии, равны соответственно

$$\nu_1^1 = \frac{p_{н1} V_2}{RT} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ моль},$$

$$\nu_2^1 = \frac{p_{н2} V_2}{RT} = 2{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ моль}.$$

Следовательно, в жидком состоянии находится $\nu_1 - \nu_1^1 = 4{,}1 \cdot 10^{-2}$ моль первого вещества и $\nu_2 - \nu_2^1 = 2{,}8 \times$

$\times 10^{-2}$ моль второго вещества. Поэтому масса жидкости в сосуде равна

$m = (\nu_1 - \nu_1^1) M_1 + (\nu_2 - \nu_2^1) M_2 \approx$
$\approx 2{,}03$ г.

307. Обозначим через U_0 напряжение в контактной сети. При движении трамвая по горизонтальному участку дороги мощность, потребляемая двигателем от сети, равна $U_0 I_1$. Часть этой мощности теряется, т. е. идет на нагрев обмотки двигателя и контактных проводов. Эта часть мощности равна $I_1^2 R$ (где R — общее сопротивление цепи). Поэтому КПД равен

$$\eta = \frac{U_0 I_1 - I_1^2 R}{U_0 I_1} = 1 - \frac{I_1 R}{U_0}. \quad (1)$$

Так как трамвай движется с постоянной скоростью, то полезная мощность $\eta V_0 I_1$ равна абсолютному значению мощности сил сопротивления $F_c v$:

$$\eta u_0 I_1 = F_c v, \quad (2)$$

где v — скорость трамвая.

При движении вниз по наклонному участку с постоянной скоростью v двигатель выключен и абсолютное значение мощности сил сопротивления $F_c v$ равно мощности силы тяжести (рис. 321):

$$F_c v = mg \sin\alpha \cdot v, \quad (3)$$

где α — угол наклона горы. Сопоставляя равенства (2) и (3), получаем:

$$mgv \sin\alpha = \eta U_0 I_1. \quad (4)$$

При движении вверх по этому же участку горы энергия, потребляемая из сети, расходуется на нагрев проводов и совершение работы против сил сопротивления и силы тяжести. Поэтому

$$U_0 I_2 = I_2^2 R + F_c v + mgv \sin\alpha. (5)$$

Учитывая (2) и (4), можно это уравнение записать так:

$$U_0 I = I_2^2 R + \eta U_0 I_1 + \eta U_0 I_1,$$

или

$$I_2^2 \frac{R}{U_0} - I_2 + 2\eta I_1 = 0.$$

Найдя из равенства (1) отношение R/U_0 и подставив его в последнее уравнение, получаем:

$$I_2^2 (1 - \eta) - I_1 I_2 + 2\eta I_1^2 = 0. (6)$$

Далее решаем это квадратное уравнение относительно I_2:

$$I_2 = \frac{I_1 \pm \sqrt{I_1^2 - 8\eta(1-\eta) I_1^2}}{2(1-\eta)}.$$

Подставляя сюда численные значения всех величин, находим два возможных значения для силы тока I_2:

$I_2 = 765$ А, $\quad I_2 = 235$ А.

Неоднозначность ответа связана с тем, что одна и та же мощность потребляется двигателями при двух различных механических нагрузках и соответственно при двух значениях скорости вращения якоря. С помощью редукторных передач эта скорость выбирается так, чтобы сила тока, потребляемого двигателем из сети, была наименьшей из возможных.

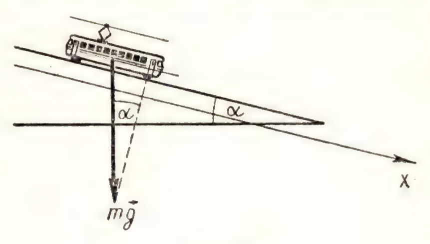


Рис. 321

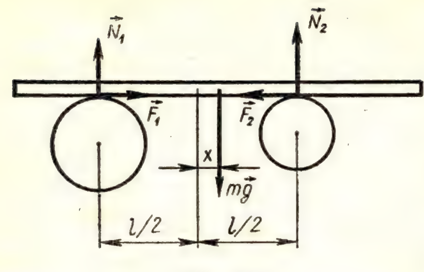


Рис. 322

308. Обозначим через x координату центра масс балки по горизонтальной оси. Начало координат ($x = 0$) выберем таким образом, чтобы оно совпадало с центром масс балки, когда он находится посередине между осями цилиндров.

На балке со стороны цилиндров действуют силы реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ и силы трения $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 322). Сумма проекций сил на вертикальное направление равна нулю:

$$N_1 + N_2 - mg = 0,$$

где m — масса балки. Так как балка в вертикальной плоскости не вращается, то

$$mg\left(\frac{l}{2} + x\right) - N_2 l = 0.$$

Из этих двух равенств находим:

$$N_1 = mg\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l}\right),$$
$$N_2 = mg\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l}\right). \qquad (1)$$

Вначале балка проскальзывает относительно цилиндров и поэтому

$$F = \mu N_1 \quad \text{и} \quad F_2 = \mu N_2.$$

Запишем уравнение движения балки:

$$ma = F_1 - F_2 = \mu(N_1 - N_2) = -2\mu mg\frac{x}{l}. \qquad (2)$$

Из этого уравнения следует, что вначале балка движется по гармоническому закону

$$x = x_0 \cos \Omega t$$

с частотой

$$\Omega = \sqrt{\frac{2\mu g}{l}} = 0{,}5\ \text{с}^{-1}$$

и амплитудой

$$x_0 = \frac{l}{2} = 2\ \text{м}.$$

Так, однако, балка будет двигаться до того момента времени t_1, когда абсолютное значение проекции скорости балки

$$v = -x_0\Omega \sin \Omega t$$

не станет равным линейной скорости точек обода меньшего цилиндра

$$v_1 = \omega r.$$

После этого проскальзывание между этим цилиндром и балкой прекратится, сила трения F_2 станет силой трения покоя, уравновешивающей силу F_1, а балка будет двигаться равномерно со скоростью $v = v_1 = 0{,}5$ м/с. Приравняв $|v(t_1)|$ и v_1, найдем значение t_1:

$$\omega r = x_0\Omega \sin \Omega t_1,$$
$$t_1 = \frac{1}{\Omega}\arcsin\left(\frac{\omega r}{\Omega x_0}\right) = \frac{\pi}{3}\ \text{с}.$$

Координата x_1 центра масс балки в этот момент времени равна

$$x_1 = x_0 \cos \Omega t_1 = \sqrt{3}\ \text{м}.$$

Так как сила по мере приближения центра масс балки к началу координат F_1 увеличи-

вается, N_2 уменьшается, а $F_2 \leqslant \leqslant \mu N_2$, то наступит такой момент, когда сила F_2 достигнет своего максимального значения и затем уже не сможет уравновешивать силу F_1. Это произойдет при таком значении координаты центра масс балки, при котором

$$\mu N_1 = F_{2\cdot\text{макс}} = \mu N_2,$$

т. е. при

$$N_1 = N_2.$$

Подставив сюда выражения (1) для N_1 и N_2, найдем, что это произойдет при $x = 0$, т. е. через время

$$t_2 = t_1 + \frac{x_1}{v_1} = \left(\frac{\pi}{3} + 2\sqrt{3}\right)\text{с} \approx 4{,}4\text{с}$$

после начала движения балки. Начиная с момента времени $t = t_2$ балка будет проскальзывать относительно цилиндров и движение балки будет опять происходить в соответствии с уравнением (2). Следовательно, это значит, что балка опять будет двигаться по гармоническому закону с частотой Ω. Новую амплитуду x_0' колебаний балки можно найти, зная максимальную скорость балки, которая равна v_1. Так как

$$v_1 = x_0'\Omega,$$

то

$$x_0^1 = \frac{v_1}{\Omega} = 1 \text{ м}.$$

Скорость балки будет всегда меньше линейной скорости обода большого цилиндра. Поэтому балка всегда будет проскальзывать относительно этого цилиндра. Будет она в дальнейшем проскальзывать и относительно малого цилиндра, так как скорость балки будет достигать значения v_1 только в момент прохождения центром масс балки положения равновесия ($x = 0$). Следовательно, с момента t_2 балка будет совершать гармонические колебания с частотой Ω и амплитудой $x_0' = 1$ м. График зависимости координаты центра масс балки от времени показан на рисунке 323.

309. В отсутствие магнитного поля стержень совершал бы гармонические колебания около положения равновесия, при котором удлинение пружины Δl_0 таково, что сила упругости уравновешена силой тя-

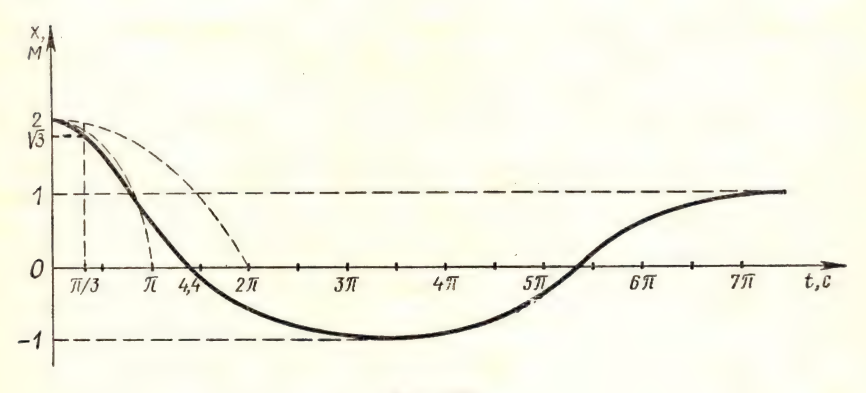


Рис. 323

жести:

$$k \cdot \Delta l_0 = mg,$$

откуда

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k}.$$

Уравнение движения балки запишется так:

$$mg - k\Delta l = ma,$$

где Δl — удлинение пружины. Введя обозначение

$$\Delta l = \Delta l_0 + x$$

(где x — смещение стержня из положения равновесия), получим:

$$ma = -kx. \qquad (1)$$

Это уравнение соответствует гармоническим колебаниям стержня с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Рассмотрим теперь, как будет влиять на движение стержня магнитное поле. В магнитном поле движущийся стержень становится источником ЭДС:

$$\mathscr{E} = evBl.$$

Эта ЭДС определяет напряжение зарядки конденсатора. Заряд конденсатора будет равен

$$q = C\mathscr{E} = CevBl.$$

При изменении скорости v стержня меняется ЭДС $\mathscr{E}$ и, следовательно, заряд конденсатора q. Поэтому по цепи идет ток

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = eCBl\,\frac{\Delta v}{\Delta t} = eCBla,$$

где a — ускорение стержня. При возникновении этого тока на стержень в магнитном поле действует сила

$$F = BIl = eaB^2l^2C.$$

При движении стержня вверх к положению равновесия скорость стержня и, следовательно, ЭДС индукции, а также заряд конденсатора увеличиваются. Направление тока в цепи определяется направлением ЭДС. Согласно закону Ленца ток в цепи направлен так, что созданное им магнитное поле компенсирует изменение магнитного потока через контур, т. е. индукция магнитного поля этого тока направлена в ту же сторону, что и индукция внешнего поля. В дальнейшем при движении стержня вверх от положения равновесия скорость стержня и ЭДС уменьшаются. Поэтому направление тока определяется полярностью разряжающегося конденсатора и противоположно направлению тока, наблюдавшемуся в предыдущем случае. Это направление тока сохранится при движении стержня вниз к положению равновесия (конденсатор в это время будет заряжаться) и опять изменится на противоположное в момент прохождения стержнем положения равновесия.

Проследив далее за направлением силы $\vec{F}$ и его изменением, мы убедимся, что сила $\vec{F}$ всегда направлена к положению равновесия стержня. Следовательно, ее проекция отрицательна при $x > 0$ и положительна при $x < 0$ (рис. 324).

Теперь можно записать уравнение движения стержня в магнитном поле:

$$ma = -kx - eaB^2l^2C,$$

или

$$(m + eB^2l^2C)a = -kx.$$

Такой вид уравнения движения показывает, что наличие магнитного поля равноценно изменению массы стержня, который будет совершать гармонические колебания с частотой

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m + eB^2l^2C}}.$$

310. Собирается установка по схеме, приведенной на рисунке 325 (стержень массой m_0 используется как рычаг; призма устанавливается под центром масс стержня). Из условия равновесия рычага определяем отношение масс m_1 и m_2:

$$m_1gl_1 - m_2gl_2 = 0,$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_2}{l_1}. \qquad (1)$$

Далее опускаем груз массой m_2 в стакан с водой. Не изменяя плечо силы m_1g, увеличиваем плечо сил $(m_2g - F_A)$ до установления равновесия рычага (рис. 326).

Используя условие равновесия рычага, получаем:

$$m_1gl_1 - (m_2 - \rho V_2)gl_2' = 0. \qquad (2)$$

Объем второго груза V_2 легко определить с помощью измерительного цилиндра. Из уравнений (1) и (2) находим массы грузов m_1 и m_2:

$$m_2 = \frac{\rho V_2 l_2^1}{l_2^1 - l_2}, \quad m_1 = \frac{\rho V_2 l_2^1}{l_2^1 - l_2}\,\frac{l_2}{l_1}.$$

Массу m_0 стержня можно определить, уравновесив стержень грузом известной массы (m_1 или m_2), как показано на рисунке 327.

По условию равновесия рычага

$$m_0gL_2 - m_1gL_1 = 0, \qquad (3)$$

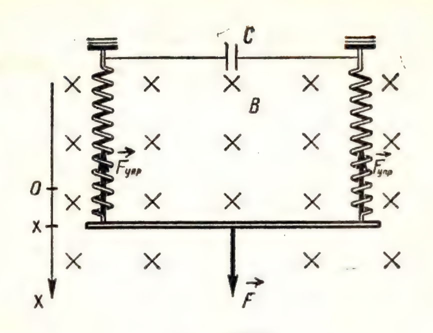


Рис. 324

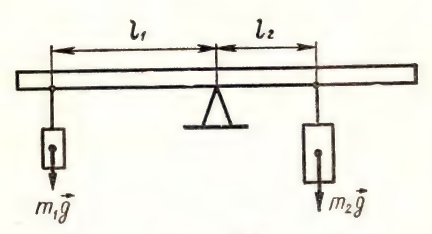


Рис. 325

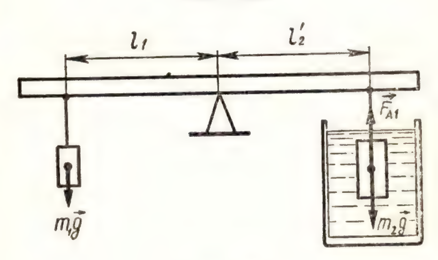


Рис. 326

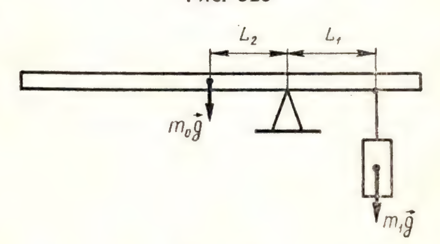


Рис. 327

откуда

$$m_0 = \frac{m_1L_1}{L_2}.$$

311. Помещаем образец древесной породы в измерительный цилиндр с водой так, что-

бы он плавал в ней. С помощью крючка погрузим образец в воду полностью. Измерив начальный объем воды V_0 (рис. 328, *а*) и уровни воды в измерительном цилиндре V_1 и V_2 в описанных опытах (рис. 328, *б*, *в*), можно определить плотность древесины ρ. Для первого опыта можно записать:

$$mg = \rho_0 (V_1 - V_0)g, \qquad (1)$$

где m — масса образца, ρ_0 — плотность воды. Для второго опыта имеем:

$$m = \rho (V_2 - V_0). \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) получим:

$$\rho (V_2 - V_0) = \rho_0 (V_1 - V_0),$$

$$\rho = \frac{\rho_0 (V_1 - V_0)}{V_2 - V_0}.$$

Таким же образом можно определить плотность второго образца древесины. По таблице определяют породу каждого из образцов.

Для определения плотности раствора медного купороса опускают в мензурку с раствором (рис. 329) образец, для которого в первом опыте была определена масса $m = \rho_0 (V_1 - V_0)$. Из условия плавания тел получим:

$$mg = (V_1' - V_0)\rho_k g,$$

где V_0 и V' — объемы, соответствующие начальному и конечному уровням раствора медного купороса. Отсюда

$$\rho_k = \frac{m}{V_1' - V_0} = \frac{\rho_0 (V_1 - V_0)}{V_1' - V_0}.$$

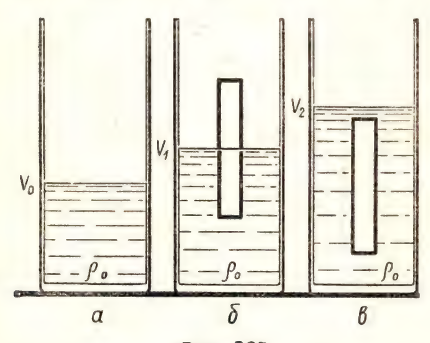


Рис. 328

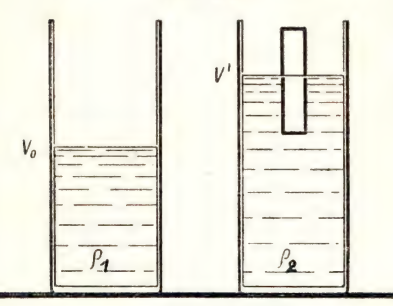


Рис. 329

312. Для каждой из электрических цепей, составляемых по схемам, представленным на рисунках 330, 331, 332 и 333, можно записать закон Ома:

$$\mathscr{E} = I_1 (r + R_A + R), \qquad (1)$$

$$\mathscr{E} = I_2 (r + R_A + R_x), \qquad (2)$$

$$\mathscr{E} = I_3 (r + R_A + R + R_x), \qquad (3)$$

$$\mathscr{E} = I_4 \left(r + R + \frac{RR_x}{R + R_x}\right). \qquad (4)$$

Решая совместно уравнения (1), (2) и (3) или (1), (2) и (4), можно определить неизвестные параметры электрической цепи:

$$\mathscr{E},\ r \text{ и } R_x.$$

Для сопротивления резистора R_x получаем из уравнений (1), (2), (3) выражение

$$R_x = \frac{RI_2 (I_3 - I_1)}{I_1 (I_3 - I_2)}, \qquad (5)$$

а из уравнений (1), (2) и (4) — выражение

$$R_x = R \sqrt{\frac{I_1 (I_4 - I_2)}{I_2 (I_4 - I_1)}}. \qquad (6)$$

Граница относительной погрешности при определении R_x по формуле (5) равна

$$\varepsilon_{R_x} = \varepsilon_{I_2} + \varepsilon_{I_3 - I_1} + \varepsilon_{I_1} + \varepsilon_{I_3 - I_2},$$

а при пользовании формулой (6) —

$$\varepsilon_{R_x} = \frac{1}{2}\,(\varepsilon_{I_1} + \varepsilon_{I_4 - I_2} + \varepsilon_{I_2} + \varepsilon_{I_4 - I_1}).$$

Таким образом, целесообразнее применять схемы по рисункам 330, 331, 333. Более точный результат можно получить, составляя цепи по схемам, представленным на рисунках 334 и 335:

$$(R + R_A)I_1' = (R_x + R_A)I_2',$$

откуда

$$R_x = R\frac{I_1'}{I_2'} + R_A\,\frac{I_1' - I_2'}{I_2'} \approx R\,\frac{I_1'}{I_1'}.$$

Граница относительной погрешности получается существенно меньшей:

$$\varepsilon_{R_x} \approx \varepsilon_{I_1'} + \varepsilon_{I_2'}.$$

313. Если выпрямитель двухполупериодный, то отношение амплитудного напряжения U_0 к действующему U_1 такое же, как у синусоидального тока:

$$\frac{U_0}{U_1} = \sqrt{2}.$$

Для однополупериодного выпрямителя действующее значение силы тока в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем в случае синусоидального тока.

Следовательно, для однополупериодного выпрямителя

$$\frac{U_0}{U_2} = 2.$$

Итак, для установления типа выпрямителя составим цепь

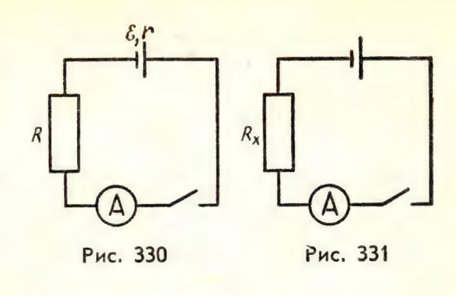


Рис. 330 Рис. 331

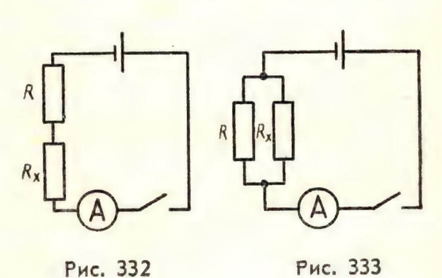


Рис. 332 Рис. 333

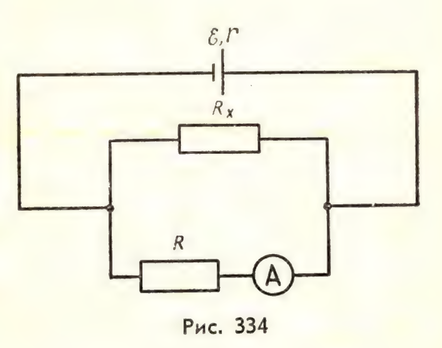


Рис. 334

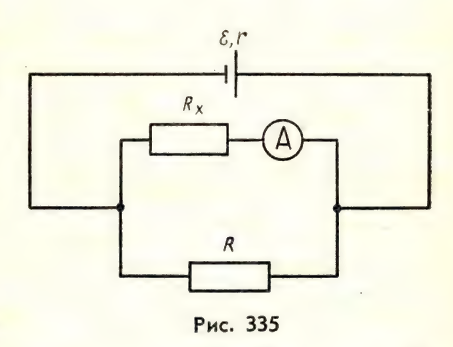


Рис. 335

по схеме, представленной на рисунке 336. Конденсатор большой емкости заряжается до амплитудного значения. Так как по условию конденсатор не успевает существенно разрядиться, то напряжение на нем равно амплитудному значению U_0.

Количество теплоты, выделяющееся нагревателем R_2 за время τ, равно

$$Q_2 = \frac{U_0^2}{R_2}\tau.$$

Нагреватель R_1 подключен непосредственно к выпрямителю, и за то же время τ он выделит количество теплоты

$$Q_1 = \frac{U^2}{R_1}\tau.$$

Диод предотвращает разрядку конденсатора через выпрямитель. Так как калориметры одинаковы, то

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C \cdot \Delta t_1}{C \cdot \Delta t_2} = \frac{U^2}{U_0^2},$$

или

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{U^2}{U_0^2}.$$

Таким образом, если выпрямитель двухполупериодный, то

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{2},$$

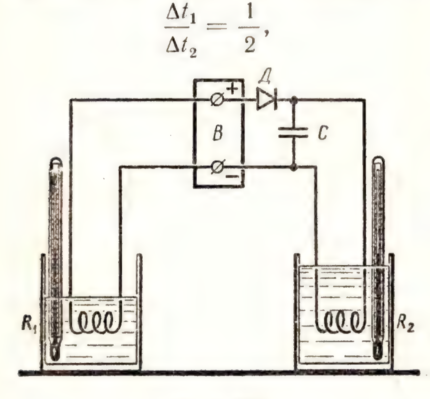


Рис. 336

а если однополупериодный, то

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{4}.$$

Так как различие возможных результатов значительное (возможные значения отношения температур отличаются в два раза), то учет теплообмена и других причин погрешностей измерений не обязателен: ответ всегда будет однозначен.

314. Коэффициент преломления стекла можно определить разными способами, используя полуцилиндр как линзу. Однако эти способы дают существенную погрешность, так как полуцилиндр нельзя считать тонкой линзой. Наиболее точный способ основан на использовании явления полного отражения. Лучи, идущие по радиусам, выходят из стекла без отражения. Следовательно, если провести на матовом стекле прямую линию и установить полуцилиндр так, чтобы середина основания полуцилиндра совпала с этой линией, то при определенном положении глаза зеркальная область полного отражения доходит до проведенной линии (рис. 337). Точка O перестает быть видимой, так как происходит полное отражение.

Для измерения предельного угла падения луча α поставим линейку AB вертикально и в точке A поместим глаз. Измеряя расстояния h и l, определим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{l}{h}.$$

Очевидно, что

$$\sin\alpha = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}.$$

По закону преломления света для сред «воздух — стекло» зна-

чение предельного угла равно

$$\sin\alpha = \frac{1}{n_c}.$$

Следовательно,

$$n_c = \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{l^2 + h^2}}{l}.$$

Можно провести еще одно измерение, зная показатель преломления воды $n_в$. В этом случае на матовое стекло следует налить немного воды и, поставив полуцилиндр, измерить $\sin\alpha_1$:

$$\sin\alpha_1 = \frac{n_в}{n_c}, \quad n_c = \frac{n_в}{\sin\alpha_1}.$$

315. Прежде всего найдем скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ точек A_1 и A_2 (рис. 338). Так как все ромбы, образуемые стержнями, подобны, то отношение их диагоналей равно отношению длин сторон:

$$|A_0A_1| : |A_1A_2| : |A_2A_3| = 3:2:1.$$

Таково же отношение изменений длин этих диагоналей. Если длина диагонали A_2A_3 изменится на Δl, то длина диагонали A_1A_2 изменится на $2\Delta l$, а длина диагонали A_0A_1 — на $3\Delta l$. При этом расстояние между точками A_0 и A_3 изменится на

$$\Delta L = \Delta l + 2\Delta l + 3\Delta l = 6\Delta l.$$

С другой стороны,

$$\Delta L = v_0 t.$$

Следовательно,

$$6\Delta l = v_0 \cdot \Delta t, \quad \Delta l = \frac{1}{6} v_0 \cdot \Delta t.$$

Скорости точки A_1 равны

$$v_1 = \frac{3\Delta l}{\Delta t} = \frac{v_0}{2}, \quad \vec{v}_1 = \frac{1}{2}\vec{v}_0,$$

а скорость точки A_2 —

$$v_2 = \frac{3\Delta l + 2\Delta l}{\Delta t} = \frac{5}{6}\vec{v}_0, \ \vec{v}_2 = \frac{5}{6}\vec{v}_0.$$

Теперь найдем скорость $\vec{u}_1$ точки B_1. Точка B_1 движется по окружности радиусом A_0B_1 с центром в точке A_0. Следовательно, скорость $\vec{u}_1$ перпендикулярна A_0B_1. Так как стержень B_1A_1 нерастяжим, то проекции скоростей точек B_1 и A_1 на направление стержня должны быть одинаковыми. Обозначим через φ угол $A_0B_1A_1$; тогда можно записать:

$$u_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = v_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right),$$

откуда

$$u_1 = v_1 \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\varphi} = \frac{v_1}{2\cos\frac{\varphi}{2}} = \frac{v_0}{4\cos\frac{\varphi}{2}}.$$

При $\varphi = \pi/2$, получим:

$$u_1 = \frac{v_0\sqrt{2}}{4}.$$

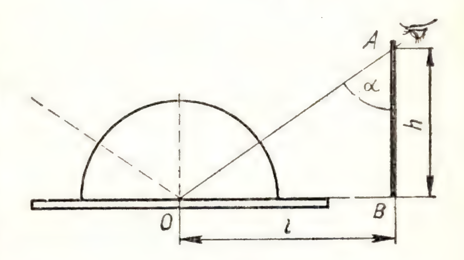


Рис. 337

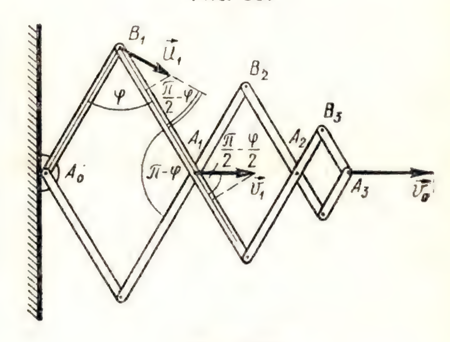


Рис. 338

316. Вблизи земли капля падает равномерно со скоростью $\vec{v}_2$ и силы, действующие на нее, уравновешивают друг друга:

$$mg = F_{\text{сопр}},$$

или

$$mg = \alpha v_2,$$

где m — масса капли, α — коэффициент пропорциональности в зависимости $F_{\text{сопр}} = \alpha v$.

При движении капли с ускорением $\vec{a}$ имеем:

$$ma = mg - F_{\text{сопр}} = mg - \alpha v_1.$$

Отсюда

$$\frac{m}{\alpha} = \frac{v_1}{g - a}.$$

Поэтому

$$v_2 = \frac{m}{\alpha} g = v_1 \frac{g}{g - a}.$$

След, оставленный каплей на стекле, имеет направление вектора скорости $\vec{v}_0$ капли в системе отсчета, движущейся со скоростью $\vec{u}$ автомобиля. В этой системе отсчета (рис. 339)

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_2 - \vec{u}.$$

Поэтому

$$u = v_2 \operatorname{tg} \alpha = v_1 \frac{g}{g - a} \operatorname{tg} \alpha \approx$$

$$\approx 15 \text{ м/с} = 54 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

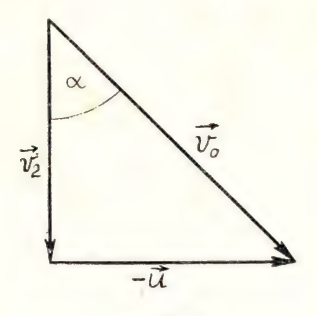


Рис. 339

Итак, скорость автомобиля меньше максимально допустимой.

317. В течение первого промежутка времени τ_1 продолжительностью 50 мин лед таял. Затем вода начала нагреваться. Обозначим через q количество теплоты, получаемое сосудом от окружающей среды за 1 с. Тогда за время $\Delta\tau_1$ сосуд получает количество теплоты $q \cdot \Delta\tau_1$. Поэтому

$$m\lambda = q \cdot \Delta\tau_1, \qquad (1)$$

где m — масса льда. При нагревании воды

$$Mc \cdot \Delta t = q \cdot \Delta\tau_2, \qquad (2)$$

где Δt — изменение температуры воды за время $\Delta\tau_2$. Из равенств (1) и (2) получим:

$$m = \frac{Mc}{\lambda} \frac{\Delta t}{\Delta\tau_2} \Delta\tau_1. \qquad (3)$$

Из графика видно, что если $\Delta\tau_2 = 10$ мин, то $\Delta t = 2$ °С. Подставляя в (3) значение величин, получим:

$$m = \frac{10 \text{ кг} \cdot 4200 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot K^{-1}}{3{,}4 \cdot 10^5 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}} \times$$

$$\times \frac{2K \cdot 50 \text{ мин}}{10 \text{ мин}} = 1{,}24 \text{ кг}.$$

318. При отсутствии тока через резистор $R1$ напряжение U_3 на резисторе $R3$ должно быть равно U_1. Так как резисторы $R2$ и $R3$ включены при этом последовательно, то

$$U_1 = U_3 = \frac{U_2}{R_2 + R_3} R_3,$$

или

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_3}{R_2 + R_3}.$$

319. Аналогично решению задачи 315 определяем скорости

$\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ точек A_1 и A_2:

$$v_1 = \frac{v_0}{6},\ v_2 = \frac{v_0}{2}.$$

Для определения скорости точки B_2 удобно рассмотреть ее движение в системе отсчета, движущейся со скоростью $\vec{v}_1$. В этой системе отсчета точка A_1 неподвижна, а точка A_2 движется со скоростью

$$\vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{v}_1, \text{ или}$$

$$v_2' = \frac{v_0}{2} - \frac{v_0}{2} = \frac{v_0}{3}.$$

Скорость $\vec{u}$ точки B_2 перпендикулярна стержню A_1B_2 и равна по модулю

$$u_2' = \frac{v_2'}{2\cos\frac{\varphi}{2}} = \frac{v_0}{6\cos\frac{\varphi}{2}}.$$

В неподвижной системе отсчета скорость $\vec{u}_2$ точки B_2 выражается так:

$$\vec{u}_2 = \vec{u}_2' + \vec{v}_1.$$

При $\varphi = \pi/2$ модуль вектора $\vec{u}_2$ равен

$$u_2' = \frac{v_0}{3\sqrt{2}},$$

а проекции вектора $\vec{u}_2'$ на оси координат OX и OY (рис. 340) принимают значения:

$$u_{2x} = v_1 + u_2'\cos 45^\circ = \frac{v_0}{6} + \frac{v_0}{6} = \frac{v_0}{3},$$

$$u_{2y} = u_2'\sin 45^\circ = \frac{v_0}{6}.$$

Поэтому

$$u_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \frac{v_0\sqrt{5}}{6},$$

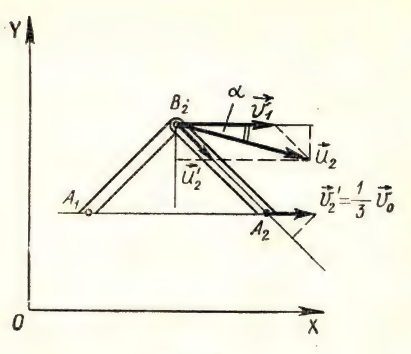


Рис. 340

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_{2y}}{v_{2x}} = \frac{1}{2}.$$

320. Скорость автомобиля находится таким же образом, как в задаче 316. Но при этом учитывается, что сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости:

$$F_{\text{сопр}} = \alpha v^2.$$

Скорость капли у земли в этом случае будет равна

$$v_2 = v_1\sqrt{\frac{g}{g-a}},$$

а скорость автомобиля —

$$u = v_2 \operatorname{tg}\alpha \approx 23{,}5 \text{ м/с} \approx 85 \text{ км/ч}.$$

Она будет больше максимально допустимой.

321. Если бы над поверхностью льда находился насыщенный пар, то в лед попадало бы за время Δt такое же количество молекул Z, какое покидает его за это время. Поэтому

$$Z = \frac{1}{2}\overline{|v_x|}\,nS\cdot\Delta t = \frac{1}{2}\,\frac{p_{\text{н}}}{kT}\sqrt{\frac{RT}{M}}\,S\cdot\Delta t,$$

где

$$\overline{|v_x|} = \frac{v}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{RT}{M}}$$

— среднее квадратичное значение модуля проекции скорости молекулы на ось OX, перпендикулярную поверхности льда, v — тепловая скорость молекул пара при температуре T, $n = \frac{p_н}{kT}$ — концентрация молекул пара, S — площадь открытой поверхности льда. Следовательно, за время Δt испаряется

$$\nu = \frac{Z}{N_a} \quad (1)$$

молей льда. Масса Δm испарившегося льда равна

$$\Delta m = \nu M = \frac{1}{2} p_н \sqrt{\frac{M}{RT}} S \cdot \Delta t. \quad (2)$$

Образующийся пар за время Δt уносит импульс

$$\Delta m \cdot v = \frac{1}{2} p_н S \cdot \Delta t. \quad (3)$$

Поэтому на лед и, следовательно, на космонавта действует реактивная сила

$$F = \frac{\Delta m \cdot v}{\Delta t} = \frac{1}{2} p_н S. \quad (4)$$

Эта сила сообщает космонавту ускорение

$$a = \frac{F}{m_к} = \frac{p_н S}{2m_к}. \quad (5)$$

Двигаясь с таким ускорением, космонавт достигнет корабля за время

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{4m_к l}{p_н S}}. \quad (6)$$

Полагая, что диаметр стакана равен 7 см, найдем:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = 3{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2.$$

Подставляя в формулу (6) значения величин, получим:

$$t \approx 1{,}4 \cdot 10^3 \text{ с}.$$

Это, однако, справедливо, если лед не испарится за меньшее время. Принимая массу льда m в стакане равной 0,2 кг, определим время t_1 испарения льда:

$$t_1 = \frac{2m}{p_н S \sqrt{\frac{M}{RT}}} \approx 6{,}7 \cdot 10^3 \text{ с}.$$

Таким образом, $t_1 > t$. Следовательно, космонавт может достичь корабль за время

$$t \approx 1{,}4 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 23{,}3 \text{ мин}.$$

Проект оказывается вполне реальным.

322. Будем считать, что щель настолько узка, что расстояние, на котором толщина пучка заметно меняется (например, в два раза), много больше ширины щели d_0. В этом случае можно считать, что пучок представляет собой плоскопараллельную заряженную пластину, создающую электрическое поле с напряженностью

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

где σ — плотность заряда на пластине, равная отношению заряда Q участка пластины к площади S этого участка. Так как

$$Q = enSd_0,$$

то

$$\sigma = end_0.$$

Следовательно,

$$E = \frac{end_0}{2\varepsilon_0}.$$

В этом поле на электрон у края пучка действует сила

$$F = eE,$$

сообщающая ему в направлении, перпендикулярном к пучку, ускорение

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e^2 n d_0}{2m\varepsilon_0}.$$

Ширина пучка удвоится, когда электрон пройдет с этим ускорением расстояние $\frac{d_0}{2}$, т. е. через промежуток времени

$$t = \sqrt{\frac{d_0}{a}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 m}{e^2 n}}.$$

Вдоль направления пучка электрон за это время удалится от щели на расстояние

$$l = vt = v\sqrt{\frac{2\varepsilon_0 m}{e^2 n}} \approx 2{,}5 \text{ см}.$$

323. Напряжение $U_д$ на диоде выражается так:

$$U_д = U - IR_1 - IR_2,$$

где I — сила тока в цепи, U — напряжение на полюсах источника. Отсюда

$$I = \frac{U - U_д}{R_1 + R_2}. \qquad (1)$$

С другой стороны, напряжение на диоде и протекающая по нему сила тока должны соответствовать вольт-амперной характеристике диода $I(U_д)$ (рис. 120). Поэтому напряжение на диоде и сила тока в цепи определяются точками пересечения графиков $I(U_д)$ с нагрузочными прямыми, определяемыми уравнением (1). Построим эти прямые для трех температур окружающей среды (рис. 341), учитывая, что при $t_2 = 25$ °C напряжение источника $U = 6$ В, при температуре $t_1 = 125$ °C оно равно

$$U_1 = U + \frac{\Delta U}{\Delta t}(t_1 - t_2) = 8{,}5 \text{ В},$$

а при температуре $t_3 = -60$ °C оно равно

$$U_3 = U - \frac{\Delta U}{\Delta t}(t_2 - t_3) = 3{,}875 \text{ В}.$$

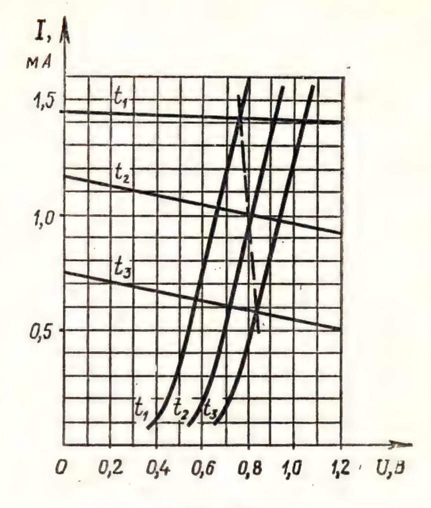


Рис. 341

По графику найдем для $t_2 = 25$ °C значения $U_д$ и I (рабочую точку диода):

$$U_д = 0{,}8 \text{ В}, \quad I = 1 \text{ мА}.$$

Напряжение U_{AB} между точками A и B равно

$$U_{AB} = U - IR = 1 \text{ В}.$$

Изменение этого напряжения ΔU_{AB} при изменении температуры на Δt равно

$$\Delta U_{AB} = -\Delta I \cdot R_1,$$

а изменение напряжения $U_{AB}(t)$ при изменении температуры на 1°C равно

$$\frac{\Delta U_{AB}}{\Delta t} = -\frac{\Delta I}{\Delta t} R_1.$$

Из графика видно, что зависимость $I(t)$ при температурах от t_3 до t_1 практически линейна и

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{0{,}84 \text{мА}}{185 K} \approx 0{,}0046 \frac{\text{мА}}{\text{К}}.$$

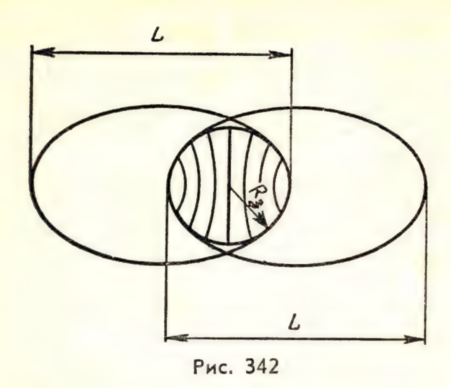


Рис. 342

Поэтому

$$\frac{\Delta U_{AB}}{\Delta t} = 0{,}0046\,\frac{\text{мА}}{\text{К}}\cdot 5\text{кОм} =$$

$$= 0{,}023\,\frac{\text{В}}{\text{К}}$$

и

$$U_{AB}(t) = U_{AB} + \frac{\Delta U_{AB}}{\Delta t}(t_2 - t).$$

324. Ракеты движутся по эллипсам. Точка их старта соответствует минимальному расстоянию от центра Земли, а точка орбиты, лежащая над диаметрально противоположной точкой Земли, — апогею орбиты. В этих точках скорость ракеты перпендикулярна прямой, проведенной из центра Земли к орбите. Обозначим через L длину большой оси орбиты. Тогда максимальное расстояние s между ракетами (рис. 342) равно

$$s = 2L - 2R_з.$$

Период T обращения ракеты по орбите равен 2τ. Если период обращения по круговой орбите радиуса $R_з$ обозначить через T_1, то согласно III закону Кеплера

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \left(\frac{\frac{L}{2}}{R_з}\right)^3,$$

откуда

$$L = 2R_з\sqrt[3]{\left(\frac{T}{T_1}\right)^2}.$$

Так как центростремительное ускорение спутника, движущегося по круговой орбите радиуса $R_з$, равно g, то $g = \omega^2 R_з$.

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R_з}{g}}.$$

Поэтому

$$L = 2R_з\sqrt[3]{\frac{4\tau^2 g}{4\pi^2 R_з}} \approx 5{,}6R_з.$$

$$S = 9{,}2R_з \approx 5{,}9\cdot 10^4\ \text{км}.$$

325. Диффузор представляет собой пружинный маятник, и его резонансная циклическая частота равна

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}, \qquad (1)$$

где k_0 — жесткость упругой системы диффузора. Отсюда

$$k_0 = \omega_0^2 m. \qquad (2)$$

Когда громкоговоритель помещают в ящик, то при смещении диффузора от положения равновесия на него действует дополнительная сила

$$F = (p - p_0)S, \qquad (3)$$

где p — давление воздуха в ящике, а p_0 — атмосферное давление вне ящика. Так как температура воздуха в ящике не меняется, то по закону Бойля — Мариотта

$$pV = p_0V_0,$$

или

$$p = \frac{p_0V_0}{V}.$$

Подставляя это выражение в формулу (3), получаем:

$$F = p_0S\,\frac{V_0 - V}{V}. \qquad (4)$$

Так как

$$V_0 - V = Sx,$$

где x — смещение диффузора, то

$$F = \frac{p_0 S^2}{V_0} x \qquad (5)$$

(ввиду того что изменение объема мало, принимаем в знаменателе $V = V_0$). Из этой формулы следует, что воздух в ящике действует подобно пружине с жесткостью

$$k_1 = \frac{p_0 S^2}{V_0}.$$

Общая жесткость упругой системы равна

$$k = k_0 + k_1 = \omega_0^2 m + \frac{p_0 S^2}{V_0},$$

а резонансная частота ν диффузора —

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\nu_0^2 + \frac{p_0 S^2}{4\pi^2 V_0 m}} \approx$$
$$\approx 115 \text{ Гц}.$$

326. Мост будет сбалансирован и через гальванометр не будет идти ток, если между напряжениями на резисторах будет соотношение

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_3}{U_4}. \qquad (1)$$

Так как

$$U_1 = \alpha I^2, \quad U_2 = IR, \ U_3 = IR, \quad U_4 = \alpha I^2,$$

то условие (1) можно записать так:

$$\frac{\alpha I^2}{IR} = \frac{IR}{\alpha I^2}.$$

Отсюда

$$I = \frac{R}{\alpha}. \qquad (2)$$

Следовательно,

$$U_0 = U_1 + U_2 = \alpha I^2 + RI = 2\frac{R^2}{\alpha}.$$

327. В установившемся режиме оба диода заперты и через конденсаторы C_1 и C_2 протекает одинаковый переменный ток. Следовательно,

$$U_1 C_1 \omega = U_2 C_2 \omega,$$

или

$$U_1 C_1 = U_2 C_2, \qquad (1)$$

где U_1 и U_2 — амплитуды переменного напряжения на конденсаторах C_1 и C_2. Кроме переменной составляющей, на конденсаторах будет и постоянная составляющая напряжения, одинаковая по модулю, но с разными знаками. Обозначив постоянную составляющую через U_3, получим:

$$U_{C_1} = U_1 \cos \omega t - U_3,$$
$$U_{C_2} = U_2 \cos \omega t + U_3,$$

откуда

$$U_{C_1} + U_{C_2} = U_0 \cos \omega t, \qquad (2)$$

где $U_0 = U_1 + U_2$. Учтя, что

$$C_1 U_1 = C_2 U_2,$$

получаем:

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_0, \quad U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_0.$$

Следовательно,

$$U_{C1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_0 \cos \omega t - U_3,$$

$$U_{C2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_0 \cos \omega t + U_3. \qquad (3)$$

Так как оба диода заперты, то

$$U_{C_1} \leqslant 0, \quad U_{C_2} \geqslant 0. \qquad (4)$$

Эти неравенства должны выполняться совместно. Поскольку по условию задачи $C_2 > C_1$, то достаточно потребовать выполнения при любых значениях t неравенства $U_{C_1} \leqslant 0$. Это условие будет

выполняться, если

$$\frac{C_2}{C_1 + C_2} U_0 - U_3 = 0,$$

откуда

$$U_3 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_0. \qquad (5)$$

Окончательно получим:

$$U_{C1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_0 (\cos \omega t - 1),$$

$$U_{C2} = \frac{U_0}{C_1 + C_2} (C_1 \cos \omega t + C_2).$$

Графически эти зависимости представлены на рисунке 343.

328. Пренебрежем расширением пучка и будем считать, что размер зайчика совпадает с размером зеркала. В этом случае освещенность зайчика равна освещенности E_0 зеркала. Освещенность пятна при наложении n зайчиков равна

$$E_1 = nE_0. \qquad (1)$$

Сравним эту освещенность с освещенностью в фокальной плоскости линзы. На линзу попадает световой поток

$$\Phi = SE_0 = \frac{\pi d^2}{4} E_0.$$

Диаметр изображения Солнца в фокальной плоскости линзы

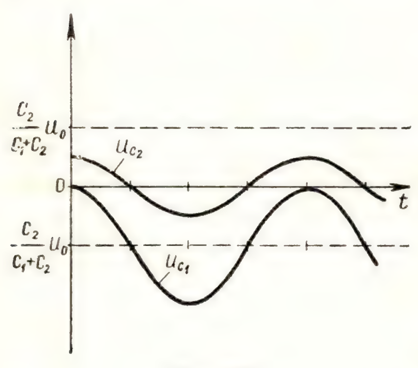


Рис. 343

равен

$$D = F\alpha.$$

Поэтому освещенность изображения равна

$$E_2 = \frac{4\Phi}{\pi D^2} = \frac{E_0 d^2}{F^2 \alpha^2}. \qquad (2)$$

Найдем отношение освещенностей $k = \frac{E_1}{E_2}$:

$$k = \frac{nF^2\alpha^2}{d^2} \approx 0{,}1.$$

Это означает, что получаемая с помощью n плоских зеркал освещенность меньше освещенности изображения Солнца в фокальной плоскости линзы. Следовательно, указанное в условии задачи число воинов недостаточно для того, чтобы зажечь корабль.

329. Эта задача по содержанию близка к задаче 158. В обеих задачах необходимо предложить метод измерения КПД наклонной плоскости и исследовать зависимость КПД от угла наклона α или высоты h при постоянной длине наклонной плоскости l. В качестве дополнительного задания предлагается полученную теоретическую зависимость

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}$$

или

$$\eta = \frac{h}{h + \mu \sqrt{l^2 - h^2}}$$

сравнить с экспериментально полученной зависимостью.

330. Для выполнения задания следует с помощью рычага сравнить массы имеющихся в оборудовании двух металлических тел и убедиться, что они равны. Плотность ρ_x неизвестной жидкости можно опреде-

лить, произведя следующие два опыта.

1. Закрепив один брусок на рычаге на расстоянии R_1 от оси его вращения, опускают второй брусок, подвешенный на другом плече рычага, в воду. Изменяя длину плеча l_2 второго бруска, уравновешивают рычаг (рис. 344).

2. Извлекают второй брусок из воды и опускают его в исследуемую жидкость, не изменяя длину плеча l_1 первого бруска. Уравновесив рычаг, измеряют длину плеча l_3 со стороны второго бруска (рис. 345). Далее записывают условия равновесия рычага в обоих опытах:

$$mgl_1 = (mg - F_{A_1})l_2,$$
$$mgl_1 = (mg - F_{A_2})l_3.$$

Решая эту систему уравнений и учитывая, что

$$F_{A_1} = \rho_0 Vg, \qquad F_{A_2} = \rho_x Vg$$

(где ρ_0 и ρ_x — плотности воды и исследуемой жидкости, а V — объем второго бруска), получим:

$$mg(l_2 - l_1) = \rho_0 Vgl_2,$$
$$mg(l_3 - l_1) = \rho_x Vgl_3.$$

Разделив первое уравнение на второе, имеем:

$$\frac{l_2 - l_1}{l_3 - l_1} = \frac{\rho_0 l_2}{\rho_x l_3},$$

откуда

$$\rho_x = \rho_0 \frac{l_2(l_3 - l_1)}{l_3(l_2 - l_1)}.$$

Поскольку точность измерения плотности ρ_x зависит от разности длин плеч $l_3 - l_1$ и $l_2 - l_1$, для ее увеличения следует опускать в жидкости брусок большего объема.

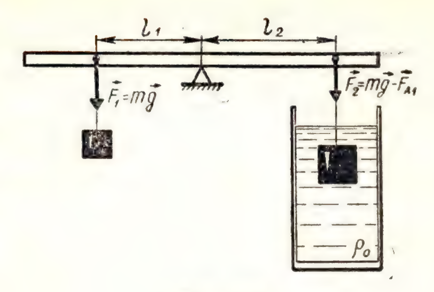


Рис. 344

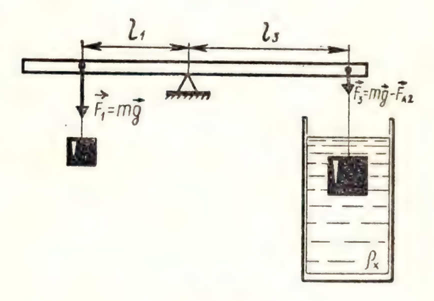


Рис. 345

331. Определение поверхностного натяжения неизвестной жидкости можно провести несколькими способами. Рассмотрим два из них.

1. Пусть один из предложенных грузов (m_1) имеет плоское основание и смачивается обеими жидкостями. Уравновесим грузы m_1 и m_2 на рычаге (рис. 346) и запишем условие этого равновесия:

$$m_1gl_1 = m_2gl_2. \qquad (1)$$

Не изменяя плеча l_1, опустим груз с плоским основанием в воду и будем увеличивать плечо силы m_2g до тех пор, пока не произойдет отрыв груза m_1 от поверхности воды. Затем измеряем длину плеча l_3 силы m_2g и записываем условие равновесия рычага для этого случая (рис. 347):

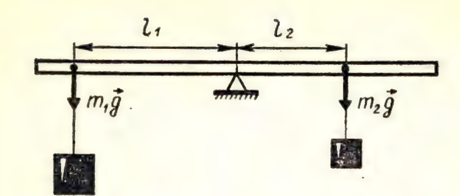


Рис. 346

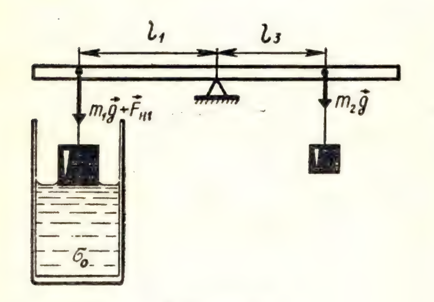


Рис. 347

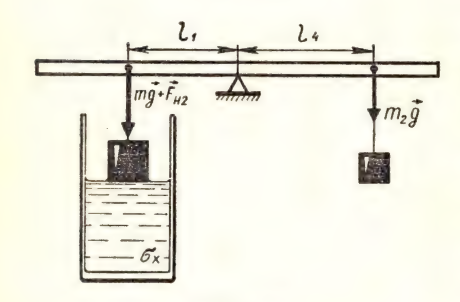


Рис. 348

$$(m_1g + F_{н1})l_1 = m_2gl_3. \quad (2)$$

Поступая аналогично с неизвестной жидкостью (рис. 348), получаем уравнение

$$(m_1g + F_{н2})l_1 = m_2gl_4. \quad (3)$$

В этих равенствах $F_{н1}$ и $F_{н2}$ — силы поверхностного натяжения, равные

$$F_{н1} = \sigma_0 L, \ F_{н2} = \sigma_x L,$$

где σ_0 и σ_x — поверхностные натяжения воды и неизвестной жидкости, L — длина границы поверхностного слоя при отрыве груза. Из уравнений (1) и (2) получим равенство

$$\sigma_0 L l_1 = m_2 g (l_3 - l_2), \quad (4)$$

а из уравнений (1) и (3) — равенство

$$\sigma_x L l_1 = m_2 g (l_4 - l_2). \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), находим:

$$\sigma_x = \sigma_0 \frac{l_4 - l_2}{l_3 - l_2}.$$

Полученное выражение справедливо, если длина границы поверхностного слоя L в обоих случаях одинакова. Это будет, если происходит полное смачивание груза m_1 обеими жидкостями и если условия отрыва груза в обоих случаях одинаковы (не должно быть перекоса).

2. Второй способ измерения поверхностного натяжения основан на сравнении высот h_1 и h_2 поднятия воды и исследуемой жидкости в стеклянном капилляре. Предположив полную смачиваемость стекла обеими жидкостями, можно записать:

$$h_1 = \frac{2\sigma_0}{\rho_0 g r}, \quad h_2 = \frac{2\sigma_x}{\rho_x g r},$$

где ρ_0 и ρ_x — плотности воды и исследуемой жидкости, r — радиус капилляра. Отсюда

$$\sigma_x = \sigma_0 \frac{h_2 \rho_x}{h_1 \rho_0}.$$

Высоты h_1 и h_2 определяются прямым измерением, а отношение плотностей ρ_x/ρ_0 определяют с помощью рычага, применяя методику, описанную в задаче 330.

332. Для исследования схемы «черного ящика» наиболее

целесообразно составить электрическую цепь по схеме, приведенной на рисунке 349.

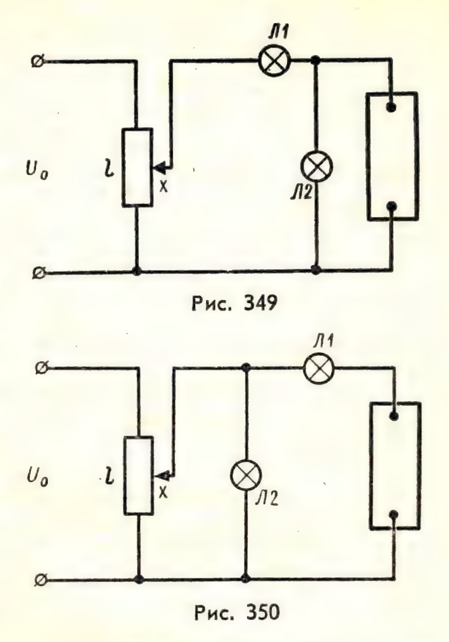


Рис. 349

Рис. 350

При медленном движении ползуна потенциометра вверх по рисунку происходит увеличение напряжения на зажимах AB.

При одной полярности включения источника тока лампа $Л_2$ начинает светиться раньше, чем лампа $Л_1$. Лишь при дальнейшем повышении напряжения U_{AB} начинает гореть и лампа $Л_1$; далее накал обеих ламп практически выравнивается, что говорит об уменьшении сопротивления «черного ящика» при возрастании силы тока, т. е. о том, что «черный ящик» содержит нелинейный элемент.

При другой полярности лампа $Л_2$ также начинает светиться при меньшем напряжении, чем лампа $Л_1$; лампа $Л_1$ не светится даже при значительном повышении напряжения U_{AB}, что говорит о большом сопротивлении «черного ящика» при этом направлении тока.

Таким образом, можно сделать вывод о наличии в «черном ящике» диода. Однако при дальнейшем увеличении напряжения до критического значения $U_{кр}$ лампа $Л_1$ вспыхивает, а яркость накала лампы $Л_2$ немного убывает. Это свидетельствует о том, что при определенном напряжении диод «пробивается», т. е. его сопротивление скачком становится существенно меньшим. Численное значение $U_{кр}$ можно оценить по формуле

$$U_{кр} = U_0 \frac{x}{l},$$

где x — расстояние от нижней точки намотки реостата до его ползуна, l — вся длина намотки реостата. Эта формула справедлива при условии, что сопротивление внешней цепи больше сопротивления участка реостата с длиной намотки x. В рассматриваемом случае сопротивление лампы равно

$$R_{л} = \frac{6{,}3В}{0{,}3А} = 21 \text{ Ом} > R_x.$$

Аналогичным способом можно рассчитать напряжение, при котором выравнивается накал обеих ламп в первом опыте.

Повторив опыт и убедившись, что диод снова исправен, можно сделать вывод об обратимости «пробоя». Это значит, что в «черном ящике» находится не обычный диод, а стабилитрон.

Чтобы проверить это предположение, надо собрать цепь по схеме, приведенной на рисунке 350.

При увеличении напряжения U_{AB} накалы обеих ламп монотонно возрастают, оставаясь одинаковыми. Следовательно, ток через «черный ящик» не протекает. После достижения напряжением U_{AB} определенного значения накал лампы $Л_1$, с ростом напряжения U_{AB} продолжает возрастать, в то время как накал лампы $Л_2$ практически не изменяется.

По результатам проведенных опытов можно определить ход вольт-амперной характеристики стабилитрона (рис. 351).

333. 1. Подключая на вход преобразователя сигналов (*ПС*) генератор (*ГЗ*), создающий синусоидальное напряжение, и присоединив выход преобразователя к входу электронного осциллографа (*ЭО*), можно по картине, наблюдаемой на экране осциллографа, установить, что данный преобразователь превращает синусоидальные колебания в короткие импульсы, причем период следования импульсов точно равен периоду синусоидальных колебаний.

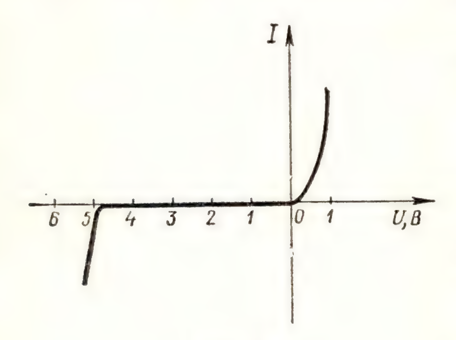


Рис. 351

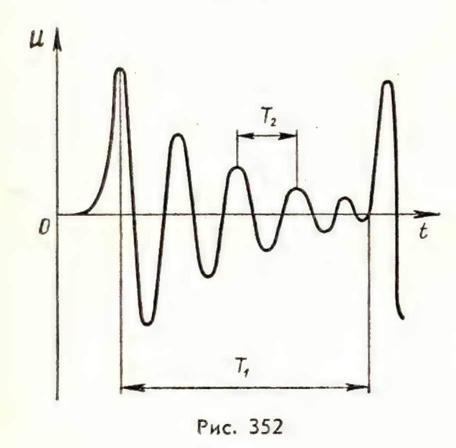


Рис. 352

2. Для определения индуктивности L_x катушки надо составить электрическую цепь по схеме, приведенной на рисунке 124. Импульс тока из *ПС* заряжает конденсатор C, и в контуре L_xC возникают электромагнитные колебания, которые в связи с наличием в контуре и преобразователе активного сопротивления являются затухающими. На экране осциллографа этот процесс выглядит примерно так, как показано на рисунке 352. На рисунке отмечены период T_1 следования импульсов, который можно определить по шкале генератора *ГЗ* и искомый период T_2 затухающих электромагнитных колебаний в контуре.

Далее следует произвести подсчет числа гармоник n между двумя последовательными импульсами и рассчитать искомую частоту колебаний в контуре:

$$T_2 = \frac{T_1}{n}, \ \nu_2 = n\nu_1.$$

Зная частоту ν_2, можно, пользуясь формулой Томсона

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_xC}},$$

определить искомую индуктивность $L(x)$:

$$L_x = \frac{1}{4\pi^2C\,\nu_2^2},$$

где C — известная емкость конденсатора.

3. В третьем задании вместо контура подключался громкоговоритель. Диффузор громкоговорителя на упругом креплении является механической колебательной системой. Когда в громкоговоритель подается электрический импульс, диффузор начинает совершать механические затухающие колебания с собственной частотой ω_0. Но так как катушка громкоговорителя находится в постоянном магнитном поле, в ней индуцируется переменная ЭДС с частотой ω_0. Способом, аналогичным описанному в задании 2, можно определить частоту собственных колебаний диффузора громкоговорителя, или, что тоже самое, его резонансную частоту.

334. 1. Можно предложить два простых и в то же время точных способа построения хода лучей в прозрачной прямоугольной пластине.

Первый из них состоит в следующем. Пластину кладут на миллиметровую бумагу, очерчивают границу ее нижней грани пластинки и делают метку на вертикальной грани. Для удобства совмещения этой метки с выбранными за пластинкой линиями желательно загнуть миллиметровую бумагу так, как показано на рисунке 353. Далее, ведя наблюдения сквозь пластину, ставить точку на горизонтальном участке бумаги перед пластинкой так, чтобы эта точка, метка и одна из вертикальных линий миллиметровой бумаги перекрывались (описанный метод аналогичен школьной лабораторной работе по определению показателя преломления с использованием булавок).

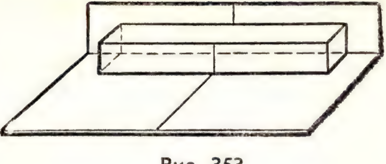


Рис. 353

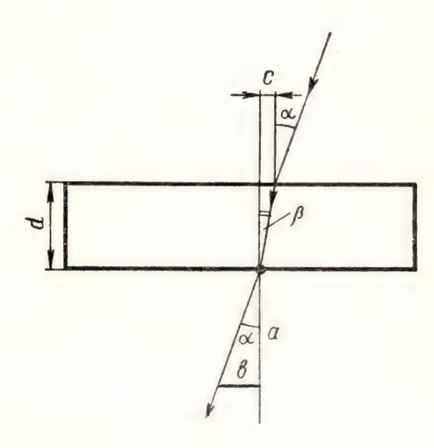


Рис. 354

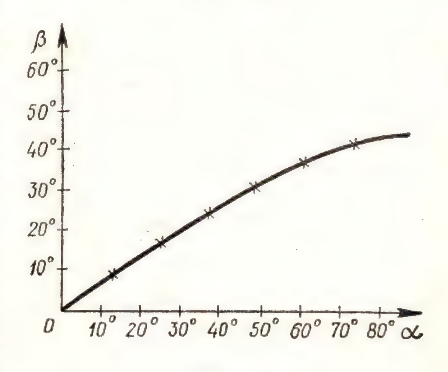


Рис. 355

Углы определяются на основе простейших тригонометрических формул (рис. 354):

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{a}{b}, \quad \operatorname{ctg}\beta = \frac{d}{c}.$$

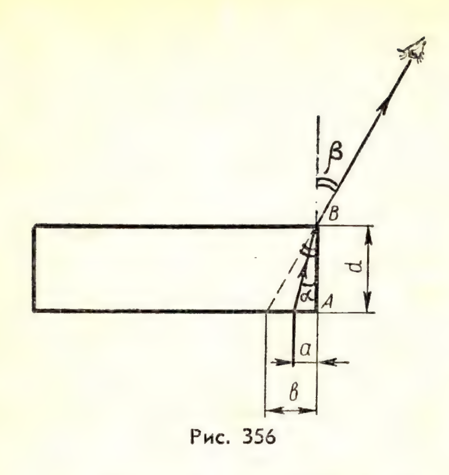


Рис. 356

На основании полученных данных строят график зависимости угла преломления β от угла падения (рис. 355) и определяют показатель преломления n при различных углах падения. Наиболее точные результаты получаются для углов падения от 30 до 60°.

Угол преломления β_0 при угле падения $\alpha_0 = 90°$ можно определить по графику путем экстраполяции или же рассчитать по формуле

$$\beta_0 = \arcsin \frac{1}{n}.$$

2. Поставив пластину на миллиметровую бумагу, проводят на бумаге черту на расстоянии a от нижнего ребра A пластины (рис. 356). Затем пластину сдвигают так, чтобы одна половина черты находилась под ней, а другая половина оставалась незакрытой. Наблюдая проведенную черту через верхнее ребро B пластины так, чтобы оно совместилось с изображением черты, отмечают видимое положение черты и измеряют расстояние b до нее от ребра A. Из рисунка 356 видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{d}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{b}{d},$$

где d — высота пластины. Из этих выражений находят значения углов падения (α) и преломления (β).

XV ВСЕСОЮЗНАЯ ОЛИМПИАДА

В апреле 1981 г. в г. Ташкенте состоялся заключительный тур XV Всесоюзной физической олимпиады школьников. Приводим некоторые из предлагавшихся на этом туре задач.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

1. (8 кл.). Небольшой шарик движется с постоянной скоростью v_0 по гладкой горизонтальной поверхности и попадает в некоторой точке своей траектории в цилиндрический вертикальный колодец глубиной H и радиуса R. Вектор скорости шарика составляет угол α с диаметром колодца, проходящем через эту точку. При каком соотношении между R, H, v_0 и α шарик после упругих соударений со стенками и дном колодца сможет из него «выбраться»?

Примечание. При упругом ударе шарика о стенку модуль скорости не изменяется, а угол падения равен углу отражения.

2. (9—10 кл.). Горизонтально расположенный цилиндрический теплоизолированный сосуд объема $V_0 = 100$ л, заполненный гелием, разделен на две части теплонепроницаемым поршнем, который может перемещаться без трения. Газу, находящемуся в левой части сосуда, сообщают количество теплоты $\Delta Q = 100$ Дж. Найти изменение давления в сосуде к тому моменту, когда поршень перестает двигаться.

3. (9 кл.). Для исследования свойств нелинейного резистора был произведен ряд экспериментов. Вначале была исследована зависимость сопротивления резистора от температуры. При достижении температуры $t_1 = 100$ °С сопротивление резистора скачком увеличилось от $R_1 = 50$ Ом до $R_2 = 100$ Ом; при охлаждении резистора его сопротивление изменилось скачком от $R_2 = 100$ Ом до $R_1 = 50$ Ом в момент достижения температуры $t_2 = 99$ °С.

Во втором опыте к резистору приложили постоянное напряжение $U_1 = 60$ В; при этом его установившаяся температура оказалась равной $t_3 = 80$ °С. Наконец, когда к резистору приложили постоянное напряжение $U_2 = 80$ В, в цепи возникли самопроизвольные колебания тока. Определите период T этих колебаний, а также максимальное и минимальное значения тока. Температура воздуха

в лаборатории постоянна и равна $t_0 = 20\ ^\circ C$. Теплоотдача от резистора пропорциональна разности температур резистора и окружающего воздуха.

4. (9 кл.). В таблице приведены экспериментальные данные об удельной теплоемкости c и молярной массе M некоторых металлов. На основании этих данных установить некоторую физическую закономерность и, пользуясь ею, определить недостающие в таблице значения величин для железа, магния и титана. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

Вещество	c, $\times 10^3$ $\frac{Дж}{кг \cdot К}$	M, $\times 10^{-3}$ $\frac{кг}{моль}$	Вещество	c, $\times 10^3$ $\frac{Дж}{кг \cdot К}$	M, $\times 10^{-3}$ $\frac{кг}{моль}$
Серебро	0,238	107	Литий	0,352	7
Алюминий	0,90	27	Магний	—	24
Золото	0,128	197	Никель	0,43	60
Висмут	0,132	209	Платина	0,131	196
Кобальт	0,417	59	Титан	—	48
Медь	0,383	64	Ванадий	0,484	51
Железо	0,447	—			

5. (10 кл.). Ракета запущена с поверхности Земли вертикально вверх с первой космической скоростью и возвращается на Землю недалеко от места старта. Сколько времени она находилась в полете? Радиус Земли $R_з = 6400$ км.

Примечание. Площадь эллипса с полуосями a и b вычисляется по формуле $S = \pi ab$.

6. (10 кл.). Объектив телескопа Гейла имеет диаметр $D = 250$ см и фокусное расстояние $F = 160$ м. Телескоп используется для фотографирования искусственного спутника Земли, имеющего диаметр $d = 200$ см и находящегося на расстоянии $L = 320$ км. На каком расстоянии от фокуса объектива должна быть расположена фотопластинка? Каким будет размер изображения искусственного спутника? Каков диаметр размытых (несфокусированных изображений звезд на фотографии?

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

1. (8 кл.). Определите мощность нагревателя.

Приборы и материалы: источник постоянного тока (до 32 В), цилиндр измерительный с носиком (мензурка) на 250 мл, вода, нагреватель, термометр (от 0 до 100 °С), соединительные провода, ключ, секундомер, миллиметровая бумага для построения графиков. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

2. (9 кл.). Определите заряд на обкладках конденсатора при напряжении 40 В.

Приборы и материалы: конденсатор, микроамперметр, резистор, секундомер, переключатель.

3. (9 кл.). Определите удельную теплоемкость неизвестной жидкости, зная удельную теплоемкость воды. При решении задачи жидкости нельзя смешивать.

Приборы и материалы: вода, неизвестная жидкость, калориметр, весы учебные и разновес к ним, электроплитка, фильтровальная бумага, тела из вещества с неизвестной удельной теплоемкостью.

4. (10 кл.). Определите индуктивность и активное сопротивление дросселя с железным сердечником.

Приборы и материалы: дроссель с железным сердечником, активное сопротивление, конденсатор, вольтметр переменного тока, источник переменного напряжения с частотой 50 Гц.

5. (10 кл.). Определите чувствительность фотоэлементов в режиме короткого замыкания и в режиме активной нагрузки. Постройте график зависимости КПД фотоэлемента от освещенности при постоянном значении нагрузочного сопротивления. С помощью фотоэлемента проверьте закон освещенности.

Приборы и материалы: фотоэлемент, переменный резистор, вольтметр постоянного тока, амперметр постоянного тока, лампа накаливания, источник питания для лампы накаливания.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА РЕСПУБЛИКАНСКИХ ОЛИМПИАДАХ

Ниже приводятся наиболее интересные экспериментальные задания, предлагавшиеся на республиканских турах Всесоюзной физической олимпиады.

1. (8 кл.). Определите толщину фольги с максимально возможной точностью.

Приборы и материалы: лист алюминиевой фольги, весы и разновес, микрометр, линейка.

2. (8 кл.). Определите толщину волоса.

Приборы и материалы: микрометр, микроскоп, миллиметровая бумага, волос.

3. (8 кл.). Определите массу линейки и плотность вещества, из которого она изготовлена.

Приборы и материалы: линейка, две монеты достоинством 5 коп.

4. (8 кл.). Определите плотность воздуха.

Приборы и материалы: шар для взвешивания воздуха, весы и разновес, насос вакуумный, сосуд с водой емкостью 1,5—2 л, измерительный цилиндр емкостью 1 л.

5. (8 кл.). Исследуйте зависимость скорости падения дробинок в глицерине от их радиуса.

Приборы и материалы: измерительный цилиндр с глицерином, набор свинцовых дробинок с различными диаметрами, линейка, секундомер, микрометр.

6. (8 кл.). Определите коэффициент трения скольжения стали по дереву.

Приборы и материалы: две деревянные линейки, стальной шарик.

7. (8 кл.). Определите максимальную силу натяжения, которую может выдержать леска. Оцените погрешности измерений при различных способах выполнения работы.

Приборы и материалы: штатив с муфтой и лапкой, леска диаметром 0,1—0,2 мм, линейка, гиря массой 0,5 кг.

8. (9 кл.). Определите молярную массу воздуха.

Приборы и материалы: шар для взвешивания воздуха, манометр, насос вакуумный, весы и разновес, резиновая трубка, термометр.

9. (9 кл.). Определить температуру нити лампы накаливания.

Приборы и материалы: источник тока, лампа накаливания, авометр, термометр, соединительные провода.

10. (9 кл.). Определите сопротивление амперметра. Рассчитайте и изготовьте шунт для расширения шкалы амперметра в 5 раз.

Приборы и материалы: два учебных лабораторных амперметра, источник постоянного тока (4 В), медный провод диаметром 0,5—1,0 мм, реостат, соединительные провода, линейка.

11. (10 кл.). Исследуйте зависимость периода крутильных колебаний стержня, подвешенного за середину к леске, от длины и диаметра лески. Объясните полученные результаты.

Приборы и материалы: набор лесок разного диаметра, стержень металлический, штатив с муфтой и лапкой, микрометр, линейка, секундомер.

12. (10 кл.). Рассчитайте и измерьте период вертикальных колебаний пробирки с песком в сосуде с водой. Сравните полученные результаты. Лежат ли полученные расхождения теории и эксперимента в пределах погрешности измерений?

Приборы и материалы: сосуд с водой, пробирка, песок, весы и разновес, линейка, нить, секундомер (или часы с секундной стрелкой).

13. (10 кл.). Определите индуктивность катушки.

Приборы и материалы: источник постоянного тока (4 В), амперметр, дроссельная катушка, стальной сердечник, диод типа Д7Ж, конденсатор известной емкости (больше 8 мкФ), вольтметр, соединительные провода, ключ.

14. (10 кл.). Определите электрическую емкость конденсатора.

Приборы и материалы: источник переменного тока, конденсатор известной емкости C, конденсатор неизвестной емкости C_x, высокоомные головные телефоны, реохорд, соединительные провода.

15. (10 кл.). Определите фокусное расстояние рассеивающей линзы. Выполните задание несколькими способами и сравните их по точности измерения искомой величины.

Приборы и материалы: линза рассеивающая, линейка, линза собирающая, экран, лампочка на 3,5 В, батарея электрическая от карманного фонаря, соединительные провода.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ ЗАДАЧ

Для удобства пользования данной книгой учащимися различных классов здесь приводится распределение помещенных в ней олимпиадных задач по разделам и темам школьного курса физики.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Механика

Молекулярная физика и термодинамика

Электродинамика

Колебания и волны

Оптика

Геометрическая оптика: 13, 25, 38, 53, 59, 79, 85, 93, 96, 105, 122, 131, 175, 216, 234, 251, 328.

Физическая оптика: 67, 148, 156, 252, 273.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Механика

70, 71, 110, 112, 113, 133, 135, 158, 159, 160, 161, 180, 182, 184, 192, 206, 237, 238, 256, 275, 276, 292, 293, 294, 310, 311, 329, 330.

Молекулярная физика и термодинамика

73, 74, 111, 114, 116, 136, 137, 138, 139, 162, 183, 207, 257, 277, 279, 331.

Электродинамика

72, 107, 108, 109, 115, 117, 132, 134, 140, 141, 157, 165, 185, 186, 187, 188, 190, 191, 208, 222, 239, 240, 255, 258, 259, 279, 295, 296, 313, 332.

Колебания и волны

163, 181, 189, 221, 333.

Оптика

118, 164, 223, 241, 242, 260, 278, 279, 297, 314, 334.

СОДЕРЖАНИЕ

Иосиф Шайевич Слободецкий

Владимир Алексеевич Орлов

ВСЕСОЮЗНЫЕ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ

Редактор *Г. Р. Лисенкер*
Художник *Л. Е. Безрученков*
Художественный редактор *В. М. Прокофьев*
Технический редактор *И. В. Квасницкая*
Корректоры *В. Ф. Малышева, Р. П. Евдокимова*

ИБ № 6374

Сдано в набор 23.07.81. Подписано к печати 22.01.82. $60\times90^1/_{16}$. Бумага типографская № 2 Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 16. Усл. кр. от. 16,19. Уч.-изд. л. 15,36. Тираж 460000 экз. Заказ № 164. Цена 50 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Росглавполиграфпрома Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Саратов, ул. Чернышевского, 59.

50 к.